

Chapitre 1 : Les bases de la théorie des circuits

NOTIONS THÉORIQUES

Les phénomènes électriques sont présents dans la nature. Cependant, l'étude des phénomènes électriques s'opère généralement au niveau de dispositifs, d'appareils ou de machines spécialement conçus pour produire des effets utiles liés à ces phénomènes, pour lesquels la théorie des circuits constitue un outil d'analyse simple et performant.

Leçon 1 : Le principe de l'approche circuit

La théorie des circuits décrit les phénomènes électriques à partir d'éléments dont le comportement est décrit par la relation qui lie le courant qui circule dans l'élément à la différence de potentiel à ses bornes.

Cours 1 : Le courant dans un élément

Ce cours porte sur la notion de courant dans un élément

- définition : le courant i qui circule dans un élément correspond à la quantité de charge qui le traverse par unité de temps

$$i = \frac{dq}{dt}$$

- unité : $1\text{A} = 1\text{cb/s}$ (ampères)
- sens de référence
- sens physique

Cours 2 : La différence de potentiel (la tension) aux bornes d'un élément

Ce cours porte sur la différence de potentiel (ou tension) aux bornes d'un élément

- définition : le travail produit par le passage de charges à travers l'élément se traduit par une différence de potentiel entre les bornes de l'élément, appelée la tension aux bornes de l'élément
- unité : 1V
- sens de référence

Cours 3 : La puissance dans un élément

Ce cours porte sur la notion de puissance dans un élément

- définition : le produit du courant i qui traverse un élément par la différence de potentiel aux bornes de cet élément correspond à la quantité d'énergie produite ou reçue par l'élément par unité de temps, c'est-à-dire la puissance produite ou absorbée l'élément
- unité : 1W (watt)
- sens de référence,
- puissance produite ou absorbée.

Leçon 2 : Le circuit le plus simple

Le circuit le plus simple que l'on peut concevoir comporte deux éléments dont les bornes sont interconnectées : un élément qui fournit de l'énergie électrique et un élément qui absorbe cette énergie. Dans ce cas de figure très simple, on trouve la même tension aux bornes des deux éléments et le même courant dans les deux éléments. La puissance fournie par l'un des éléments correspond à la puissance absorbée par l'autre élément.

Leçon 3 : Les différents éléments

Il existe deux types d'éléments : les sources et les récepteurs.

Cours 1 : A quoi correspond une source ?

Les sources sont une idéalisation des dispositifs ou des machines qui permettent de transformer une énergie X en énergie électrique, tels que par exemple une pile, une batterie ou un alternateur.

Cours 2 : Les sources idéales

- Une source de tension idéale impose la différence de potentiel à ses bornes. Son équation est $u = u(t)$. Le courant qu'elle fournit dépend des éléments qu'elle alimente.
- Une source de courant idéale impose le courant qu'elle fournit. Son équation est $i = i(t)$. La tension u à ses bornes dépend des éléments qu'elle alimente.

Cours 3 : A quoi correspondent les récepteurs ?

Les éléments récepteurs sont des dispositifs qui absorbent de l'énergie électrique, et peuvent transformer cette énergie soit en chaleur soit en énergie électrostatique ou magnétique.

Cours 4 : Les récepteurs idéaux

- La résistance est un élément qui dissipe l'énergie électrique en chaleur. La valeur R de la résistance s'exprime en ohms. On a : $u = Ri$ et $p = Ri^2$ (puissance absorbée par l'élément). Définition de la conductance.
- La capacité est un élément qui accumule l'énergie sous forme électrostatique. La valeur C de la capacité s'exprime en Farads. On a $i = C \frac{du}{dt}$. $W_c = \frac{1}{2}Cu^2$ est l'énergie emmagasinée dans l'élément.
- L'inductance est un élément qui accumule l'énergie sous forme magnétique. La valeur L de l'inductance s'exprime en Henrys. On a $u = L \frac{di}{dt}$. $W_m = \frac{1}{2}Li^2$ est l'énergie stockée dans l'élément.

Leçon 4 : Les circuits comportant plus de 2 éléments

La plupart des circuits comporte plus de deux éléments. Ajouter aux équations des éléments les lois de Kirchhoff (loi des mailles et loi des noeuds) nous permettront de compléter le nombre d'équations nécessaires pour calculer tous les courants et toutes les tensions du circuit.

Cours 1 : La loi des noeuds

La somme algébrique des courants dans les éléments dont une borne appartient à un noeud est égale à zéro. La loi des noeuds fournit autant d'équations qu'il y a de noeuds moins 1.

Cours 2 : La loi des mailles

La somme algébrique des tensions aux bornes des éléments d'une maille est nulle. Le nombre d'équations algébriquement indépendantes fourni par la loi des mailles est égal au nombre d'éléments moins le nombre d'équations algébriquement indépendantes fourni par la loi des noeuds.

Cours 3 : Conclusion

En utilisant les équations des éléments et les équations déduites des lois de Kirchhoff, on trouve le nombre d'équations nécessaires pour calculer tous les courants et toutes les tensions.

Nous étudierons, dans le chapitre 2, comment lire le schéma d'un circuit et appliquer les lois de Kirchhoff. Le chapitre 3 sera consacré à l'écriture et la résolution des équations d'un circuit linéaire.

Leçon 5 : Les deux significations en terme de circuit électrique

Un circuit électrique peut être un assemblage de composants électriques reliés entre eux par des fils conducteurs ou des pistes conductrices ou le modèle de cet assemblage sous forme de sources et de récepteurs idéaux. En première approximation, les composants électriques sont assimilables soit à une source soit à un élément R, L ou C.

EXERCICES RÉSOLUS

Chapitre 2 : Lire le schéma d'un circuit et appliquer les lois de Kirchhoff

NOTIONS THÉORIQUES

EXERCICES RÉSOLUS

Chapitre 3 : Écrire et résoudre les équations d'un circuit linéaire

NOTIONS THÉORIQUES

Ce chapitre porte sur les méthodes d'écriture et de résolution d'un circuit linéaire. Un circuit linéaire est un circuit dont les éléments R, L et C ont des valeurs constantes (ce qui a pour conséquence que les équations qui décrivent le circuit sont des équations algébriques et différentielles linéaires).

Les circuits étudiés seront de plus en plus complexes : au départ de circuits ne comportant que des résistances, qui fournissent un système d'équations algébriques linéaires, on passera à l'étude de circuits comportant une ou plusieurs inductance(s)/capacité(s) pour lesquelles une partie des équations sont des équations différentielles.

Leçon 1 : qui comporte une source et des résistances

Cette leçon explicite la méthode générale de résolution d'un circuit qui comporte une source et des résistances : les lois de Kirchhoff et les équations des éléments fournissent le nombre d'équations nécessaires pour calculer tous les courants et toutes les tensions du circuit. Deux méthodes de simplification du calcul, soit par la mise en série et en parallèle, soit en utilisant le dipôle de Thévenin (ou de Norton) sont détaillées. Enfin, quelques cas particuliers intéressants sont étudiés, pour lesquels la résolution est quasi immédiate.

Cours 1 : Méthode générale.

Ce cours détaille les étapes de la méthode générale : tout d'abord, on compte le nombre n d'éléments (sources et résistances) du circuit : il faudra donc déterminer n tensions et n courants. Les équations des éléments et les lois de Kirchhoff fournissent $2n$ équations linéairement indépendantes les unes des autres. Chaque étape est précisée dans le cas d'une source de tension et d'une source de courant.

Quelques astuces permettent une résolution par étapes plus facile.

Cours 2 : Simplifier le calcul en utilisant la mise en série et en parallèle.

Si on remplace des résistances en série ou en parallèle par une résistance équivalente, on obtient un circuit plus simple à résoudre. Une fois que l'on connaît la tension et le courant aux bornes de la résistance équivalente, on peut trouver les tensions et les courants aux bornes des éléments qu'elle remplace en utilisant la loi du diviseur de tension (pour les éléments en série) et la loi du diviseur de courant (pour les éléments en parallèle).

Cours 3 : Simplifier le calcul en utilisant le dipôle équivalent de Thévenin (ou de Norton).

Une autre technique de simplification consiste à ramener, vis-à-vis d'un élément, tout le reste du circuit à un circuit élémentaire constitué d'une source de tension en série avec une résistance (dipôle de Thévenin) ou constitué d'une source de courant en parallèle avec une résistance (dipôle de Norton). Du point de vue de l'élément, ces deux dipôles sont équivalents. Cette technique est utilisée lorsque l'on veut connaître la tension et le courant aux bornes d'un élément sans résoudre tout le circuit.

Cours 4 : Quelques cas particuliers intéressants.

Les cas particuliers suivants sont examinés : circuits dont tous les éléments sont en série ou tous les éléments sont en parallèle, dans le cas d'une source de courant et dans celui d'une source de tension. La résolution de ces circuits est quasi immédiate.

Leçon 2 : qui comporte plusieurs sources et des résistances

Que faire s'il y a plusieurs sources ?

Soit généraliser les méthodes vues dans la leçon précédente (méthode générale, mise en série et en parallèle, dipôle de Thévenin), soit utiliser le principe de superposition.

Cours 1 : Utiliser les mêmes méthodes que pour un circuit à une source.

Les méthodes vues dans la leçon précédente (méthode générale, mise en série et en parallèle, dipôle de Thévenin ou de Norton) sont généralisables au cas où il y a plusieurs sources.

Cours 2 : Utiliser le principe de superposition.

Le principe de superposition consiste à calculer, pour chaque source, les tensions et les courants qu'on aurait si toutes les autres sources avaient une valeur nulle, et à faire pour chaque élément la somme des tensions et des courants ainsi obtenus.

Leçon 3 : qui comporte une inductance ou une capacité**Leçon 3a : L'élément est une inductance**

La leçon commence par un bref rappel des propriétés de l'inductance : l'équation de l'inductance est une équation différentielle $u = L \frac{di}{dt}$ si l'inductance a une valeur constante (élément linéaire).

Connaître la tension u à l'instant t ne donne pas la valeur de i mais indique la vitesse à laquelle i varie à cet instant.

Cours 1 : Comment écrire et résoudre les équations ?

On va écrire les équations du circuit : on peut procéder soit par la méthode générale, soit en utilisant la mise en série et en parallèle ou le dipôle équivalent de Thévenin. On obtient pour le courant i_L dans l'inductance une équation différentielle du premier ordre que l'on peut résoudre si l'on connaît la valeur initiale i_{L0} du courant à l'instant t_0 : nous la résoudrons dans le cas d'une source de tension sinusoïdale et d'une source continue. Une fois $i_L(t)$ connu, on peut obtenir les courants et les tensions dans les autres éléments.

Cours 2 : Comprendre et interpréter la solution ?

Le premier cours explicite comment résoudre mathématiquement les équations du circuit étudié dans le cas d'une source continue et d'une source sinusoïdale, mais n'éclaire pas le sens physique que revêt cette solution.

L'objet de ce deuxième cours porte sur l'interprétation des solutions obtenues : pour les deux cas étudiés, nous distinguerons un état initial (valeur des courants et tensions en t_0), un état final (valeur lorsque $t \rightarrow \infty$) et un régime transitoire. Dans le cas d'une source de tension continue, nous expliciterons même quelques astuces pour se faire une idée de la solution sans faire un calcul complet.

Cours 3 : Que faut-il faire s'il y a des interrupteurs ?

On étudie cette fois l'évolution au cours du temps des courants et tensions si le circuit étudié comporte deux interrupteurs qui s'ouvrent et se ferment à un des instants donnés.

Cours 4 : Quelques cas particuliers.

Leçon 3b : L'élément est une capacité

Comme pour l'inductance, l'équation de la capacité est une équation différentielle $i = C \frac{du}{dt}$. Cette fois, connaître le courant i à l'instant t permet de connaître la vitesse à laquelle u varie à cet instant (et non la valeur de u).

Cours 1 : Comment écrire et résoudre les équations ?

A nouveau, l'écriture des équations du circuit nous donne pour la tension u_c aux bornes de la capacité une équation différentielle du premier ordre, que l'on peut résoudre si l'on connaît la valeur u_{c0} à l'instant t_0 (on résoudra l'équation dans le cas d'une source continue et sinusoïdale). Une fois $u_c(t)$ connu, on peut obtenir tous les courants et tensions.

Cours 2 : Comprendre et interpréter la solution ?

Comment interpréter la solution obtenue dans ces deux cas ? On peut distinguer à chaque fois un état initial (valeur des courants et tensions en t_0), un état final (valeurs pour $t \rightarrow \infty$) et un régime transitoire.

Cours 3 : Que faut-il faire s'il y a des interrupteurs ?

On étudie cette fois l'évolution au cours du temps des courants et tensions si le circuit étudié comporte deux interrupteurs qui s'ouvrent et se ferment à un des instants donnés.

Cours 4 : Quelques cas particuliers.

Leçon 4 : qui comporte plusieurs sources et/ou capacité(s)

EXERCICES RÉSOLUS

Chapitre 4 : Étudier un circuit linéaire en régime sinusoïdal

NOTIONS THÉORIQUES

Ce chapitre a pour objet d'étudier le régime permanent qui s'établit dans un circuit lorsqu'il est alimenté par une source sinusoïdale.

Leçon 1 : Les grandeurs sinusoïdales

Cette leçon porte sur l'étude des grandeurs sinusoïdales en général, et sur la notion du vecteur tournant.

Cours 1 : Définition

Une grandeur est sinusoïdale si elle peut s'écrire $x = \cos(\omega t + \psi)$. Définition de l'amplitude de la pulsation et de la phase de la grandeur.

Cours 2 : Représentation vectorielle d'une grandeur sinusoïdale

Un vecteur de norme X , faisant un angle ψ avec l'axe horizontal en $t = 0$ et qui tourne à la vitesse ω dans le sens trigonométrique a une projection sur l'axe horizontal qui vaut : $x = X \cos(\omega t + \psi)$.
Connaître le vecteur tournant équivaut donc à connaître la grandeur sinusoïdale.

Cours 3 : Opérations sur les grandeurs sinusoïdales

Comment, au moyen des vecteurs tournants, additionner deux grandeurs sinusoïdales de même pulsation, multiplier une grandeur sinusoïdale par une constante, la dériver et l'intégrer ?

Cours 4 : La valeur efficace

Définition de la valeur efficace d'une grandeur sinusoïdale : employer la valeur efficace plutôt que l'amplitude facilitera le calcul des puissances.

Leçon 2 : Comportement d'un circuit en régime sinusoïdal

La notion de vecteur tournant procure-t-elle un outil efficace pour l'étude du comportement d'un circuit soumis à une source sinusoïdale ?

Cours 1 : Effet d'un courant sinusoïdal dans un élément R, L ou C

Quel est l'effet d'un courant sinusoïdal traversant un élément (R, L ou C) sur la tension aux bornes de cet élément ?

- Résistance parcourue par un courant sinusoïdal : le vecteur tournant qui représente la tension aux bornes de R s'obtient en multipliant par R le vecteur tournant qui représente i .
- Inductance parcourue par un courant sinusoïdal : le vecteur tournant qui représente la tension aux bornes de L s'obtient en multipliant par ωL le vecteur tournant qui représente i puis en le décalant de $+\pi/2$.
- Capacité : le vecteur tournant qui représente la tension aux bornes de C s'obtient en multipliant par $1/\omega C$ le vecteur tournant qui représente i puis en le décalant de $-\pi/2$.

Cours 2 : Le circuit R-L

Ce cours porte sur l'étude du circuit R-L : quel est l'effet d'un courant sinusoïdal sur une résistance et une inductance placées en série ? Le vecteur tournant représentant la tension u aux bornes des deux éléments $u = u_R + u_L$ est égal à la somme des deux vecteurs tournants représentant u_R et u_L . Ce vecteur correspond à la source de tension sinusoïdale e qu'il faudrait appliquer aux bornes des éléments R-L pour y faire circuler le courant i . Mais le problème est souvent inverse : si une source de tension sinusoïdale alimente une charge R-L, quelle est l'expression du courant qui va y circuler ? L'utilisation des vecteurs tournants nous permettra de trouver une méthode graphique et une méthode algébrique pour résoudre ce problème.

Cours 3 : Le circuit R-C

Le cours porte cette fois sur le circuit R-C

- Quel est l'effet d'un courant sinusoïdal sur une résistance et une capacité placées en série ?
- Si une source de tension sinusoïdale alimente une charge R-C, quelle est l'expression du courant qui va y circuler ?

Ces deux problèmes seront résolus au moyen des vecteurs tournants.

Cours 4 : Circuits plus complexes

On peut étendre les méthodes de résolution (méthode algébrique et méthode graphique) vues dans ces deux premiers cas à l'étude de circuits plus complexes.

Leçon 3 : La méthode des phaseurs

Les vecteurs tournants, tels que définis dans la première leçon, fournissent un outil efficace pour l'étude des circuits en régime sinusoïdal, comme l'a démontré la deuxième leçon. Ils restent cependant difficiles à manipuler d'un point de vue mathématique. Le passage aux nombres complexes facilitera grandement la résolution de tels circuits.

Cours 1 : Le substitut complexe d'une grandeur sinusoïdale

Si on suppose que l'axe horizontal est l'axe des réels et l'axe vertical est l'axe des imaginaires, on peut exprimer le vecteur tournant comme un nombre complexe

$$X \cos(\omega t + \psi) + jX \sin(\omega t + \psi)$$

dont la partie réelle est la grandeur sinusoïdale associée.

Ce nombre peut s'écrire $Xe^{j\psi}e^{j\omega t}$, qui représente le substitut complexe de la grandeur sinusoïdale.

- La grandeur complexe $Xe^{j\psi}$ contient les informations relatives à la phase et à l'amplitude de la grandeur sinusoïdale. On appelle cette grandeur le phaseur associé à la grandeur sinusoïdale et elle est notée \bar{X} .
- Le terme $e^{j\omega t}$ contient l'information sur la manière dont elle varie avec le temps. Les phaseurs permettent d'effectuer facilement des opérations telles qu'additionner deux grandeurs sinusoïdales, les multiplier par une constante, les dériver ou les intégrer.

Cours 2 : Les impédances

Retour à l'étude des circuits : comment exprimer la relation entre courant et tension dans les éléments R, L et C, cette fois en terme de phaseurs ?

En passant aux substituts complexes, les relations qui lient le phaseur \bar{U} (représentant la tension aux bornes d'un élément) au phaseur \bar{I} (représentant le courant qui y circule) sont toutes de la forme $\bar{U} = \bar{Z}\bar{I}$. C'est la loi d'Ohm généralisée, et la grandeur $\bar{Z} = R, j\omega L$ ou $-j/\omega C$ est appelée l'impédance de l'élément R, L ou C.

Cours 3 : Résolution d'un circuit par les phaseurs

Si on effectue la résolution d'un circuit par les phaseurs, c'est-à-dire que l'on remplace les tensions et les courants par les phaseurs correspondant :

- on conserve la loi des noeuds et la loi des mailles ;
- les relations aux bornes des éléments R, L et C sont toutes de la forme : $\bar{U} = \bar{Z}\bar{I}$.

On obtient un ensemble d'équations algébriques similaires à celles d'un circuit à courant continu ne comportant que des résistances (mais ces équations sont des équations sur des grandeurs complexes, ce qui rend le calcul plus ardu). On peut donc utiliser les mêmes techniques de résolution que pour les circuits à courant continu ne comportant que des résistances : mise en parallèle, dipôle de Thévenin et principe de superposition (s'il y a plusieurs sources).

EXERCICES RÉSOLUS