

Laboratoire virtuel : Étude d'une machine asynchrone à cage ¹

1. Examen de la plaque signalétique

La plaque signalétique porte les indications suivantes :

$$\begin{aligned}f &= 50 \text{ Hz} \\P_{Nom} &= 3,725 \text{ kW} \\U_{Nom} &= 220/380 \text{ V} \\I_{Nom} &= 14,2/8,2 \text{ A} \\N_{Nom} &= 1446 \text{ tr/min.} \\ \cos \varphi_{Nom} &= 0,8\end{aligned}$$

Question

- *Quelles sont les valeurs de la tension nominale de ligne et du courant nominal de ligne si la machine est connectée en triangle ?*
- *Quel est le nombre de paires de pôles ?*
- *Quel est le rendement nominal théorique de la machine ?*

Aide

- La puissance indiquée sur la plaque signalétique est la puissance mécanique utile du moteur.
- Les valeurs données pour les tensions et les courants sur la plaque signalétique sont des grandeurs de ligne.
- La vitesse de synchronisme est proche de la vitesse nominale et légèrement supérieure à celle-ci.

Réponse

$$\begin{aligned}U_{\ell, Nom} &= 220 \text{ V} \\I_{\ell, Nom} &= 14,2 \text{ A} \\p &= 2 \\ \eta_{Nom} &= 0,85\end{aligned}$$

¹**Avertissement** : Il est possible que quelques erreurs subsistent dans ce document par rapport à la version définitive du site. Si tel était le cas, n'hésitez pas à le signaler aux auteurs du site.

Démonstration

- En étoile, les tensions de ligne sont $\sqrt{3}$ fois plus grandes que les tensions de phase et les courants de ligne égaux aux courants de phase.

En triangle, les courants de ligne sont $\sqrt{3}$ fois plus grands que les courants de phase et les tensions de ligne égales aux tensions de phase.

Quel que soit le mode de connexion des enroulements on doit avoir au point de fonctionnement nominal les mêmes valeurs pour les tensions de phase et pour les courants de phase car ce sont les grandeurs qu'on trouve aux bornes des enroulements.

Par conséquent, en étoile la tension nominale de ligne sera $\sqrt{3}$ fois plus grande qu'en triangle et le courant de ligne $\sqrt{3}$ fois plus petit. On en déduit que :

- les valeurs $U_{\ell,Nom} = 380$ V, $I_{\ell,Nom} = 8,2$ A correspondent à la connexion étoile
- les valeurs $U_{\ell,Nom} = 220$ V, $I_{\ell,Nom} = 14,2$ A correspondent à la connexion triangle.

- La vitesse de synchronisme N_s exprimée en tours/min vaut :

$$N_s = \frac{60 \cdot f}{p} \text{tr/min}$$

où f est la fréquence du réseau et p le nombre de paires de pôles de la machine. Comme $f = 50$ Hz, on a :

$$N_s = 3000/p \text{ tr/min}$$

soit 3000 tr/min pour $p = 1$, 1500 tr/min pour $p = 2$, 1000 tr/min pour $p = 3$, ...

Comme la vitesse nominale du moteur est de 1446 tr/min, la vitesse de synchronisme ne peut être que 1500 tr/min; d'où $p = 2$.

- La puissance P_{Nom} est la puissance mécanique utile à la sortie. La puissance électrique absorbée au point de fonctionnement nominal peut s'écrire en fonction des tensions et courants de phase nominaux :

$$P_{elec,Nom} = 3U_{ph,Nom} \cdot I_{ph,Nom} \cdot \cos \varphi_{Nom}$$

Quelle que soit la connexion, on a $U_{ph,Nom} = 220$ V, $I_{ph,Nom} = 8,2$ A, d'où

$$P_{elec,Nom} = 3 \times 220 \times 8,2 \times 0,8 = 4329 \text{ W}$$

Le rendement est le rapport existant entre la puissance utile fournie et la puissance électrique absorbée :

$$\eta_{Nom} = \frac{P_{Nom}}{P_{elec,Nom}} = \frac{3725}{4329} = 0,86$$

2. Schéma équivalent monophasé étoile simplifié

On considère le cas où la machine est connectée en triangle au stator. Les valeurs nominales des tensions et des courants de ligne valent donc $V_{\ell,Nom} = 220$ V $I_{\ell,Nom} = 14,2$ A

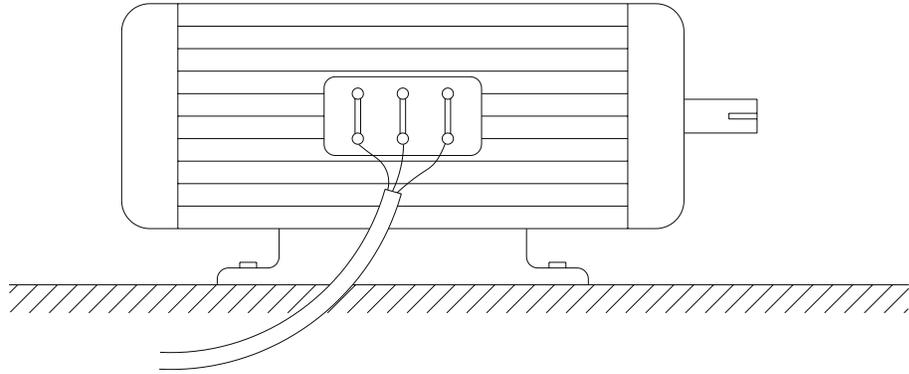


FIG. 1 –

2.1. Essai à rotor bloqué. Mesure en courant continu de la résistance R_s

Le rotor étant immobilisé, on règle la tension d'alimentation de manière à y faire circuler des courants de valeur efficace sensiblement égale à la valeur nominale. On utilise pour mesurer la puissance absorbée au stator, la méthode des deux wattmètres (figure 2). On peut lire sur les appareils, les indications suivantes :

- Voltmètre V : 32,5 V
- Ampèremètre A : 13,6 A
- Wattmètre W_1 : -25 W
- Wattmètre W_2 : +370 W

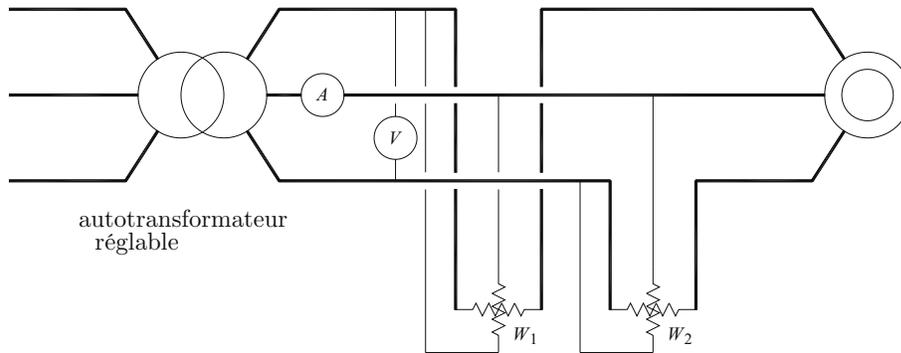


FIG. 2 –

La mesure en courant continu (par exemple à l'aide d'un ohmmètre) de la résistance R vue entre deux bornes d'alimentation du stator fournit $R = 0,5\Omega$.

Question

Déterminez à partir des mesures effectuées les éléments :

$$- R_e = R_s + R'_r$$

$$- X_e = \omega l_{cs} + \omega l'_{cr} = X_{cs} + X'_{cr}$$

du schéma équivalent monophasé simplifié de la machine.

Partagez la résistance R_e en ses parties R_s et R'_r .

Aide

Le rotor étant immobilisé, on notera que le glissement γ vaut 1 et que la résistance $R'_r \frac{1-\gamma}{\gamma}$ a donc une valeur nulle.

Réponse

$$R_e = 0,62 \Omega$$

$$R'_r = 0,37 \Omega$$

$$X_e = 1,23 \Omega$$

Démonstration

On utilise le schéma équivalent monophasé étoile simplifié où (figure 3) :

– on remplace la résistance $R'_r \frac{1-\gamma}{\gamma}$ par un court-circuit puisque γ vaut 1 ;

– on néglige l'impédance $jX_\mu = j\omega L_\mu$.

On en déduit que

$$V_s \cos \varphi = R_e I_s \quad \text{d'où} \quad R_e = \frac{V_s \cos \varphi}{I_s}$$

$$V_s \sin \varphi = X_e I_s \quad \text{d'où} \quad X_e = \frac{V_s \sin \varphi}{I_s}$$

Dans ces relations V_s et I_s sont les grandeurs de phase étoile correspondant aux grandeurs de ligne mesurées ; d'où

$$V_s = 32,5 / \sqrt{3} = 18,76 \text{ V}$$

$$I_s = 13,6 \text{ A}$$

La somme $W_1 + W_2$ correspond à la puissance totale absorbée par la machine ; on a donc :

$$W_1 + W_2 = 3V_s I_s \cos \varphi = 345 \text{ W}$$

D'où

$$\cos \varphi = 0,45$$

On obtient

$$R_e = \frac{V_s \cos \varphi}{I_s} = 0,62 \Omega$$

$$X_e = \frac{V_s \sin \varphi}{I_s} = 1,23 \Omega$$

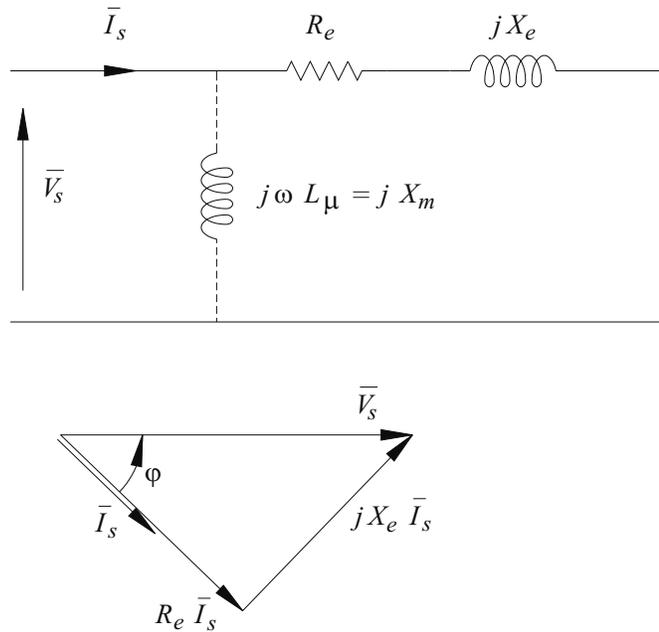


FIG. 3 –

On déduit R_s de la valeur mesurée en courant continu entre deux bornes d'alimentation statorique.

La résistance R_s vaut $R/2$ puisque pour la machine équivalente qui, connectée en étoile-étoile aurait le même comportement la résistance mesurée entre deux bornes d'alimentation vaudrait $2R_s$

La résistance R_r' vaut :

$$R_r' = R_e - R_s = 0,62 - 0,25 = 0,37 \Omega$$

Remarque : les valeurs de R_e et X_e sont celles de la machine étoile-étoile équivalente lorsque la machine est physiquement connectée en triangle au stator.

2.2. Essai à faible glissement

On alimente la machine sous sa tension de ligne nominale $V_{\ell, Nom}$, le rotor n'étant relié à aucune charge mécanique.

A vitesse stabilisée, on obtient les lectures suivantes :

Voltmètre $V = 220 \text{ V}$

Ampèremètre $A = 7,4 \text{ A}$

Wattmètre $W_1 = -1222 \text{ W}$

Wattmètre $W_2 = 1589 \text{ W}$

Une mesure stroboscopique de la vitesse indique que le moteur perd 3 tours par rapport à la vitesse de synchronisme en 48 secondes.

Question

Calculez l'impédance de magnétisation de la machine $jX_\mu = j\omega L_\mu$.

Réponse

$$jX_\mu = j\omega L_\mu = j17,3 \Omega$$

Démonstration

Comme la mesure stroboscopique indique que le moteur a perdu 3 tours/min en 48 secondes, le nombre n de tours perdus par minute par rapport à la vitesse de synchronisme vaut :

$$n = \frac{3 \times 60}{48} = 3,75 \text{ tr/min}$$

La vitesse de rotation du moteur est égale à

$$N = N_s - n = 1496,25 \text{ tr/min}$$

Le glissement γ vaut :

$$\gamma = \frac{N_s - N}{N_s} = \frac{n}{N_s} = 0,0025$$

Connaissant le glissement on peut calculer la valeur de $R'_r \frac{1-\gamma}{\gamma}$

$$R'_r \frac{1-\gamma}{\gamma} = 147,6 \Omega$$

La branche R_e , jX_e , $R'_r \frac{1-\gamma}{\gamma}$ du schéma équivalent simplifié (Figure 4) présente donc une impédance \bar{Z}_R égale à

$$\bar{Z}_R = R_e + jX_e + R'_r \frac{1-\gamma}{\gamma} = (148,3 + j1,23) \Omega$$

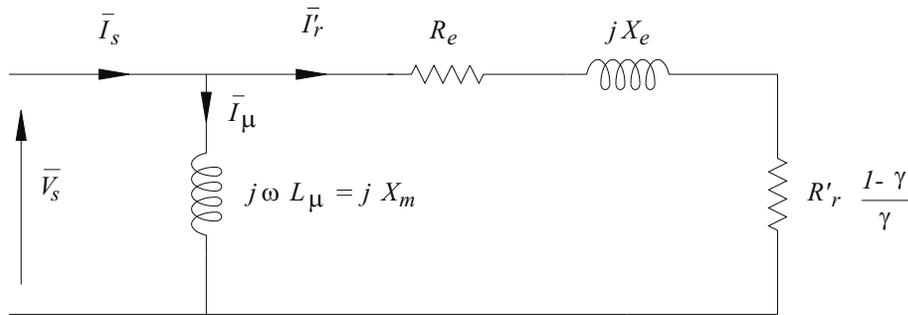


FIG. 4 –

On ne commet pas d'erreur significative en négligeant jX_e devant $R_e + R'_r(1-\gamma)/\gamma$, c'est à dire en supposant cette branche purement résistive. Le schéma équivalent simplifié se réduit alors à celui de la figure 5.

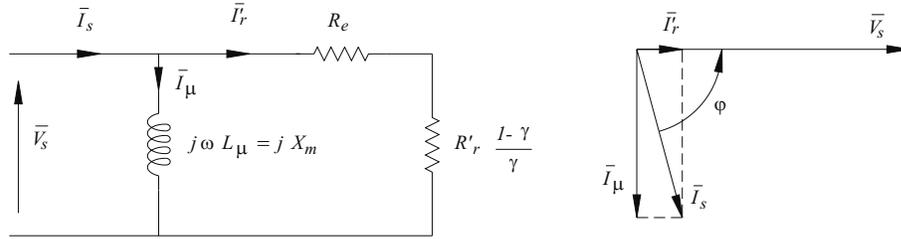


FIG. 5 -

On a :

$$I_{\mu} = I_s \sin \varphi = \frac{V_s}{X_{\mu}} \implies X_{\mu} = \frac{V_s}{I_s \sin \varphi}$$

V_s et I_s sont les valeurs efficaces de la tension de phase étoile et du courant de phase étoile correspondant à la tension de ligne et au courant de ligne mesurés, d'où

$$V_s = 220/\sqrt{3} = 127 \text{ V} \quad I_s = 7,4 \text{ A}$$

La puissance absorbée par la machine égale à $W_1 + W_2$ vaut :

$$W_1 + W_2 = 3V_s I_s \cos \varphi = 367 \text{ W}$$

D'où

$$\cos \varphi = \frac{W_1 + W_2}{3V_s I_s} = 0,13$$

$$\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = 0,99$$

On a

$$X_{\mu} = \frac{V_s}{I_s \sin \varphi} = 17,3 \Omega$$

Remarques :

- La valeur de X_{μ} est celle de l'impédance de magnétisation de la machine étoile-étoile équivalente lorsque la machine est physiquement connectée en triangle au stator.
- En utilisant le schéma équivalent où on néglige X_e devant $R_e + R'_r(1-\gamma)/\gamma$ (figure), on obtient sous la tension de 127 V
 - un courant I_s égal à

$$I_s = \left[\left(\frac{V_s}{X_{\mu}} \right)^2 + \left(\frac{V_s}{R_e + R'_r \frac{1-\gamma}{\gamma}} \right)^2 \right] = 7,39 \text{ A}$$

- une puissance absorbée de

$$P = \frac{3V_s^2}{R_e + R'_r \frac{1-\gamma}{\gamma}} = 326 \text{ W}$$

au lieu de 367 W

L'écart par rapport aux valeurs mesurées provient principalement de l'approximation liée à l'emploi du schéma équivalent simplifié.

3. Valeurs du couple de démarrage et du couple nominal

Question

On alimente la machine à partir d'un réseau dont les tensions de ligne ont une valeur efficace de 220 V.

1. Pour une connexion en triangle de la machine, calculez à partir du schéma équivalent simplifié :

- *la valeur théorique du couple à l'arrêt (couple de démarrage) ;*
- *la valeur théorique du couple électromagnétique à la vitesse nominale.*

Déterminez dans les deux cas les valeurs efficaces des courants de ligne correspondant.

2. Pour une connexion en étoile de la machine, qu'elle est la valeur théorique du couple à l'arrêt et du courant de ligne correspondant.

Aide

La puissance convertie d'énergie électrique en énergie mécanique $P_{e \rightarrow m}$ correspond à trois fois la puissance dissipée dans la résistance $R'_r \frac{1-\gamma}{\gamma}$ du schéma équivalent.

Réponse

1.

- Le couple à l'arrêt est de 60,1 Nm. Le courant de ligne correspondant est de 98,6 A.
- Le couple à la vitesse nominale vaut 28,2 Nm. Le courant de ligne correspondant vaut 14,5 A.

2. Le couple à l'arrêt est de 20 Nm pour un courant de ligne de 32,9 A.

Remarques :

- Le courant de ligne au démarrage est 7 fois plus élevé que sa valeur nominale.
- En calculant le courant de ligne à la vitesse nominale à partir du schéma équivalent monophasé simplifié de la machine, on obtient une valeur légèrement différente (14,5 A) de la valeur nominale mentionnée sur la plaque signalétique. De même la valeur du couple électromagnétique est entachée d'une légère erreur, mais cette erreur est plus difficile à déterminer car elle nécessiterait de connaître le couple de frottement correspondant aux pertes mécaniques internes à la machine pour en déduire une valeur théorique du couple utile et la comparer à celle calculée à partir de la puissance utile à la vitesse nominale. Les différences proviennent de l'approximation liée à l'utilisation du schéma équivalent monophasé simplifié de la machine et des simplifications faites lors du calcul des paramètres de ce schéma.
- Si on alimentait la machine sous une tension de ligne de 380 V lorsqu'elle est connectée en étoile, on retrouverait, pour toute valeur de γ , la même valeur du couple que dans le cas où la machine est connectée en triangle et alimentée sous une tension de ligne de 220 V, mais avec un courant de ligne $\sqrt{3}$ fois plus petit.

Démonstration

1. Pour calculer les valeurs du couple et du courant de ligne statorique, on utilise le schéma équivalent étoile simplifié dont on a calculé précédemment les valeurs des paramètres à partir d'un essai à rotor bloqué et d'un essai à vide sous tension nominale (figure 6).

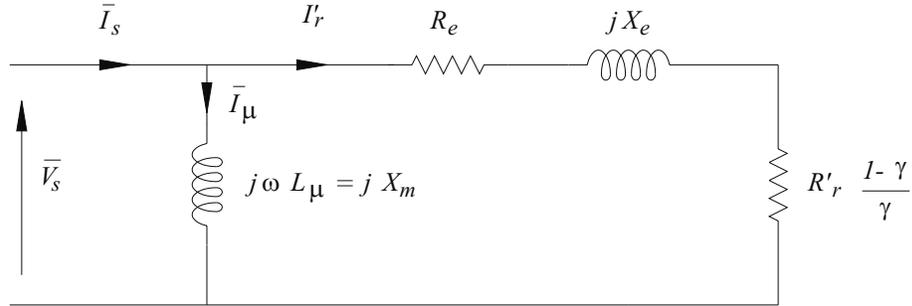


FIG. 6 –

Comme la machine est connectée en triangle au stator, les valeurs des paramètres de ce schéma sont celles de la machine étoile équivalente, c'est-à-dire de la machine qui connectée en étoile au stator et au rotor aurait sous la même tension de ligne le même comportement que la machine testée.

Les valeurs des paramètres du schéma étoile équivalent sont :

$$R_s = 0,25 \Omega$$

$$R'_r = 0,37 \Omega$$

$$X_e = 1,23 \Omega$$

$$X_\mu = 17,3 \Omega$$

La machine ayant deux paires de pôles, la vitesse de synchronisme vaut :

$$\frac{\omega_\infty}{p} = \frac{1500 \times 2\pi}{60} = 157 \text{ rad/s.}$$

La valeur efficace de la tension de phase V_s qu'il faut appliquer à ce schéma est $\sqrt{3}$ fois plus petite que la tension de ligne. Elle est donc égale à $220\text{V}/\sqrt{3} = 127 \text{ V}$. Le courant de phase I_s calculé à partir de ce schéma est égal au courant de ligne absorbé par la machine puisqu'en étoile le courant de ligne est égal au courant de phase.

La puissance convertie d'énergie électrique en énergie mécanique vaut trois fois la puissance dissipée dans la résistance $R'_r \frac{1-\gamma}{\gamma}$ du schéma équivalent (figure 6) :

$$P_{e \rightarrow m} = 3R'_r \cdot \frac{1-\gamma}{\gamma} \cdot I_r^2$$

À partir de ce schéma, on calcule :

$$I_r^2 = \frac{V_s^2}{\left(R_s + \frac{R'_r}{\gamma}\right)^2 + X_e^2}$$

D'où :

$$P_{e \rightarrow m} = 3R'_r \cdot \frac{1-\gamma}{\gamma} \cdot \frac{V_s^2}{\left(R_s + \frac{R'_r}{\gamma}\right)^2 + X_e^2}$$

Le couple électromagnétique s'obtient en divisant la puissance $P_{e \rightarrow m}$ par la vitesse de rotation $\omega_m = (1 - \gamma) \cdot \frac{\omega_\infty}{p}$ où $\frac{\omega_\infty}{p}$ est la vitesse de synchronisme. Il s'exprime donc en fonction du glissement par :

$$C_{em} = \frac{3pR'_r}{\gamma\omega_\infty} \cdot \frac{V_s^2}{(R_s + \frac{R'_r}{\gamma})^2 + X_e^2}$$

ou encore en multipliant le numérateur et le dénominateur de cette expression par γ^2

$$C_{em} = \frac{3pR'_r\gamma}{\omega_\infty} \cdot \frac{V_s^2}{(\gamma R_s + R'_r)^2 + (\gamma X_e)^2}$$

La valeur efficace du courant de ligne correspondant est de :

$$\bar{I}_s = \bar{I}_\mu + \bar{I}'_r = \frac{\bar{V}_s}{\left(R_s + \frac{R'_r}{\gamma}\right) + jX_e} + \frac{\bar{V}_s}{jX_\mu}$$

D'où :

$$\bar{I}_s = \frac{\bar{V}_s \cdot \left[\left(R_s + \frac{R'_r}{\gamma}\right) + j(X_e + X_\mu) \right]}{jX_\mu \cdot \left[\left(R_s + \frac{R'_r}{\gamma}\right) + jX_e \right]}$$

ou encore :

$$I_s = \frac{V_s \cdot \left[\left(R_s + \frac{R'_r}{\gamma}\right)^2 + (X_e + X_\mu)^2 \right]^{1/2}}{X_\mu \cdot \left[\left(R_s + \frac{R'_r}{\gamma}\right)^2 + X_e^2 \right]^{1/2}}$$

1.1. À l'arrêt (pour $\gamma = 1$) le couple électromagnétique vaut :

$$C_{em} = \frac{1.11}{157} \cdot \frac{(127)^2}{(0,25 + 0,37)^2 + (1,23)^2} = 60,1 \text{ Nm}$$

Le courant de ligne correspondant est égal à :

$$I_s = \frac{127 \times [(0,25 + 0,37)^2 + (1,23 + 1,23)^2]^{1/2}}{1,23 \times [(0,25 + 0,37)^2 + (1,23)^2]^{1/2}} = 98,6 \text{ A}$$

1.2. La vitesse nominale est égale à 1446 t/min. À vitesse nominale le glissement vaut :

$$\gamma = \frac{1500 - 1446}{1500} = 0,036$$

D'où la valeur du couple à vitesse nominale :

$$C_{em,Nom} = \frac{1.11 \times 0,036}{157} \cdot \frac{(127)^2}{(0,009 + 0,37)^2 + 0,44^2} = 28,2 \text{ Nm}$$

Le courant de ligne correspondant est égal à :

$$I_{s,Nom} = \frac{127 \times [(0,25 + 10,3)^2 + (1,23 + 1,23)^2]^{1/2}}{1,23 \times [(0,25 + 10,3)^2 + (1,23)^2]^{1/2}} = 14,5 \text{ A}$$

Remarques

- On obtient une valeur du courant nominal de la machine légèrement différente de celle indiquée sur la plaque signalétique (14,2 A). La différence provient de l'approximation liée à l'utilisation du schéma équivalent monophasé simplifié de la machine et des approximations faites lors du calcul des paramètres de ce circuit.
- Le couple utile à l'arbre est égal au couple électromagnétique diminué du couple C_p correspondant aux pertes mécaniques internes à la machine. On peut estimer le couple C_p en supposant qu'il est sensiblement égal au couple électromagnétique développé par la machine lors de l'essai à vide car la vitesse varie peu de la marche à vide à la vitesse nominale.

Lors de l'essai à vide la puissance dissipée dans les résistances $R'_r(1-\gamma)/\gamma$ correspond au couple de pertes mécaniques multipliées par la vitesse de rotation.

Comme lors de cet essai

– le glissement vaut 0,0025

– la puissance $\frac{3V_s^2}{R_e + R'_r \frac{(1-\gamma)}{\gamma}}$ vaut approximativement 326 W

on a

$$C_p = \frac{326}{157 \cdot (1 - 0,0025)} = 2 \text{ Nm}$$

D'où le couple utile théorique à vitesse nominale $C_{u,Nom}$

$$C_{u,Nom} = C_{em,Nom} - C_p \simeq 28,2 - 2 = 26,2 \text{ Nm}$$

A partir des données de la plaque signalétique, on peut calculer le couple utile à partir de la relation

$$P_{ut,Nom} = C_{u,Nom} \cdot \omega_{m,Nom}$$

avec

$$\omega_{m,Nom} = \frac{1446}{1500} \cdot \frac{2\pi}{60} \text{ rad/s}$$

$$P_{ut,Nom} = 3725 \text{ W.}$$

On a $C_{u,Nom} = 24,6 \text{ Nm}$. Ici aussi l'erreur commise provient de l'approximation liée à l'utilisation du schéma équivalent simplifié et de simplifications faites lors du calcul des paramètres de ce schéma.

2. Si la machine est connectée en étoile à neutre isolé le schéma équivalent monophasé étoile fournit l'impédance que présente chacune des phases de la machine.

Si la machine est connectée en triangle le schéma équivalent monophasé étoile fournit une impédance égale à 1/3 de l'impédance réellement présentée par chacune des phases (voir transformation étoile triangle → glossaire).

Le schéma équivalent monophasé étoile lorsque la machine est connectée en étoile s'obtient donc en multipliant par 3 les valeurs de tous les éléments du schéma monophasé étoile équivalent représentant la machine lorsqu'elle est connectée en triangle.

On trouve donc le courant absorbé à l'arrêt et le couple développé à l'arrêt lorsque la machine est alimentée sous une tension de ligne de 220 V en appliquant une tension $V_s = 220/\sqrt{3} = 127 \text{ V}$ au schéma de la figure 6 en y posant

$$R_s = 0,75 \Omega$$

$$R'_r = 1,11 \Omega$$

$$X_e = 3,69 \Omega$$

$$X_\mu = 51,9 \Omega$$

$$\gamma = 1$$

On a

$$C_{em} = 20 \text{ Nm}$$

$$I_s = 32,9 \text{ A}$$

Le courant de ligne absorbé et le couple développé sont égaux au tiers de la valeur qu'ils avaient pour une connexion en triangle du stator.

Remarque

Si on alimentait la machine sous une tension de 380 V lorsqu'elle est connectée en étoile au stator, on aurait $V_s = 380/\sqrt{3} = 220 \text{ V}$.

D'où :

$$C_{em} = 60 \text{ Nm}$$

$$I_s = 55,6 \text{ A}$$

C'est-à-dire

– le même couple

– un courant $\sqrt{3}$ fois plus petit

que pour une alimentation sous une tension de 220 V et une connexion triangle des enroulements.

4. Comportement en charge

Question

1. *Quelle est l'erreur commise sur la valeur de la vitesse à laquelle le couple électromagnétique atteint sa valeur nominale théorique si on approxime la caractéristique couple-vitesse dans la zone utile de fonctionnement par sa tangente au point correspondant à la vitesse de synchronisme ?*
2. *Sur la base de cette approximation de la caractéristique couple-vitesse, calculez la valeur efficace du courant absorbé au réseau et le $\cos \varphi$ lorsque le point de fonctionnement correspond à un couple électromagnétique égal à*
 - *25% du couple nominal théorique*
 - *50% du couple nominal théorique*
 - *75% du couple nominal théorique*

Réponse

1. L'erreur commise sur la vitesse au couple électromagnétique nominal théorique, obtenue en approximant la caractéristique par sa tangente, est de 3 tr/min. Cette approximation est donc tout à fait acceptable pour l'étude du comportement de la machine dans la zone utile de fonctionnement, à savoir dans la zone des faibles glissements ($\gamma < \gamma_{Nom}$).

2.1. Pour $C_{em} = 0,25 \times C_{em,Nom} = 7,05 \text{ Nm}$

$$I_s = 7,94 \text{ A}$$

$$\cos \varphi = 0,364$$

2.2. Pour $C_{em} = 0,5 \times C_{em,Nom} = 14,1 \text{ Nm}$

$$I_s = 9,56 \text{ A}$$

$$\cos \varphi = 0,6$$

2.3. Pour $C_{em} = 0,75 \times C_{em,Nom} = 21,15 \text{ Nm}$

$$I_s = 11,7 \text{ A}$$

$$\cos \varphi = 0,727$$

Remarque.

On constate que le $\cos \varphi$ de la machine n'est jamais bon et qu'il est d'autant plus mauvais que la machine est peu chargée. On a donc tout intérêt à choisir la machine en fonction de la charge à entraîner de manière à ce que le point de fonctionnement en régime soit proche du point de fonctionnement nominal. Mais, dans ce cas comme on peut le voir dans le laboratoire virtuel où on étudie le démarrage direct du moteur asynchrone à partir du réseau, si la charge présente un moment d'inertie important, on risque d'avoir une dissipation d'énergie excessive au rotor durant le démarrage. Dans ce cas, il faut utiliser une procédure de démarrage qui permette de limiter les pertes au rotor en alimentant par exemple la machine par un onduleur de tension travaillant à U/f imposé.

Démonstration

1. Sur la base du schéma équivalent monophasé simplifié, on a montré que le couple électromagnétique s'écrivait en fonction du glissement :

$$C_{em} = \frac{3pR_r'\gamma}{\omega_\infty} \frac{V_s^2}{(\gamma R_s + R_r')^2 + (\gamma X_e)^2}$$

Sa dérivée en fonction de γ s'écrit

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_{em}}{\partial \gamma} &= \frac{3pR_r'V_s^2}{\omega_\infty} \frac{(\gamma R_s + R_r')^2 + (\gamma X_e)^2 - \gamma(2\gamma R_s + 2R_sR_r' + 2\gamma X_e)}{[(\gamma R_s + R_r')^2 + (\gamma X_e)^2]^2} \\ &= \frac{3pR_r'V_s^2}{\omega_\infty} \frac{-\gamma^2(R_s^2 + X_e^2) + R_r'^2}{[\gamma^2(R_s^2 + X_e^2) + 2\gamma R_sR_r' + R_r'^2]^2} \end{aligned}$$

soit

$$\frac{\partial C_{em}}{\partial \gamma} = \frac{114(-1,58\gamma^2 + 0,137)}{(1,58\gamma^2 + 0,185\gamma + 0,137)^2}$$

À la vitesse de synchronisme (pour $\gamma = 0$), $\partial C_{em}/\partial \gamma$ vaut :

$$\left(\frac{\partial C_{em}}{\partial \gamma}\right)_{\gamma=0} = \frac{114(0,137)}{(0,137)^2} = 832$$

Si on approxime la courbe $C_{em}-\gamma$ aux environs de la vitesse de synchronisme par sa tangente prise au point $\gamma = 0$, on a :

$$C_{em} = 832 \gamma \text{ (Nm)}$$

soit pour la caractéristique couple-vitesse :

$$C_{em} = 832 \left(1 - \frac{p\omega_m}{\omega_\infty}\right) \text{ (Nm)}$$

Pour la valeur nominale $C_{em,Nom} = 28,17 \text{ Nm}$ du couple, l'approximation de la caractéristique couple-glissement par sa tangente donne :

$$\gamma_{Nom} = \frac{28,17}{832} = 0,034$$

soit une vitesse de rotation de 1449 tr/min au lieu de 1446 tr/min.

2.1. Pour $C_{em} = 0,25 \times C_{em,Nom}$, on a :

$$C_{em} = 0,25 \times 28,2 = 7,05 \text{ Nm}$$

D'où :

$$\gamma = \frac{7,05}{832} = 0,0085$$

La résistance $R'_r \frac{1-\gamma}{\gamma}$ du schéma équivalent monophasé simplifié vaut :

$$R'_r \frac{1-\gamma}{\gamma} = 0,37 \times \frac{1-0,0085}{0,0085} = 43,15 \Omega$$

Le courant \bar{I}_s est la somme du courant \bar{I}_μ et du courant I'_r (figure 7) . Le courant \bar{I}_μ est déphasé de $\pi/2$ en arrière par rapport à \bar{V}_s et a une valeur efficace égale à

$$I_s = \frac{V_s}{X_\mu} = \frac{127}{17,34} = 7,32 \text{ A.}$$

Le courant \bar{I}'_r a une valeur efficace égale à

$$I'_r = \frac{V_s}{\left[(R_s + \frac{R'_r}{\gamma})^2 + X_e^2\right]^{1/2}}$$

Soit

$$I'_r = \frac{127}{\left[(0,25 + \frac{0,37}{0,0085})^2 + (1,23)^2\right]^{1/2}} = 2,89 \text{ A}$$

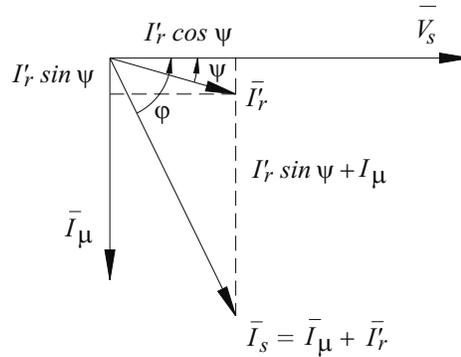
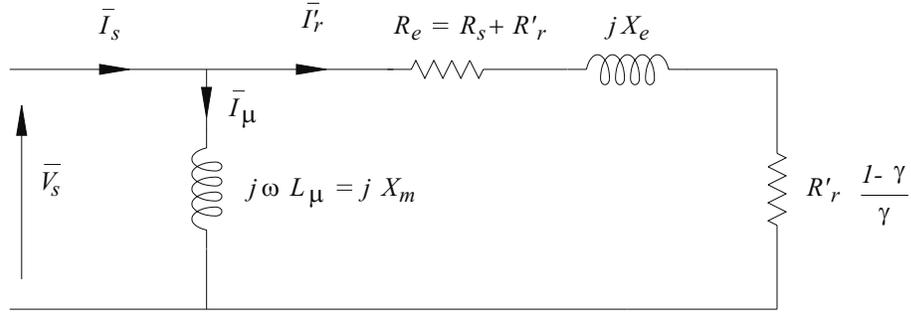


FIG. 7 -

il est déphasé en arrière sur V_s d'un angle ψ égal à

$$\psi = \arctan \left(\frac{X_e}{R_s + \frac{R'_r}{\gamma}} \right)$$

soit

$$\psi = \arctan \left(\frac{1,23}{43,78} \right) = 1,61^\circ$$

La composante $I'_r \cos \psi$ de \bar{I}'_r en phase avec V_s vaut :

$$I'_r \cos \psi = 2,889 \text{ A}$$

La composante $I'_r \sin \psi$ de I'_r en quadrature avec V_s vaut :

$$I'_r \sin \psi = 0,08 \text{ A}$$

La composante de $\bar{I}_s = \bar{I}'_r + \bar{I}'_\mu$ en phase avec \bar{V}_s vaut $\bar{I}_s \cos \varphi = I'_r \cos \psi$.
La composante de \bar{I}_s en quadrature avec \bar{V}_s vaut $\bar{I}_s \sin \varphi = I'_\mu + I'_r \sin \psi$.

On a :

$$I_s \cos \varphi = 2,889 \text{ A}$$

$$I_s \sin \varphi = 7,4 \text{ A}$$

D'où

$$I_s = 7,945 \text{ A}$$

$$\varphi = \arctan \frac{I_s \sin \varphi}{I_s \cos \varphi} = 68,67^\circ$$

$$\cos \varphi = 0,364$$

2.2 et **2.3.** Le calcul est similaire pour $C_{em} = 0,5 \times C_{em,Nom}$ et $0,75 \times C_{em,Nom}$.