

Laboratoire virtuel : Étude un haut-parleur électrodynamique

La figure 1 donne une vue en coupe d'un haut-parleur électrodynamique. Ce dispositif, qui présente une symétrie de révolution, comporte :

- un noyau en matériau ferromagnétique ;
- un aimant permanent magnétisé dans le sens axial (c'est-à-dire suivant l'axe x) ;
- une bobine mobile comportant n spires, située au milieu de l'entrefer.

La bobine mobile est solidaire de la membrane dont elle commande le mouvement en vue de créer des ondes de pression et de produire un son.

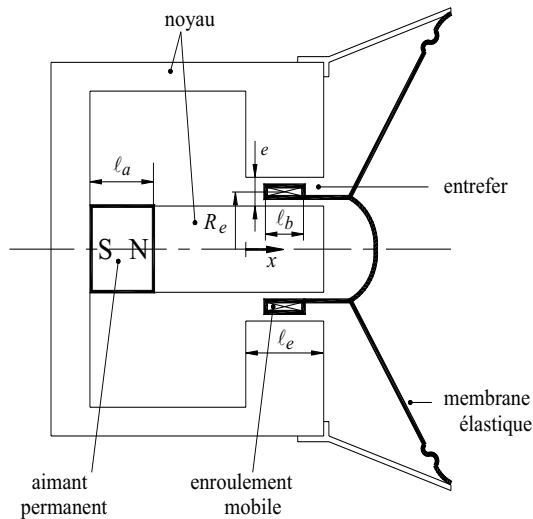


FIG. 1 –

R_e est le rayon moyen de l'entrefer et donc le rayon d'une spire
 e est l'épaisseur de l'entrefer
 l_e est la longueur axiale de l'entrefer
 l_b est la longueur axiale de la bobine
 l_a est la longueur axiale de l'aimant.

La caractéristique $B - H$ de l'aimant est représentée à la figure 2.

On supposera que le point de fonctionnement de l'aimant est situé dans la zone où on peut approximer cette caractéristique par la droite d'équation $B_a = B_{a0} + \mu_a H_a$.

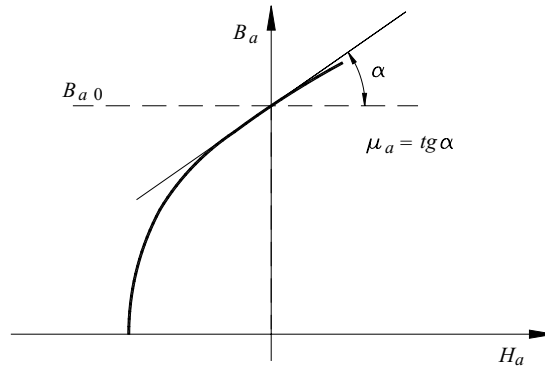


FIG. 2 –

La force qu'exerce la bobine mobile sur la membrane lorsqu'elle est parcourue par un courant i est essentiellement d'origine électrodynamique et provient de l'interaction du courant i avec le champ créé par les aimants (et donc avec le flux intercepté par la bobine dû à ce champ). Elle comporte également un terme d'origine réluctante dû aux variations de l'inductance propre de la bobine avec sa position. Ce terme est normalement négligeable devant le terme d'origine électrodynamique.

Question 1

Calculez la force d'origine électrodynamique qui s'exerce sur la bobine, suivant le sens de x positif, lorsqu'elle est parcourue par un courant i et reste entièrement située dans l'entrefer (supposez la perméabilité du fer infinie, l'entrefer mince et la magnétisation de l'aimant uniforme).

Aide

Si la perméabilité du fer est infinie, le champ \vec{H} dans le fer est nul et le champ \vec{B} aux surfaces de séparation du fer et de l'entrefer est perpendiculaire à ces surfaces et donc purement radial.

Si l'entrefer est mince, on peut admettre que les lignes de champ sont radiales dans tout l'entrefer et que le long de chaque ligne \vec{B} y a une valeur constante.

Réponse

$$F = B_e 2\pi R_e n i = \frac{B_{a0} S_a}{\ell_e} \left(1 - \frac{\mu_a}{\mu_a + \mu_0 \frac{\ell_a}{e} \frac{2\pi R_e \ell_e}{S_a}} \right) n i$$

avec S_a , section droite de l'aimant ($S_a = \pi(R_e - e/2)^2$).

Démonstration

Deux méthodes de calcul peuvent être utilisées pour calculer la force d'origine électrodynamique qui s'exerce sur la bobine dans le sens des x positifs. La première est basée sur la loi Bli puisque les conducteurs qui forment la bobine sont soumis au champ d'entrefer \vec{B}_e . La deuxième est basée sur le calcul de la variation de la coénergie en fonction de la position.

1ère méthode

Pour calculer la valeur du champ \vec{B}_e en tout point de l'entrefer, on utilise le théorème d'Ampère appliqué à un contour traversant radialement l'entrefer et axialement l'aimant (figure 3). On a

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = H_a \ell_a + H_e e = 0 \quad (1)$$

puisqu'on suppose que :

- la perméabilité du fer est infinie et donc que le champ H dans le fer est nul
- le champ H_a dans l'aimant est uniforme et purement axial.

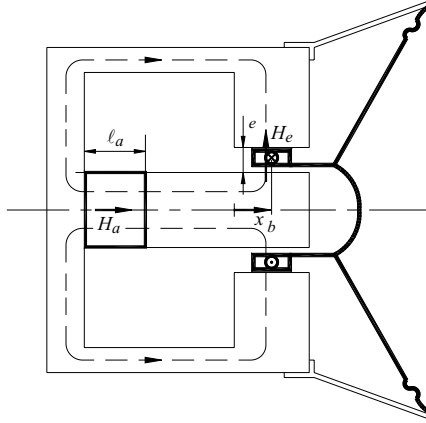


FIG. 3 –

On déduit de (1) que le champ \vec{H}_e a la même valeur H_e en tout point de l'entrefer et que cette valeur est égale à

$$H_e = \frac{-H_a \ell_a}{e}. \quad (2)$$

Du champ \vec{H}_e dans l'entrefer on passe à la valeur du champ \vec{B}_e par la relation $\vec{B}_e = \mu_0 \vec{H}_e$. Le flux ψ qui traverse l'entrefer est égal à

$$\psi = \int_S \vec{B} d\vec{S} \quad (3)$$

Comme \vec{B}_e est purement radial et de valeur constante en tout point de l'entrefer, on a :

$$\psi = B_e 2\pi R_e \ell_e \quad (4)$$

Le flux ψ se referme à travers le noyau et l'aimant. Le flux à travers l'aimant vaut $B_a S_a$, où S_a est la section droite de l'aimant (égale à $\pi(R_e - e/2)^2$); d'où :

$$\psi = B_e 2\pi R_e \ell_e = B_a S_a \quad (5)$$

On en déduit la relation suivante :

$$B_a = \frac{B_e 2\pi R_e \ell_e}{S_a} \quad (6)$$

En combinant (6) avec (2), on a, compte tenu de ce que $B_e = \mu_0 H_e$, :

$$B_a = \frac{-\mu_0 H_a \ell_a}{e} \frac{2\pi R_e \ell_e}{S_a} \quad (7)$$

L'équation (7) fournit une relation liant B_a à H_a .

On dispose d'une deuxième relation qui est la caractéristique $B_a(H_a)$ de l'aimant

$$B_a = B_{a0} + \mu_a H_a \quad (8)$$

D'où, au point de fonctionnement correspondant à l'intersection des deux droites données par (7) et (8) (cf. figure 4) :

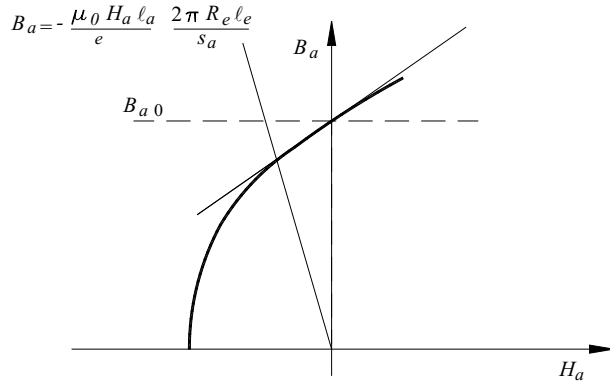


FIG. 4 -

$$B_a = B_{a0} \left(1 - \frac{\mu_a}{\mu_a + \mu_0} \frac{\ell_a}{e} \frac{2\pi R_e \ell_e}{S_a} \right) = \frac{B_{a0}}{1 + \frac{\mu_a e S_a}{\mu_0 \ell_a 2\pi R_e \ell_e}} \quad (9)$$

et donc

$$B_e = \frac{B_a S_a}{2\pi R_e \ell_e} = \frac{B_{a0} S_a}{2\pi R_e \ell_e} \left(1 - \frac{\mu_a}{\mu_a + \mu_0} \frac{\ell_a}{e} \frac{2\pi R_e \ell_e}{S_a} \right) \quad (10)$$

Si le courant i qui y circule est considéré comme positif lorsqu'il traverse le plan de coupe de la figure 1 comme indiqué (c'est-à-dire de l'avant vers l'arrière dans la partie située au-dessus

de l'axe de symétrie, de l'arrière vers l'avant dans la partie située en-dessous), la force \vec{F} d'origine électrodynamique que développe dans le sens des x positifs une spire vaut :

$$F_{sp} = B_e 2\pi R_e i \quad (11)$$

où $2\pi R_e$ est la longueur de la spire.

Comme la bobine comporte n spires, la force totale F est égale à :

$$F = B_e 2\pi R_e n i = \frac{B_{a0} S_a}{\ell_e} \left(1 - \frac{\mu_a}{\mu_a + \mu_0 \frac{\ell_a}{e} \frac{2\pi R_e \ell_e}{S_a}} \right) n i \quad (12)$$

2ème méthode

Le calcul du champ d'entrefer B_e s'opère de la même manière que pour la première méthode. En tout point de l'entrefer le champ \vec{B}_e est radial et sa valeur est égale à (figure 1) :

$$B_e = \frac{B_{a0} S_a}{2\pi R_e \ell_e} \left(1 - \frac{\mu_a}{\mu_a + \mu_0 \frac{\ell_a}{e} \frac{2\pi R_e \ell_e}{S_a}} \right) \quad (13)$$

Le flux dû à l'aimant qui traverse une section droite du noyau située en x , ($0 < x < \ell_e$) est égal au flux qui traverse l'entrefer de x à ℓ_e (figure 5) :

$$\phi(x) = 2\pi R_e (\ell_e - x) B_e \quad (14)$$

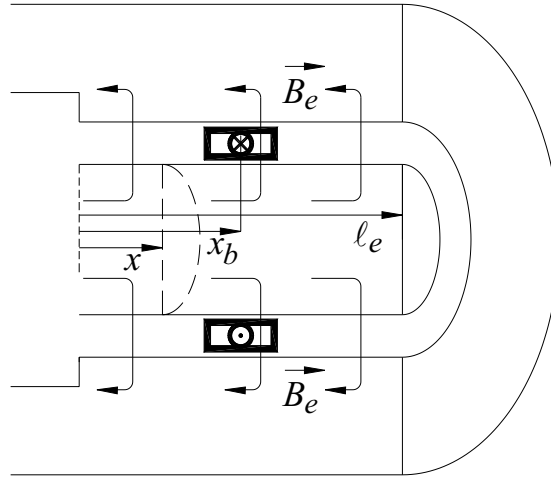


FIG. 5 -

Il circule dans le sens des x positifs. Ce flux est au signe près le flux dû à l'aimant qui traverse une spire du bobinage lorsqu'elle est située à la même position, si on choisit comme sens positif de parcours du courant celui indiqué à la figure 2.

Le flux ψ_0 à travers la bobine vaut, lorsque son point milieu occupe une position x_b (figure 3) :

$$\psi_0 = \int_{x_b - \ell_b/2}^{x_b + \ell_b/2} -(\ell_e - x) \frac{B_{a0} S_a}{\ell_e} \left(1 - \frac{\mu_a}{\mu_a + \mu_0} \frac{\ell_a}{e} \frac{2\pi R_e \ell_e}{S_a}\right) \frac{ndx}{\ell_b} \quad (15)$$

Ceci donne

$$\psi_0(x) = -\frac{nB_{a0} S_a}{\ell_e} \left(1 - \frac{\mu_a}{\mu_a + \mu_0} \frac{\ell_a}{e} \frac{2\pi R_e \ell_e}{S_a}\right) (\ell_e - x_b) \quad (16)$$

Le flux total induit dans la bobine est égal à :

$$\psi(x) = \psi_0(x) + L_b i \quad (17)$$

où L_b est l'inductance propre de la bobine. Par analogie avec (2.45) (cf. chapitre 2, § 2.6 du livre) la coénergie magnétique s'écrit :

$$W_{cmag} = W_{cmag0} + \int_i^0 \psi(i) di = W_{cmag0} + \psi_0 i + \frac{1}{2} L_b i^2 \quad (18)$$

Le terme W_{mag0} qui est égal à la coénergie à courant nulle (ou encore à l'opposé de l'énergie magnétique stockée à courant nul) est un terme indépendant de la position de la bobine mobile puisque le circuit magnétique vu par l'aimant est invariant vis-à-vis de la position de celle-ci.

La force qui s'exerce sur la bobine qui s'écrit comme étant la dérivée partielle de la coénergie par rapport à la position de la bobine vaut donc :

$$F = \frac{\partial W_{cmag}}{\partial x} = \frac{\partial \psi_0}{\partial x} i + \frac{1}{2} \frac{\partial L_b}{\partial x} x \quad (19)$$

Le terme $(\partial \psi_0 / \partial x) i$ correspond à la force électrodynamique. Le terme $1/2 (\partial L_b / \partial x) i^2$ correspond à la force d'origine réluctante.

La force d'origine électrodynamique vaut :

$$F = \frac{\partial \psi_0}{\partial x} i = \frac{nB_{a0} S_a}{\ell_e} \left(1 - \frac{\mu_a}{\mu_a + \mu_0} \frac{\ell_a}{e} \frac{2\pi R_e \ell_e}{S_a}\right) i \quad (20)$$

On constate que la relation (20) qu'on vient d'établir fournit la même valeur que le calcul à partir de la règle Bli .

Question 2

La force d'origine réluctante qui s'exerce sur la bobine mobile lorsqu'elle est parcourue par un courant i vaut $\frac{1}{2} (\partial L_b / \partial x) i^2$ où L_b est l'inductance propre de la bobine.

Estimez cette force en supposant que la longueur de la bobine est négligeable (c'est-à-dire que toutes ses spires sont concentrées à la position x_b) et que l'aimant est assimilable à un milieu de perméabilité μ_0 .

Aide

Pour calculer le champ d'entrefer dû au courant i dans la bobine, faites les mêmes hypothèses que dans le cas du calcul du champ d'entrefer dû à l'aimant. Supposez en plus que le champ dans la zone correspondant à l'aimant est axial.

Réponse

$$F_r = \frac{1}{2} \frac{\partial L_b}{\partial x} i^2 = \mu_0 n^2 \frac{\pi R_e}{e} \frac{2\pi R_e \ell_e - S_a \frac{e}{\ell_a} - 4\pi R_e x_b}{S_a \frac{e}{\ell_a} + 2\pi R_e \ell_e} \cdot i^2$$

Démonstration

Si on suppose que la bobine est concentrée, tous ses conducteurs sont localisés en $x = x_b$ (figure 6). Le théorème d'Ampère appliqué à tout contour qui traverse l'entrefer sans encercler la bobine (contour 1 à la figure 6, traversant l'entrefer en $x < x_b$) fournit :

$$\oint H dl = H_a \ell_a + H_{e1} e = 0 \quad (21)$$

Le théorème d'Ampère appliqué à un contour qui traverse l'entrefer en encerclant la bobine (contour 2 à la figure 6, traversant l'entrefer en $x > x_b$) fournit :

$$\oint H dl = H_a \ell_a + H_{e2} e = ni \quad (22)$$

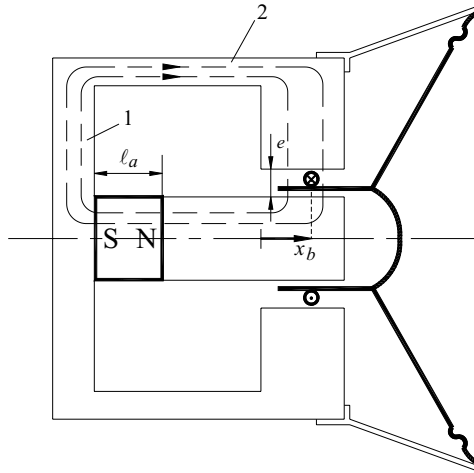


FIG. 6 -

Pour obtenir la valeur de H_{e2} , on doit, comme on l'a fait dans le cas du calcul du champ dû à l'aimant, utiliser la conservation du flux :

– le flux à travers l'entrefer vaut :

$$\phi_e = \mu_0 2\pi R_e x_b H_{e1} + \mu_0 2\pi R_e (\ell_e - x_b) H_{e2}$$

– le flux à travers l'aimant vaut :

$$\phi_a = \mu_0 H_a S_a.$$

Comme on doit avoir $\phi_e = \phi_a$, il vient :

$$\mu_0 H_a S_a = \mu_0 2\pi R_e (x_b H_{e1} + \ell_e - x_b H_{e2}) \quad (23)$$

Des équations (21), (22) et (23), on peut déduire la valeur du champ H_{e2} :

$$H_{e2} = \left(\frac{S_a \frac{e}{\ell_a} + 2\pi R_e x_b}{S_a \frac{e}{\ell_a} + 2\pi R_e \ell_e} \right) \frac{n i}{e} \quad (24)$$

Le flux intercepté par la bobine est égal à n fois le flux traversant l'entrefer de x_b à ℓ_e

$$\psi_b = n \mu_0 H_{e2} 2\pi R_e (\ell_e - x_b) \quad (25)$$

On a, compte tenu de (24)

$$\psi_b = \mu_0 2\pi R_e \frac{(\ell_e - x_b)}{e} \frac{(S_a \frac{e}{\ell_a} + 2\pi R_e x_b)}{S_a \frac{e}{\ell_a} + 2\pi R_e \ell_e} n^2 i \quad (26)$$

L'inductance L_b de la bobine est donc égale à :

$$L_b = \frac{\psi_b}{i} = \mu_0 n^2 2\pi R_e (\ell_e - x_b) \frac{(S_a \frac{e}{\ell_a} + 2\pi R_e x_b)}{S_a \frac{e}{\ell_a} + 2\pi R_e \ell_e} \quad (27)$$

La force du type reluctant qui s'exerce sur la bobine vaut :

$$F_r = \frac{1}{2} \frac{\partial L_b}{\partial x} i^2 = \mu_0 n^2 \frac{2\pi R_e}{e} \frac{2\pi R_e \ell_e - S_a \frac{e}{\ell_a} - 4\pi R_e x_b}{S_a \frac{e}{\ell_a} + 2\pi R_e \ell_e} \cdot i^2 \quad (28)$$

Cette force, qui fait apparaître un terme non linéaire dans la relation qui lie la force totale s'exerçant sur la bobine mobile au courant qui y circule, est généralement rendue négligeable devant la force d'origine électrodynamique par un dimensionnement adéquat du dispositif. C'est pourquoi en général, seul le terme de type électrodynamique est pris en compte.