

Detección de Fallas usando Análisis de Componentes Principales

J. Mina y C. Verde
 Instituto de Ingeniería, UNAM
 Apdo. Postal 70-472
 04510 DF, México
 verde@servidor.unam.mx
 Fax: (52)-55-56228130

Resumen

Se propone el uso de Análisis de Componentes Principales, PCA, como una herramienta para llevar a cabo tareas de detección de fallas usando análisis estadístico de señales directamente en los componentes de un proceso. El objetivo es implementar un mecanismo de reconocimiento de patrón de señales, basado en las características dominantes de señales en condiciones nominales. Se considera para el modelo de referencia las características principales de una señal y se define, usando sus propiedades estadísticas, los umbrales para clasificar las condiciones anormales de un dispositivo. Como caso de estudio se considera la respuesta al escalón de un sistema dinámico de segundo orden, en donde las condiciones de fallas corresponden a valores fuera del intervalo nominal del coeficiente de amortiguamiento y la frecuencia natural en la función de transferencia. En este caso la aplicación de PCA permite seleccionar las características principales de la respuesta y definir umbrales para diagnosticar condiciones anormales. Palabras clave: Análisis de Componentes Principales, Detección de Fallas, Identificación de Patrones de Fallas.

1 Introducción

El Análisis de las Componentes Principales (PCA por sus siglas en inglés), es una herramienta estadística aplicable a sistemas multivariados, que permite la transformación de los datos multivariados a un espacio de menor dimensión el cual retiene la información más relevante acerca del proceso. Esta compresión de información favorece el uso de esquemas de monitoreo de procesos multivariados median-

te técnicas aplicadas a procesos univariados como gráficas de Control Estadístico de Procesos (SPC por sus siglas en inglés). Así, una muestra actual del proceso se compara con las condiciones de operación normal resumidas en la gráfica de SPC, para detectar fallas en sensores y actuadores así como del proceso.

Las aplicaciones de PCA en el área de diagnóstico de fallas de procesos multivariados se inició a partir de los 90's. Entre otros resultados, [1] además de realizar detección de fallas, propone un algoritmo de identificación de las causas de fallas futuras basado en PCA para fines de mantenimiento predictivo. [2] usa PCA para la reconstrucción de variables entre un conjunto de sensores correlacionados, además propone un indicador llamado Sensor Validity Index para determinar el estado de cada sensor. [3] explota la relación que existe entre las propiedades de PCA y las ecuaciones de paridad para llevar a cabo la tarea de diagnóstico bajo el enfoque de redundancia analítica. PCA ha tenido gran aplicación en procesos químicos/bio-químicos como se muestra en [4] en el que propone un esquema de diagnóstico para una planta piloto SBR aeróbico en el tratamiento de aguas residuales.

En este trabajo se propone explotar las propiedades de PCA directamente sobre un componente del proceso sin considerar su acoplamiento con otros. Se aborda el problema de detección de fallas bajo el enfoque de reconocimiento de patrón de señales, ya que en el caso de algunos componentes del proceso, como los dispositivos de campo, prácticamente no se tienen modelos matemáticos y relaciones de redundancia a partir de las cuales implementar esquemas de detección de fallas basados en modelo. El patrón de referencia se obtiene a partir de un mínimo adecuado de características en la respuesta al escalón del componente bajo monitoreo. Como caso de estudio se considera un sistema canónico de segundo orden cuyo coeficiente de amortiguamiento y frecuencia natural son inciertos.

*Este trabajo incluye resultados del proyecto EOLI apoyado por la Comunidad Europea contrato ICA4-CT-2002-10012, y cuenta con el apoyo de los programas de becas de la UNAM y CONACYT-México

El presente trabajo está organizado de la siguiente forma: en la sección 2 se hace una breve descripción de los fundamentos de PCA; en la sección 3 se lleva a cabo la extracción de características en la señal; en la sección 4 se define el patrón de referencia para la tarea de detección de fallas; en la sección 5 se desarrolla el análisis de detección de fallas del sistema considerado; en la sección 6 se desarrolla el análisis de detección de fallas cuando se reduce el número de características consideradas; finalmente en la sección 7 se presentan las conclusiones del trabajo.

2 Análisis de Componentes Principales

En los procesos industriales se dispone de un número considerable de variables asociadas ya sea al control, monitoreo o simplemente como indicadores del proceso, este tipo de procesos se conocen como multivariados, y es común que la mayoría de las variables se encuentren correlacionadas. Estas relaciones son útiles para llevar a cabo tareas de SPC, FDI, etc. Sin embargo, dado el número de variables disponibles, el volumen de datos puede ser demasiado para su análisis, por lo tanto, conviene una reducción de variables a un número tal que conserven la mayor variabilidad (información) de los datos originales. PCA transforma el conjunto original de variables en un conjunto reducido de k-componentes principales, combinaciones lineales, que contienen la mayoría de la varianza del conjunto original. Así, dada una matriz de observaciones de $n \times m$, $X = [X_1 X_2 \dots X_m]$. El procedimiento es el siguiente [5]:

1. Dado que las m-variables pueden tener rangos muy diferentes, es necesario que los datos sean estandarizados. \check{X} resulta de la extracción de las medias en X , y \hat{X} resulta de la extracción de las medias y división por sus correspondientes desviaciones estándar.
2. Se obtiene la matriz de covarianza S de X .
3. Se calculan los m-valores propios de S y se ordenan decrecientemente: $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$.
4. Se calculan los m-vectores propios de magnitud unitaria de S asociados a cada λ : V_1, V_2, \dots, V_m .
5. Los m-vectores propios son ortonormales y constituyen una base para el espacio \mathfrak{R}^m , por lo tanto, se puede definir una matriz de transformación de $m \times k$ (k-factores principales), $V_T = [V_1 V_2 \dots V_k]$ como base para un espacio reducido \mathfrak{R}^k , donde $k \leq m$.

6. Las k-componentes principales se obtienen de: $Y = \check{X}V_T$ esto es $Y_{(j)} = v_{(j)1}\check{X}_1 + \dots + v_{(j)m}\check{X}_m$, para $j = 1, 2, \dots, k$

Cuando se trabaje con datos estandarizados \hat{X} , los pasos 2-6 se llevan a cabo a partir de la matriz de correlación R .

3 Extracción de Características en Señales Vía PCA

Existen componentes, como es el caso de los sensores y actuadores, en los que se tiene poca información, ya sea en forma de modelo analítico o de señales medibles, necesaria para llevar a cabo tareas de FDI. Ante esto, se propone con un enfoque de análisis de señales, la extracción y selección, vía PCA, de un número adecuado de características de las señales en los dispositivos. La idea es que en una señal se pueden definir múltiples características que la describen, sin embargo, entre todas éstas, algunas guardan una muy débil correlación con respecto a los fenómenos que se desean estudiar, por lo que se pueden eliminar y retener sólo aquellas que están más fuertemente correlacionadas y que son más representativas del fenómeno.

Las características a definir dependen de la naturaleza de las señales a las que se puede tener acceso en un componente particular. En el caso de válvulas, por ejemplo, es común considerar de la respuesta al escalón, las características de: tiempo muerto, tiempo de levantamiento, tiempo pico, sobre paso, tiempo de asentamiento, ganancia, etc., [6]. El conjunto de características extraídas en una señal constituyen las “múltiples variables” y sus valores están directamente relacionados con el tipo de falla y su magnitud. Se considera como caso de estudio un sistema canónico de segundo orden:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Se asume que las variaciones normales de los parámetros son de: $0.27 \leq \zeta \leq 0.33$ y $3 \leq \omega_n \leq 4$. Las características consideradas de la respuesta al escalón son: tiempo de levantamiento tr , tiempo pico tp , sobrepaso Mp y tiempo de asentamiento ts , $X = [tr \ tp \ Mp \ ts]$. Las características en X se extraen de las respuestas al escalón que resultan de 35 combinaciones para los valores de ζ y ω_n dentro del rango de variaciones normales. En la tabla 1 se presentan los parámetros estadísticos de media, desviación estándar y varianza de X .

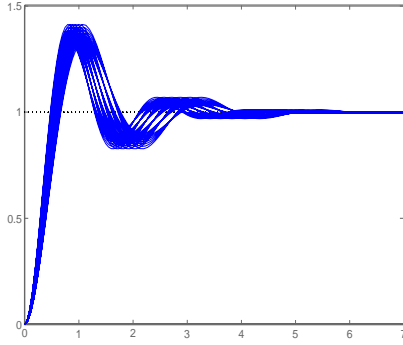


Figura 1: Patrón de la señal de la respuesta al escalón en condiciones nominales

	$\zeta = [0.27, 0.33], \omega_n = [3, 4]$		
	Media	Des. Est.	Varianza
<i>tr</i>	0.5674	0.0577	0.0033
<i>tp</i>	0.9503	0.0953	0.0091
<i>Mp</i>	0.3730	0.0274	0.0007
<i>ts</i>	3.8635	0.4680	0.2190

Tabla 1. Parámetros estadísticos de X

La figura 1 muestra las respuestas al escalón para las diferentes combinaciones de los valores de ζ y ω_n , de condición nominal.

3.1 Extracción y Selección de Características

Aplicando el procedimiento descrito en la sección 2, se obtiene la matriz de correlaciones R de X :

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0.9937 & -0.1774 & 0.7122 \\ 0.9937 & 1 & -0.0667 & 0.7862 \\ -0.1774 & -0.0667 & 1 & 0.5609 \\ 0.7122 & 0.7862 & 0.5609 & 1 \end{bmatrix}$$

Los valores propios que resultan de R se ordenan decrecientemente

$$\lambda_1 = 2.683, \quad \lambda_2 = 1.314, \quad \lambda_3 = 0.0025, \quad \lambda_4 = 0$$

y sus respectivos vectores propios

$$V = \begin{bmatrix} V_1 & V_2 & V_3 & V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5745 & -0.2945 & -0.3789 & 0.6631 \\ 0.5940 & -0.2011 & 0.2399 & -0.7411 \\ 0.1005 & 0.8601 & -0.5000 & 0.0091 \\ 0.5541 & 0.3648 & 0.7408 & 0.1052 \end{bmatrix}$$

La varianza total del conjunto de datos es:

$$T = \sum_{i=1}^4 r_{X_i, X_i} = 1 + 1 + 1 + 1 = \sum_{i=1}^4 \lambda_i = 2.683 + 1.314 + 0.0025 + 0 = 4$$

Tomando los dos primeros componentes, se tiene

$$T_2 = \sum_{j=1}^2 \lambda_j = 2.683 + 1.314 = 3.997$$

donde $\frac{T_2}{4} = 0.999$, es decir, con los dos primeros componentes se conserva un 99.9% de la variabilidad total de los datos originales.

En este caso la matriz de transformación es

$$V_T = \begin{bmatrix} V_1 & V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5745 & -0.2945 \\ 0.5940 & -0.2011 \\ 0.1005 & 0.8601 \\ 0.5541 & 0.3648 \end{bmatrix}$$

La influencia de las características consideradas (tr , tp , Mp , ts) sobre cada factor V_j , se denomina como *Factor de Carga*. Sea el vector

$$V'_j = \begin{bmatrix} v_{(j)1} & v_{(j)2} & \dots & v_{(j)m} \end{bmatrix}$$

el Factor de Carga se define como

$$L_i = v_{ji} \sqrt{\lambda_j}$$

con $i = 1, 2, \dots, m$ y $j = 1, 2, \dots, k$.

Así, en V_T se obtiene:

	Factores		λ_1	λ_2
	V_1	V_2	2.683	1.314
			L_i 's	
<i>tr</i>	0.574	-0.294	<u>0.941</u>	-0.337
<i>tp</i>	0.594	-0.201	<u>0.973</u>	-0.230
<i>Mp</i>	0.100	0.860	0.164	<u>0.986</u>
<i>ts</i>	0.554	0.364	<u>0.907</u>	0.418
% Var.	67.08	32.85		

A partir de estos resultados, se observa que el factor principal, V_1 , conserva la mayor variabilidad, las características de mayor influencia son tr , tp y ts . Esto significa que Mp tiene una débil correlación con las demás características y por lo tanto es posible eliminarla. La ventaja de reducir el número de características es que permite una simplificación en el proceso de monitoreo. Sin embargo, cabe aclarar que se debe establecer un compromiso entre el número de características que se conservarán y el porcentaje de información perdida. En este caso, el porcentaje de información en V_1 no es muy significativo (67%), por lo tanto, en un primer análisis se retendrán los valores asociados al sobrepaso Mp , y posteriormente se hará un análisis eliminando el sobrepaso (sec. 6).

4 Patrón de Referencia

Para definir un patrón de referencia en términos cuantitativos (umbral), se recurre a teoría estadística. La idea es mapear los datos transformados,

Y , a un conjunto univariado mediante el parámetro estadístico de Hotelling, y a partir de estos seleccionar un umbral de estado normal, en función de la variabilidad de los datos.

Los datos transformados, se obtienen a partir de:

$$Y = \widehat{X}V_T$$

con matriz de covarianza para el caso de estudio:

$$S_Y = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.683 & 0 \\ 0 & 1.314 \end{bmatrix}$$

A continuación, se procede a calcular el parámetro estadístico de Hotelling, T_Y^2

$$T_{Y_i}^2 = y_i S_Y^{-1} y_i', \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Este parámetro es una representación de la magnitud de cada uno de los datos transformados, y_i , de lo cual resulta un conjunto univariado de datos. Así, es posible definir límites de control (umbral de condición nominal) con enfoque de procesos univariados. Los datos en T_Y^2 , bien pueden seguir una distribución χ^2 , una distribución F o una distribución β , la diferencia es menos notable conforme $n \rightarrow \infty$, [7].

Asumiendo una distribución tipo β en T_Y^2 con un grado de confianza $\alpha = 0.1$, $k = 2$ y $n = 35$ el umbral o límite superior de control, UCL, para el ejemplo está dado por:

$$UCL = \frac{(n-1)^2 \left(\frac{k}{(n-k-1)} \right) F\left(\frac{\alpha}{2}; k, n-k-1\right)}{n \left(1 + \left(\frac{k}{(n-k-1)} \right) F\left(\frac{\alpha}{2}; k, n-k-1\right) \right)} = 5.63$$

La figura 2 muestra los datos transformados Y sobre la base bi-dimensional, así como la región elíptica de estado normal asociado a UCL . Esta región define el umbral de señales con un comportamiento normal. Para el proceso de clasificación de una nueva señal, en línea, el conjunto de las características x_{new} de $1 \times m$, ($m = 4$ para el ejemplo) primero deberá ser estandarizado con respecto a las m -medias y m -desviaciones estándar utilizadas en los datos de referencia. La muestra estandarizada \widehat{x}_{new} de dimensión m es mapeada entonces sobre la base V_T , de donde se obtiene el vector y_{new} de dimensión k :

$$y_{new} = \widehat{x}_{new} V_T$$

Para determinar el estado de esta muestra con respecto al umbral UCL se calcula el parámetro estadístico de Hotelling, T_{new}^2 , sobre la matriz de covarianza S_Y , esto es

$$T_{new}^2 = y_{new} S_Y^{-1} y_{new}'$$

Así, si este valor resulta fuera del umbral UCL entonces se detecta una condición anormal.

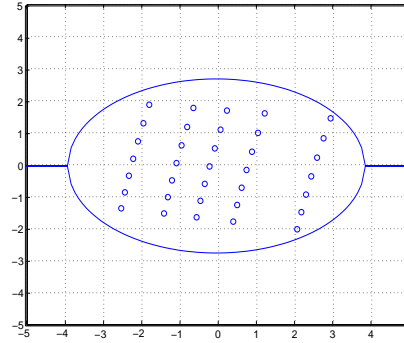


Figura 2: Región elíptica de estado normal

5 Detección de Fallas Vía Patrones

Para la verificación del algoritmo de detección se propone una serie de variaciones en los parámetros ζ y ω_n , diferentes a las definidas en condiciones nominales, de donde se obtiene un nuevo conjunto de datos de prueba que genera la matriz $X_p = [tr_p \ tp_p \ Mp_p \ ts_p]$ de 32×4 . La Tabla 2 muestra los intervalos de variación de los datos.

ω_n	{2.6,2.8,4.2,4.4}	{2.8,4.2}	[3.2,3.8]	
ζ	{0.23,0.25}	{0.35,0.37}	[0.27,0.33]	{0.25,0.35}
tr_p	[0.42,0.72]	[0.46,0.80]	[0.45,0.72]	[0.49,0.64]
tp_p	[0.73,1.24]	[0.76,1.30]	[0.77,1.18]	[0.85,1.04]
Mp_p	[0.44,0.47]	[0.28,0.30]	[0.33,0.41]	[0.30,0.44]
ts_p	[3.63,6.68]	[2.45,4.39]	[2.88,5.29]	[3.00,5.00]

Tabla 2. Intervalos de prueba generados con valores de los parámetros ζ y ω_n dentro y fuera del rango de variación normal

Para verificar el estado real de las 32 respuestas se lleva a cabo el análisis cuantitativo de detección de falla. Estandarizando los datos en X_p , y proyectando sobre la base reducida V_T , se obtiene:

$$Y_p = \widehat{X}_p V_T$$

Dada la dimensión de los datos transformados Y y Y_p es posible graficarlos conjuntamente para tener una apreciación de aquellos que se salen de la región de estado nominal. La Figura 3 muestra ambos conjuntos de datos. La Figura 4 muestra el parámetro estadístico de Hotelling: $T_p^2 = y_p S_Y^{-1} y_p'$ para el conjunto de datos de prueba en comparación con el umbral UCL .

Se observa de la Figura 3 que existen seis casos entre los datos de prueba, generados con parámetros anormales, que caen dentro de la región nominal; además

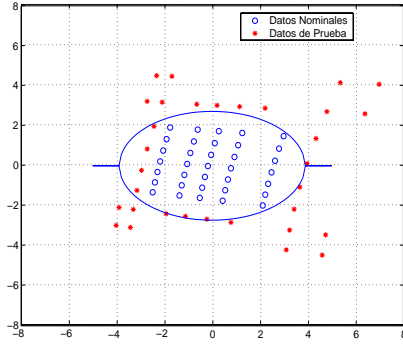


Figura 3: Datos de parámetros nominales y de prueba en el plano y

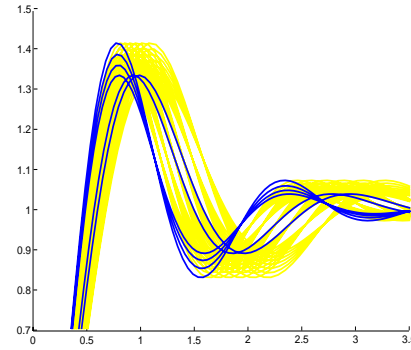


Figura 5: Respuesta al escalón de 6 condiciones de prueba sobrepuestas a la región nominal

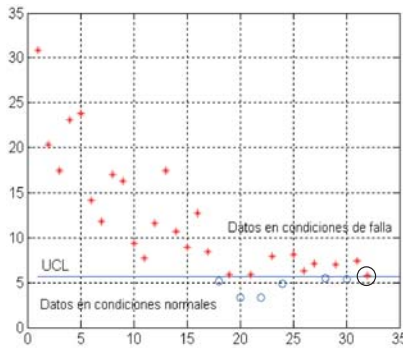


Figura 4: Datos obtenidos del parámetro estadístico T_p^2 y límite UCL

de otros casos que se encuentran en el límite de la región nominal los cuales se podrían interpretar como falsas alarmas. Por otro lado, con base en la Figura 4 se puede decir que los seis casos dentro de la elipse satisfacen el umbral de estado nominal, lo cual valida la correcta clasificación.

Para concluir el análisis del procedimiento, se generaron las respuestas al escalón de estos seis casos. Las respuestas se muestran en la Figura 5 sobrepuestas al patrón gráfico en condiciones normales. Desde el punto de vista de patrón de señales, estos seis casos se mantienen prácticamente dentro del patrón nominal, esto es, que los valores de sus características se mantienen muy cercanos a las de las señales de referencia, aún cuando al menos uno de los parámetros, ya sea ζ o ω_n , toma valores fuera del rango de variación normal.

Una observación importante es, que si se considerara un esquema de detección de fallas basado en identificación de parámetros [8], la desviación de cualquiera de los parámetros ζ y/o ω_n fuera del rango normal, se interpretaría como una falla, aún cuando el patrón

de la señal sea satisfactorio.

6 Análisis con Reducción del Número de Características

De acuerdo con los valores de factores de carga obtenidos en la sección 3, se observó que el primer factor conserva la mayor variabilidad del conjunto de datos, y que la característica correspondiente al sobrepaso, M_p , es la de menor influencia. Por lo tanto, se propone una reducción de características en X , con lo que se tiene $X = [tr \ tp \ ts]$ de 35×3 . La matriz de correlaciones R de X es:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0.9937 & 0.7122 \\ 0.9937 & 1 & 0.7862 \\ 0.7122 & 0.7862 & 1 \end{bmatrix}$$

Los valores propios de R ordenados son:

$$\lambda_1 = 2.6674, \quad \lambda_2 = 0.3326, \quad \lambda_3 = 0.0000$$

Sus respectivos vectores propios son:

$$V = [V_1 \quad V_2 \quad V_3] = \begin{bmatrix} 0.5892 & 0.4715 & 0.6561 \\ 0.6041 & 0.2821 & -0.7453 \\ 0.5365 & -0.8355 & 0.1186 \end{bmatrix}$$

Tomando los dos primeros componentes:

$$V_T = [V_1 \quad V_2] = \begin{bmatrix} 0.5892 & 0.4715 \\ 0.6041 & 0.2821 \\ 0.5365 & -0.8355 \end{bmatrix}$$

Los datos transformados, se obtienen a partir de:

$$Y = \widehat{X}V_T$$

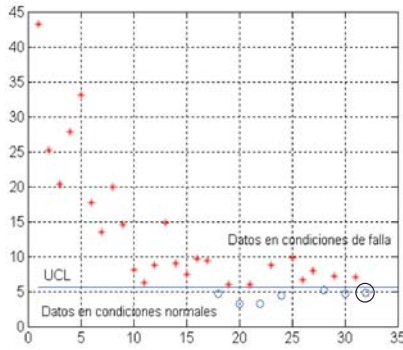


Figura 6: Datos obtenidos del parámetro estadístico T_p^2 y límite UCL

con matriz de covarianza:

$$S_Y = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.6674 & 0 \\ 0 & 0.3326 \end{bmatrix}$$

A continuación se procede a calcular el parámetro estadístico de Hotelling, T_Y^2

$$T_{Yi}^2 = y_i S_Y^{-1} y_i', \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Asumiendo una distribución tipo β en T_Y^2 con un grado de confianza $\alpha = 0.1$, $k = 2$ y $n = 35$, $UCL = 5.63$.

Los datos de prueba se obtienen de la Tabla 2, donde: $X_p = [tr_p \ tp_p \ ts_p]$ de 32×3 . Estandarizando los datos en X_p , y proyectando sobre la base reducida V_T , se obtiene:

$$Y_p = \hat{X}_p V_T$$

La Figura 6 muestra el parámetro estadístico de Hotelling: $T_p^2 = y_p S_Y^{-1} y_p'$ para el conjunto de datos de prueba en comparación con el umbral UCL .

Comparando los resultados de la detección de fallas de la figura 4 (análisis con 4 características) y los de la figura 6 (análisis con 3 características), se observa que prácticamente en todas las muestras de prueba existe concordancia respecto a la clasificación de sus estados (nominal o falla) a excepción de la última muestra, $X_{p(32)}$. Sin embargo, la discrepancia en el estado de la última muestra es relativamente mínima tomando en cuenta la diferencia en los valores de los parámetros de Hotelling resultantes, donde para el análisis con 4 características $T_{p(32)}^2 = 5.7651$, y para el análisis con 3 características $T_{p(32)}^2 = 4.8084$. Con esto, se resalta la importancia de una adecuada discriminación de características, reteniendo las que mayormente describan los fenómenos de falla.

7 Conclusiones

Se muestra que PCA en el enfoque de reconocimiento de patrones es una herramienta atractiva para las tareas de diagnóstico. El marco multivariado necesario para aplicar PCA se resuelve a través de la extracción de múltiples características en una señal típica del componente bajo monitoreo. De los resultados obtenidos en el desarrollo de PCA es posible hacer una selección de las características más descriptivas de una señal. En una aplicación real, fuera de línea es posible mediante pruebas obtener el modelo de referencia, sin embargo, en la etapa de monitoreo que se lleva a cabo en línea, en algunos dispositivos las pruebas de respuesta al escalón se podrían llevar a cabo mediante pruebas específicas periódicas.

Referencias

- [1] Lewin, D. R., *Predictive Maintenance Using PCA*, Control Engineering Practice, Vol. 3, No. 3, pp. 415–421, 1995.
- [2] Dunia, R. S., J. Qin, T. F. Edgar and T. J. McAvoy, *Identification of Faulty Sensor Using Principal Component Analysis*, AIChEJournal, Vol. 42, No. 10, pp. 2797–2812, 1996.
- [3] Gómez, G. and A. Lendasse, *Statistical Fault Isolation with PCA*, SAFEPROCESS'00-IFAC, pp. 1056–1061, 2000.
- [4] Ciappelloni, F., D. Mazouni, L. Lardon and J. Harmand, *On-Line Supervision and Control of an Aerobic SBR Process*, Submitted to WATER-MATEX 2004, 2004.
- [5] Jackson, J.E., *A Users Guide to Principal Components*, John Wiley and Sons, USA, 1991.
- [6] Karpenko, M., M. N. Sepheri and D. Scuse, *Diagnosis of Process Valve Actuators Faults Using a Multilayer Neural Network*, Control Engineering Practice, Vol. 11, No. 11, pp. 1289–1299, 2003.
- [7] Tracy, N. D. and J. C. Young, *Multivariate Control Charts for Individual Observations*, Journal of Quality Technology, Vol. 24, No. 2, pp. 88–95, 1992.
- [8] Patton, R., P. Frank and R. Clark, *Issues of Fault Diagnosis for Dynamic Systems*, Springer, London, 2001.