

Faculté de sciences appliquées



INMA2380 Théorie des matrices

[30h+22.5h exercices] 5 crédits

Cette activité se déroule pendant le 2^{ème} semestre

Enseignant(s): Paul Van Dooren
Langue d'enseignement : français
Niveau : Deuxième cycle

Objectifs (en termes de compétences)

Etudier en profondeur divers thèmes particulièrement représentatifs de cette discipline mathématique, en tenant compte des applications scientifiques ou techniques sous-jacentes et en soulignant quelques aspects numériques.

Objet de l'activité (principaux thèmes à aborder)

- Matrices définies sur un champ: relation d'équivalence, élimination de Gauss, formes hermitiennes, relation de similitude et questions connexes (théorème de Courant-Fischer, lemme de Schur et algorithme QR, fonctions de matrices, etc.), déterminants (théorèmes de Binet-Cauchy), inversion généralisée et décomposition des matrices en valeurs singulières avec applications
- Matrices définies sur un anneau: algorithme d'Euclide et applications aux matrices polynômiales, relation avec les formes de Hermite et Smith
- Normes et convexité: théorie et applications diverses à l'étude des matrices non négatives, localisation des valeurs propres.
- Matrices structurées : complexité d'algorithmes rapides.

Résumé : Contenu et Méthodes

Après une introduction qui rappelle quelques notions de base, on discute des sujets suivants:

1. Compléments sur la théorie des déterminants: théorèmes de Binet-Cauchy et Laplace
2. Décomposition en valeurs singulières et applications: décomposition polaire, angles entre espaces, inverse généralisée, projecteurs, problème de moindres carrés, régularisation
3. Décomposition en valeurs propres: formes de Schur et de Weyr, forme de Jordan, algorithme QR
4. Approximation et caractérisation variationnelle: théorèmes de Courant-Fischer et Wielandt-Hoffmann, champ des valeurs, théorème de Gershgorin
5. Congruences et stabilité: inertie et théorème de Sylvester, équations de Stein et de Lyapunov, lien avec la stabilité de systèmes dynamiques
6. Matrices polynômiales: algorithme d'Euclide et formes de Smith et de Hermite, lien avec la forme de Jordan
7. Matrices à éléments positifs : théorème de Perron-Frobenius, matrices stochastiques
8. Matrices structurées : notion de rang de déplacement et algorithmes rapides pour matrices Toeplitz et Hankel

Autres informations (Pré-requis, Evaluation, Support, ...)

Pré-requis:

Formation de base (niveau 1^{er} cycle) en algèbre linéaire et en calcul numérique

Autres crédits de l'activité dans les programmes

MAP22	Deuxième année du programme conduisant au grade d'ingénieur civil en mathématiques appliquées	(5 crédits)	Obligatoire
--------------	---	-------------	-------------