

Faculté de sciences appliquées



INMA2380 Théorie des matrices

[30h+22.5h exercices] 5 crédits

Cette activité se déroule pendant le 2^{ème} semestre

Enseignant(s): Paul Van Dooren
Langue d'enseignement : français
Niveau : Second cycle

Objectifs (en termes de compétences)

Etudier en profondeur divers thèmes particulièrement représentatifs de cette discipline mathématique, en tenant compte des applications scientifiques ou techniques sous-jacentes et en soulignant quelques aspects numériques.

Objet de l'activité (principaux thèmes à aborder)

- Matrices définies sur un champ: relation d'équivalence, élimination de Gauss, formes hermitiennes, relation de similitude et questions connexes (théorème de Courant-Fischer, lemme de Schur et algorithme QR, fonctions de matrices, etc.), déterminants (théorèmes de Binet-Cauchy), inversion généralisée et décomposition des matrices en valeurs singulières avec applications
- Matrices définies sur un anneau: algorithme d'Euclide et applications aux matrices polynômiales, relation avec les formes de Hermite et Smith
- Normes et convexité: théorie et applications diverses à l'étude des matrices non négatives, localisation des valeurs propres.
- Matrices structurées : complexité d'algorithmes rapides.

Résumé : Contenu et Méthodes

Après une introduction qui rappelle quelques notions de base, on discute des sujets suivants:

1. Compléments sur la théorie des déterminants: théorèmes de Binet-Cauchy et Laplace
2. Décomposition en valeurs singulières et applications: décomposition polaire, angles entre espaces, inverse généralisée, projecteurs, problème de moindres carrés, régularisation
3. Décomposition en valeurs propres: formes de Schur et de Weyr, forme de Jordan, algorithme QR
4. Approximation et caractérisation variationnelle: théorèmes de Courant-Fischer et Wielandt-Hoffmann, champ des valeurs, théorème de Gershgorin
5. Congruences et stabilité: inertie et théorème de Sylvester, équations de Stein et de Lyapunov, lien avec la stabilité de systèmes dynamiques
6. Matrices polynômiales: algorithme d'Euclide et formes de Smith et de Hermite, lien avec la forme de Jordan
7. Matrices à éléments positifs : théorème de Perron-Frobenius, matrices stochastiques
8. Matrices structurées : notion de rang de déplacement et algorithmes rapides pour matrices Toeplitz et Hankel

Autres informations (Pré-requis, Evaluation, Support, ...)

Pré-requis:

Formation de base (niveau 1^{er} cycle) en algèbre linéaire et en calcul numérique

Programmes proposant cette activité

MAP2 Ingénieur civil en mathématiques appliquées

Autres crédits de l'activité dans les programmes

MAP22	Deuxième année du programme conduisant au grade d'ingénieur civil en mathématiques appliquées	(5 crédits)	Obligatoire
MAP23	Troisième année du programme conduisant au grade d'ingénieur civil en mathématiques appliquées	(5 crédits)	
MATH21/G	Première licence en sciences mathématiques (Général)	(5 crédits)	
MATH21/S	Première licence en sciences mathématiques (Statistique)	(5 crédits)	Obligatoire