



[30h+15h exercices] 5 crédits

Cette activité se déroule pendant le 2ème semestre

**Enseignant(s):** Jean-Roger Roisin  
**Langue d'enseignement :** français  
**Niveau :** cours de 1er cycle

### Objectifs (en terme de compétences)

La logique joue un rôle fondateur dans le raisonnement mathématique avec lequel elle s'est d'ailleurs développée en symbiose au cours des 100 dernières années. Sans négliger totalement l'aspect d'étude générale du raisonnement, l'objectif principal du cours est d'initier à la logique dans son rôle spécifique de fondement des mathématiques et cela au moyen d'une présentation rigoureuse de type mathématique.

### Objet de l'activité (principaux thèmes à aborder)

Le cours comprend : 1) Les préliminaires initient à une théorie semi-formelle des ensembles où l'on développe les outils indispensables à la logique des propositions et des quantificateurs : principes d'extensionabilité et de compréhension, définition de certains ensembles, les naturels et l'induction, couples et produits cartésiens, relations, fonctions, applications, le dénombrable. 2) La partie "Prélogique" constitue un cadre commun aux logiques des propositions et des quantificateurs. On y présente la distinction essentielle "syntaxe-sémantique" et des notions telles que "occurrence", "remplacement", "substitution". 3) Les parties "Propositions", "Quantificateurs" et "Egalité" sont bâties sur un même schéma qui insiste sur la distinction entre les point de vue sémantique (interprétation, satisfaction, vérité, validité) et le point de vue axiomatique (système axiomatique, axiomes, théorèmes, démonstrations, théories consistantes, théories maximales, théories riches) ainsi que sur le lien entre les deux points de vue. Le cours est assez abstrait et se veut rigoureux, mais d'une part, s'appuie sur quelques exemples très simples puisés dans l'expérience du mathématicien débutant et d'autre part, s'accompagne des exercices indispensables à l'illustration des notions.

### Résumé : Contenu et Méthodes

#### Contenu:

Préliminaires ensemblistes (notions de base, définition de certains ensembles, les entiers naturels et l'induction, couples et produits cartésiens, relations, fonctions, applications, le dénombrable).

Partie "Prélogique": Point de vue sémantique (structures algébriques, langages algébriques, interprétations et valuations); point de vue axiomatique (système axiomatique, théories, théories consistantes).

Partie "Propositions" : Point de vue sémantique (structures algébriques des valeurs de vérité, langage des propositions, interprétation standard, vérité, validité, etc.); point de vue axiomatique (calcul des propositions, théories consistantes, théories maximales consistantes); lien entre les deux points de vue (adéquation et complétude).

Partie "Egalité": Adaptation à l'égalité de la partie précédente.

#### Méthode:

le cours comprend des exposés théoriques et des exercices à faire lors des séances d'exercices.

### Autres informations (Pré-requis, Evaluation, Support, ...)

**Pré-requis :** Il n'y a pas de véritable prérequis. Tout au plus suppose-t-on une familiarité avec quelques exemples de structures mathématiques simples.

**Evaluation :** L'examen comprend dans la même séance des questions sur la partie théorique et les exercices. // Les exercices ont jusqu'à présent été assurés par les membres du personnel du Département MATH. Le nombre actuel des étudiants ne justifie qu'une seule série.

**Support :** Syllabus DUC pour la partie théorique, 151 pages; documents d'exercices diffusés en séances d'exercices.

**Autres crédits de l'activité dans les programmes**

<b>ISP12</b>	Deuxième candidature en philosophie et lettres : philosophie	(5 crédits)	
<b>MATH12</b>	Deuxième candidature en sciences mathématiques	(5 crédits)	Obligatoire