



[22.5h+15h exercices] 3.5 crédits

Cette activité se déroule pendant le 1er semestre

**Enseignant(s):** Jean-Pierre Antoine, Jean Bricmont, Philippe Ruelle  
**Langue d'enseignement :** français  
**Niveau :** cours de 2ème cycle

### Objectifs (en terme de compétences)

Le cours est centré sur l'étude de l'outil essentiel de la mécanique quantique, l'espace de Hilbert. Les notions abstraites sont amenées progressivement, en partant de cas concrets (fonctions "spéciales" ; séries de Fourier) et sont illustrées par des applications tirées de la physique théorique (en particulier la mécanique quantique).

### Objet de l'activité (principaux thèmes à aborder)

- . Séries de Fourier
- . Introduction à la théorie des distributions
- . Fonctions spéciales : polynômes orthogonaux (Legendre, Laguerre, Hermite), fonctions de Bessel
- . Espace de Hilbert
- . Opérateurs dans l'espace de Hilbert, théorie spectrale, types particuliers d'opérateurs

### Résumé : Contenu et Méthodes

1. Rappels sur les séries de Fourier
2. Espace de Hilbert : problème d'approximation ; définition et propriétés élémentaires de l'espace de Hilbert ; géométrie hilbertienne
3. Polynômes orthogonaux sur un intervalle fini. Les polynômes de Legendre
4. Polynômes orthogonaux sur  $\mathbb{R}$  et  $\mathbb{R}^+$ : polynômes et fonctions d'Hermite; polynômes de Laguerre ; théorie générale
5. Fonctions de carré sommable sur la sphère. Les harmoniques sphériques
6. Fonctions de carré sommable dans le disque unité. Les fonctions de Bessel : fonction génératrice, formules de récurrence, équation différentielle ; fonctions de Bessel d'indice non-entier et demi-entier (fonctions de Bessel sphériques) ; fonctions cylindriques et autres fonctions apparentées
7. Opérateurs dans l'espace de Hilbert
8. Théorie spectrale des opérateurs dans l'espace de Hilbert
9. Exemples : opérateurs de multiplication ; opérateurs différentiels ; opérateurs intégraux.
10. Notions de théorie des distributions

### Autres informations (Pré-requis, Evaluation, Support, ...)

- . Prérequis : Formation de candidature en algèbre, analyse et physique générale.
- . Mode d'évaluation : examen écrit et oral
- . Support : Syllabus
- . Débouchés : Enseignement de la mécanique quantique (PHYS 2290, PHYS 2300, PHYS 2310) ; formation plus avancée en analyse fonctionnelle et en théorie quantique (théorie des champs).

**Autres crédits de l'activité dans les programmes**

|                 |   |               |             |
|-----------------|---|---------------|-------------|
| <b>MATH21/G</b> | Première licence en sciences mathématiques (Général)  | (4 crédits)   |             |
| <b>MATR23</b>   | Troisième année du programme conduisant au grade d'ingénieur civil en science des matériaux | (3.5 crédits) |             |
| <b>PHYS21/A</b> | Première licence en sciences physiques (Physique appliquée)                                 | (3.5 crédits) | Obligatoire |
| <b>PHYS21/G</b> | Première licence en sciences physiques  | (3.5 crédits) | Obligatoire |
| <b>PHYS21/T</b> | Première licence en sciences physiques (Physique de la terre, de l'espace et du climat)     | (3.5 crédits) | Obligatoire |