

Développement durable et rapports Nord-Sud dans un modèle à générations imbriquées : Interroger le futur pour éclairer le présent

Alban Verchère*

Université Louis Pasteur**

1 Introduction

S'il subsiste des doutes quant à l'influence exacte des gaz à effet de serre sur le climat (Godet (1998)), il reste qu'au nom du *principe de précaution*, il convient d'en maîtriser l'évolution. Un consensus est donc né sur le fait de trouver un accord international afin de s'éviter une possible issue défavorable, particulièrement aux pays pauvres. Néanmoins, tous les pays ne portant pas la même responsabilité quant à l'état de l'environnement mondial, pas plus que tous ne porteront la même à l'avenir, le principe d'un accord s'est orienté vers l'idée que les plus gros efforts à fournir dans l'immédiat devaient l'être par le Nord – seul d'ailleurs à avoir les moyens financiers et les structures démocratiques à même de relayer les désirs d'opinions publiques de plus en plus pressantes en la matière. C'est ainsi que travaillant sur la question de l'émergence d'accords internationaux en matière de problèmes environnementaux globaux, Rotillon, Tazdaït et Zeghni (1996) évoquent la possibilité d'un engagement unilatéral des pays riches, dans le but d'impulser à terme une dynamique d'adhésion de pays à l'heure actuelle plus pauvres. Cependant, en évoquant la possibilité qu'émerge d'abord un accord de référence entre pays riches, ce modèle accrédite l'idée que nombre de pays qui ne comptent pratiquement pas aujourd'hui sur la scène internationale des *GES* (gaz à effet de serre) et qui n'y entreront sensiblement

* Je remercie vivement Sandrine Spaeter, Marc Willinger, Thomas Seegmuler, ainsi que les deux rapporteurs de l'article pour leurs précieux commentaires, et conserve l'entière responsabilité d'éventuelles erreurs ou omissions.

** Université Louis Pasteur, Faculté de Sciences Économiques et de Gestion, BETA-Thème, PEGE, 61, av. de la Forêt Noire, 67 085 Strasbourg Cedex / E-mail : verchere@cournot.u-strasbg.fr

que dans plusieurs décennies, pourront alors y adhérer. Aussi, même si ce modèle décrit un processus d'accord séquentiel assez réaliste¹, il conduit à considérer que lorsque le Sud émettra des pollutions à effet vraiment sensible sur l'environnement mondial, il pourra lutter contre, doté à son tour d'une *conscience écologique forte*, et sous-entendu des moyens qui l'autorisent, ou à défaut, compte tenu du soutien du Nord – obtenu dans le cadre d'un accord à la Carraro et Siniscalco (1993) par exemple.² Or, la conjonction de deux phénomènes actuellement en cours au Nord – à savoir, la contestation grandissante de l'aide au développement³ et la part croissante accordée aux questions écologiques – laissent craindre qu'à terme, l'aide en faveur du Sud finisse par se limiter, dans le cadre de tels accords, à de simples transferts à but environnemental, pour des motifs écologiques et sanitaires. Dans ce contexte, et compte tenu de la situation déjà préoccupante du Sud – instabilité politique, pauvreté, inégalités, explosion démographique... –, on peut s'interroger sur l'idée sous-jacente selon laquelle le Nord, en restreignant ainsi à l'avenir l'aide au développement à de simples transferts à but environnemental, pourrait s'éviter d'avoir à subir la pollution du Sud, tout en lui permettant d'enclencher un développement durable.

En raison de son caractère prospectif, cette question n'a pas été étudiée. La littérature sur la croissance durable s'est focalisée sur les moyens de parvenir à la soutenabilité pour *une économie globale*. À notre connaissance, seul Muir (1996) envisage la question de la soutenabilité du Nord et du Sud dans le cadre d'un modèle à générations imbriquées, mais pour un problème plus immédiat. À savoir, le risque que le Sud encoure dès aujourd'hui des pertes importantes en raison d'une préférence pour le présent plus marquée au Nord, conduisant à une dégradation de l'environnement dont seul ce dernier pourrait se prémunir, grâce à une accumulation plus rapide puisque moins soucieuse d'environnement. Notre papier diffère dans sa démarche et dans son but⁴, puisqu'en interrogeant *un possible futur* on vise à répondre à la question soulevée ci-avant, et implicitement, à tester le processus de lutte contre le réchauffement climatique tel qu'évoqué précédemment; donc, à éclairer le présent.

¹ Il préfigure en effet les négociations du Protocole de Kyoto, lesquelles ont avalisé l'idée que les pays industrialisés devaient d'abord réduire leurs émissions de GES, invitant les autres à se résoudre aux mêmes obligations qu'ultérieurement.

² En notant bien que leur modèle diffère, parce que travaillant à l'émergence de coalitions stables (avec transferts) en statique. Pour un exposé des principes ayant trait à ces accords, voir Barrett (1990). Et pour une revue en français des différentes modélisations, Rotillon, Tazdaït (1996).

³ Michel Camdessus (Ex-Pdt du FMI), rapportait dans *Le Monde* du 16-01-2001, que l'aide au développement aurait dû passer de 0,37% du PIB des pays riches en 1990 à 0,70% en 1999. Elle s'est finalement échue à 0,22%, manifestant une baisse nette et préoccupante des efforts relatifs en faveur du Sud – d'autant que sa population n'a cessé de croître.

⁴ Par ailleurs, nous considérons des différences structurelles entre Nord et Sud. La production du Nord ne dépendra pas de l'environnement, mais ses membres y seront sensibles pour des motifs écologiques et sanitaires, alors que celle du Sud en dépendra fortement – position notamment défendue dans Schelling (1992).

Contextualisation et présentation non technique du modèle

Nous envisageons la situation prospective suivante : à la date « 0 » de notre modèle, on suppose que le Nord, conformément à un engagement pris antérieurement, est parvenu – à force de réductions successives, puis de stabilisation durable de ses émissions à un niveau incompressible – à ramener son stock de *GES* à un niveau lui-même incompressible S_{ges}^2 . Le Sud, lui, est pris au piège d'une sorte de trappe de pauvreté et continue d'émettre, sans pouvoir s'y opposer, une pollution liée à sa croissance démographique; pollution qui s'accumule en un stock $S_p(t)$ à effet sur la qualité de l'environnement mondial équivalent à un stock de *GES*⁵. Ainsi, une telle configuration nous permettra de bien distinguer la situation d'avant « 0 », où le Nord n'ayant pas stabilisé son stock de *GES* se cantonnait à cette seule entreprise – conformément à un engagement protocolaire de type Kyoto –, de la période d'après « 0 », où y étant parvenu, il cherchera alors à lutter contre la pollution du Sud – étant entendu qu'elle conditionnera désormais seule l'évolution de l'environnement. Ainsi, les agents économiques du Nord nés à partir de « 0 », essaieront-ils, pour des motifs écologiques et sanitaires, de préserver, voire d'améliorer la qualité de l'environnement mondial en réduisant les stocks de polluants du Sud, via l'investissement dans leurs écosystèmes d'aides transférées à cet effet⁶. La question sera ensuite de savoir si ces seuls transferts à but environnemental, et avec, l'évolution induite de l'environnement, permettront ou non d'obtenir une croissance durable au Nord comme au Sud.

Le papier s'articule ainsi. La section 2 présente la situation du point de vue de l'environnement mondial. La section 3 décrit les dynamiques des deux économies ainsi que celle des transferts organisés par le Nord. La section 4 aborde la question de la soutenabilité du Nord et du Sud. La section 5 conclut le papier.

2 Qualité de l'environnement mondial

Conformément à notre contextualisation, la pollution stockée au Sud, $S_p(t)$, a à toute date t – avant comme après « 0 » –, un effet sur l'environnement mondial équivalent à un volume de *GES* de $S_{ges}^1(t) = \varepsilon S_p(t)$, avec $\varepsilon \in]0, 1[$. Compte tenu de ce stock-équivalent-*GES* et de celui du Nord,

⁵ Les pollutions agricoles et domestiques ont un effet indirect sur l'environnement mondial, via leur impact sur les rivières, les nappes, puis les océans, régulateurs climatiques; ou plus directement, via des échanges avec l'atmosphère : voir Mariotti (1998) pour la pollution azotée des sols et Michaelis (1999) pour une évaluation économique de leur impact à long terme.

⁶ Conformément par exemple à un engagement pris antérieurement, avec l'idée de responsabilité première du Nord lui imposant de faire en priorité des efforts, puis d'aider le Sud à en faire autant. Et sachant surtout que le Nord ne pourra plus réduire sa pollution à partir de « 0 », pour éventuellement compenser celle du Sud, et que face à un tel risque de dégradation continue de l'environnement, il cherchera à s'en protéger par des investissements verts au Sud – ex : puits à carbone.

$S_{ges}^2(t)$, on définit un indicateur du stock de *GES* par zone, croissant des stocks de chacune : $\overline{S}_{ges}(t) = [S_{ges}^1(t)]^\lambda [S_{ges}^2(t)]^{1-\lambda} \forall t$, avec $\lambda \in]0, 1[$. λ et $1 - \lambda$ reflètent l'aire géographique des zones à l'échelle du globe. Avec des régions non différenciées géographiquement⁷, on a finalement $\overline{S}_{ges}(t) = [S_{ges}^1(t)S_{ges}^2(t)]^{1/2}$. Ce stock relevé dans chaque zone permet alors d'apprécier l'état de l'environnement mondial à toute date : $E(t) = 1/\overline{S}_{ges}(t) = 1/[S_{ges}^1(t)S_{ges}^2(t)]^{1/2} \forall t$. Or, en notant qu'à partir de « 0 » le stock de *GES* du Nord est stabilisé – $S_{ges}^2(t) = S_{ges}^2 \forall t \geq 0$ –, on a donc :

$$E(t) = 1/[S_{ges}^1(t)S_{ges}^2]^{1/2} \forall t \geq 0, \text{ avec } S_{ges}^2 > S_{ges}^1(0) = 1 \quad (1)$$

$S_{ges}^1(0) = 1$ allège les écritures suivantes sans rien modifier de fondamental et $S_{ges}^2 > S_{ges}^1(0)$ est une hypothèse raisonnable. Reste enfin à préciser l'origine et la forme de $S_p(t)$, spécialement après « 0 ». Le Sud émet avant comme après « 0 » des pollutions diverses : domestiques ou encore liées à l'exploitation par une population croissante d'un *patrimoine* limité (cf. *infra*). On peut donc les confondre et les associer à la population à chaque date : $P(t) = \psi N_1(t) \forall t$, avec $\psi \in]0, 1[$. Ces pollutions s'accumulent en fin de période en un stock qui vaut, après « 0 »⁸ :

$$S_p(t+1) = \frac{(1-m)[P(t) + S_p(t)]}{\eta N_2^n d(t+1)} \forall t \geq 0 \quad (2)$$

Le numérateur dépend des émissions de la période écoulée et du stock précédent, le tout assimilé au taux $m \in]0, 1[$. Néanmoins, nous intégrons à partir de « 0 », l'impact sur ce dernier, des transferts $d(t+1)$ réalisés par le Nord sous forme d'investissements verts, via le facteur $1/[\eta N_2^n d(t+1)]$ – avec $\eta \in]0, 1[$ et N_2^n le nombre constant d'individus à leur origine⁹. Ainsi, ces transferts augmentent la capacité d'assimilation des pollutions stockées dans le milieu environnant et partant, permettent d'en limiter l'effet-équivalent-*GES* sur l'environnement mondial. On mesure alors l'intérêt pour le Nord, qui a stabilisé son stock de *GES*, de réaliser des investissements verts au Sud : contenir l'augmentation de $S_p(t)$ par rapport à $S_p(0)$ et en limiter l'impact sur $E(t)$; voire mieux, le réduire durablement et améliorer ainsi continûment l'environnement.

Notons enfin que l'environnement mondial est la seule relation envisagée entre régions, faisant l'hypothèse d'une absence d'échanges commerciaux.

⁷ Il n'y a aucune raison théorique de différencier les aires des deux zones géographiques.

⁸ Jusqu'en « 0 », du fait de l'absence de transferts à but environnemental reçus du Nord, le stock de polluant du Sud vaut uniquement le numérateur de (2) : cf. Howarth et Norgaard (1992).

⁹ La lettre n figurant dans N_2^n signifie que nous avons normalisé la population du Nord par rapport à celle du Sud – cf. *infra* sous-section 3.2.

3 Structures et dynamiques économiques

3.1 Le Sud

On suppose que des conditions politiques, institutionnelles, démographiques, économiques ou encore écologiques, maintiennent le Sud dans un cercle vicieux de type *trappe de pauvreté*. Situation caractéristique de cette précarité auto-entretenu – cause et conséquence à la fois –, on suppose que les agents ne vivent qu’une période : $\forall t$, $N_1(t)$ enfants naissent de $N_1(t-1)$ agents identiques disparaissant alors, etc. L’absence induite de cycle de vie empêche l’accumulation de capital, lequel, en l’absence supposée de dépréciation, demeure indéfiniment à son niveau hérité de « la nuit des temps ». Côté offre, et compte tenu de ces hypothèses, on considère qu’à toute date, chacun des $N_1(t)$ agents emploie inélastiquement son temps ainsi que son capital reçu en héritage, à l’exploitation des terres qui lui ont concomitamment été léguées à la mort de ses parents. En considérant des dotations individuelles et des techniques de production – à rendements d’échelle constants – identiques, il découle que l’économie du Sud repose globalement sur la valorisation par la population présente $N_1(t)$, d’un *patrimoine global* transmis de génération en génération et composé du capital stationnaire et des terres. En notant M ce patrimoine, et sachant que $L_1(t) = N_1(t) \forall t$, le produit agrégé du Sud, compte tenu de l’impact supposé de l’environnement sur sa technologie, vaut $X(t) = [E(t)]^\xi L_1(t)^{\alpha_1} M^{1-\alpha_1} \forall t$, avec ξ et $\alpha_1 \in]0, 1[$. Soit encore, en grandeur par tête :

$$x(t) = [E(t)]^\xi \left[\frac{M}{N_1(t)} \right]^{1-\alpha_1} \quad \forall t \geq 0 \quad (3)$$

La normalisation du prix du bien – $p_x(t) = 1 \forall t$ –, permet d’appréhender le revenu individuel par le produit par tête, $x(t)$. Or ce dernier étant intégralement consommé compte tenu de nos hypothèses, son niveau et son évolution permettront d’apprécier le niveau et l’évolution du bien-être de l’agent. Enfin, $x(t)$ dépendant à chaque date de l’environnement mondial $E(t)$ et du niveau de population $N_1(t)$, on peut faire les remarques suivantes :

- (i) Pendant toute la période étudiée ($t \geq 0$), bien que le stock S_{ges}^2 du Nord ait été ramené à un niveau incompressible, il reste qu’il jouera toujours en défaveur du Sud. En effet, $E(t)$ – à savoir $1/[S_{ges}^1(t)S_{ges}^2]^{1/2}$ – se réécrit aisément $E(t) = E(0)/[S_{ges}^1(t)]^{1/2}$. Un $E(0)$ d’autant plus faible, ou encore un S_{ges}^2 d’autant plus élevé, joueront d’autant plus contre $x(t)$ en niveau chaque date. C’est la traduction de la responsabilité historique du Nord vis à vis du Sud.
- (ii) Néanmoins, durant cette même période, puisque S_{ges}^2 est stabilisé, l’évolution du revenu par tête du Sud $x(t)$, dépendra uniquement de l’effet conjugué de sa démographie et de l’accumulation d’émissions à laquelle elle donne lieu – compte tenu de son impact sur $E(t)$, via $S_p(t)$ et son

équivalent-*GES* $S_{ges}^1(t)$. Hors considération des transferts, le Sud est donc dans une situation insoutenable, plus ou moins fortement selon que sa démographie et donc ses émissions enregistreront telle ou telle évolution. Aussi, pour clore la présentation de l'économie du Sud, explicitons sa situation démographique et ce qu'elle implique.

On suppose que le Sud est caractérisé par la loi de croissance démographique suivante, vraie à toute date t , *i.e.* avant comme après 0 :

$$N_1(t) = (1+n)^{\alpha^{t-1}} N_1(t-1) \quad \forall t \text{ avec } \alpha \in]0, 1[\text{ et } n \in]0, 1[\quad (4)$$

Ainsi, après avoir enregistré une hausse par rapport à la population « originelle », la population aura cru continûment à taux décroissants jusqu'en « 0 » pour atteindre $N_1(0)$: population initiale de la période étudiée, normalisée en posant $N_1(0) = 1$. Après « 0 », la population continuera à croître suivant la même loi – signe que la croissance démographique continuera à s'éteindre –, et se stationnera à l'infini à un niveau N_1^* , plus ou moins élevé en regard de $N_1(0)$ suivant α . Précisément, si on écrit la population à chaque date $t \geq 1$ en fonction de $N_1(0) = 1$, on a $N_1(t) = \prod_{i=0}^{t-1} (1+n)^{\alpha^{t-i-1}}$. Il s'ensuit qu'à l'état stationnaire – $t-1 = t = \infty$ –, on a $N_1^* = (1+n)^{\frac{1}{1-\alpha}}$, avec N_1^* croissant de α . De fait, suivant la valeur que prendra α , on assistera à des évolutions très différentes de la population sur la période qui nous intéresse, relativement à $N_1(0)$: croissance démographique d'autant plus forte que $\alpha \rightarrow 1$ et inversement. Il en découle les remarques suivantes :

- (i) Si α tend vers 0, la démographie se stabilise très vite, avec pour conséquence un flux d'émissions *quasi* constantes – comprises dans l'intervalle $P(0) = \psi \leq P(t) \leq P^* = \psi(1+n)$. La conséquence est une dégradation très faible de l'environnement mondial et une population stationnaire N_1^* à peine supérieure à $N_1(0)$, avec en fin de compte une baisse très faible du revenu au Sud *ceteris paribus*.
- (ii) À l'inverse, si α se rapproche de 1, on assiste à une croissance démographique très élevée, et donc à des flux de polluants de plus en plus élevés dans le temps, même à taux décroissants : $P(0) = \psi \leq \dots \leq P(t) \leq \dots \leq P^* \rightarrow \infty$.

En tout état de cause, pour l'infinité de valeurs possibles de α , et d'autant plus avec $\alpha \rightarrow 1$, la démographie et la pollution à laquelle elle donne lieu sont préjudiciables à l'économie sur la période étudiée, plaçant le Sud – hors considération des transferts pour l'instant – sur une trajectoire insoutenable.¹⁰

¹⁰ L'idée d'une inéluctable spirale descendante « pauvreté - démographie - pollution » fait évidemment débat (cf. Scherr (2000)) et s'il n'y a pas de fatalité, la lecture du Rapport 2000 de la CNUCED sur l'avenir des PMA, défend d'en écarter définitivement l'idée.

3.2 Le Nord

L'économie y est appréhendée à l'aide d'un modèle à générations imbriquées de concurrence pure et parfaite, avec accumulation de capital et agents homogènes vivant deux périodes.¹¹ La population est stable : $N_2(t) = N_2(0) \forall t$, et comme on a normalisé celle du Sud en « 0 », nous devons également le faire pour celle du Nord, afin de respecter leur rapport de grandeur à chaque date $t \geq 0$. Ainsi, on normalise la population stabilisée du Nord par $N_2^n = N_2(0)/N_1(0)$ ¹².

Côte offre, seuls les jeunes travaillent, leurs parents retraités étant dotés d'une épargne $S(t-1)$ constituée en période de jeunesse. La production de biens et services est assurée par des firmes en concurrence. Elles emploient les jeunes nés en t , qui offrent chacun inélastiquement une unité de travail - $l_2(t) = 1$ - si bien qu'on a globalement $L_2(t) = N_2^n \forall t$. Elles louent le capital des retraités $K(t) = S(t-1)$. Le bien est consommé ou investi : en capital productif ou en biens environnementaux via les transferts au Sud. La technologie est supposée à rendements d'échelle constants et non affectée par l'environnement. Avec une fonction Cobb-Douglas, on a, au niveau agrégé : $Y(t) = K(t)^{\alpha_2} L_2(t)^{1-\alpha_2}$, $\alpha_2 \in]0, 1[$. Et le produit par tête vaut :

$$y(t) = k(t)^{\alpha_2}, \text{ avec : } k(t) = K(t)/N_2^n \text{ et } k(0) > 0 \quad (5)$$

$k(0)$ appartient à chaque retraité issu de l'ère antérieure. Sans commerce international, le prix de Y peut aussi être normalisé : $p_y(t) = 1$. Revenu et produit réel sont alors également confondus. Les firmes achètent les facteurs de production à leurs prix de marché. $K(t)$ est loué au taux d'intérêt net $r(t)$ et rétrocédé intégralement sous forme de biens de consommation à ses détenteurs (*i.e.* taux de dépréciation $\delta = 1$). $L_2(t)$ est rémunéré au taux de salaire $w_2(t)$. La maximisation du profit des firmes conduit à l'équilibre à l'égalisation des productivités marginales des facteurs à leurs prix de marché : $1 + r(t) = \alpha_2 k(t)^{\alpha_2-1}$ et $w_2(t) = (1 - \alpha_2) k(t)^{\alpha_2}$.

Côté demande, on suppose que l'utilité des agents dépend de leur consommation et de la *qualité relative* de l'environnement mondial rapportée à celle qui prévaut initialement : $E(0)$. Par ailleurs, pour alléger le programme de maximisation et en suivant John et Pecchenino (1994), John et *alii.* (1995), ou encore Jouvét, Michel, Vidal (1997), on suppose que chaque agent né en t n'éprouve d'utilité pour la consommation et, ici, la qualité

¹¹ Le choix d'une telle modélisation tient au fait que les générations imbriquées captent mieux la dimension intergénérationnelle des problèmes environnementaux - lesquels ressortent bien en général de ce que la réalité est composée d'une succession effective de générations mortelles plus ou moins altruistes vis à vis des générations futures. Et parfois pas du tout, comme ici.

¹² En effet, « 0 » n'est pas le début de l'histoire mais d'une période à venir. Or, si à partir de cette date la population du Nord est stabilisée alors que celle du Sud continue à croître, c'est que les deux économies n'ont pas le même régime démographique : ni avant, ni après « 0 ». Par conséquent, $N_1(0)$ et $N_2(0)$ seront vraisemblablement différents, et partant la normalisation de $N_1(0)$ par 1, soit sa division par elle-même, impose de diviser aussi $N_2(0)$ par $N_1(0)$.

relative de l'environnement, qu'en période de retraite $t+1$.¹³ Avec une utilité logarithmique, on a :

$$U_t = \theta \ln C_t(t+1) + (1-\theta) \ln \left(\frac{E(t+1)}{E(0)} \right)^{\frac{1}{E(0)}}, \quad \theta \in]0, 1[$$

La référence à $E(0)$ s'explique ainsi : $E(0)$ est la qualité de l'environnement mondial associée à l'effort maximal que les générations précédentes du Nord ont pu réaliser de leur propre côté pour préserver, voire améliorer, l'environnement au cours de la période antérieure – en stabilisant leur stock de *GES* à un niveau incompressible, conformément à un engagement pris antérieurement. De fait, une fois réalisée cette stabilisation, il n'appartient plus en théorie aux nouvelles générations du Nord, qu'à maintenir indéfiniment ce stock de *GES* à ce niveau incompressible. Néanmoins, puisqu'après « 0 » l'accumulation de pollution au Sud demeure, les nouvelles générations du Nord sont en proie au risque de voir l'effort de leurs ascendants « ruiné » par cette accumulation qui n'est pas de leur ressort. Aussi, non plus pour des considérations de responsabilité historique, mais pour des motifs écologiques et sanitaires propres, vont-elles, non seulement prendre le relais de leurs ascendantes en maintenant leur stock de *GES* à son niveau incompressible, mais en plus, lutter contre la menace de dégradation de l'environnement mondial, voire l'améliorer, au travers d'une action sur le patrimoine écologique du Sud, dernier levier d'intervention possible. Avec l'idée implicite « d'effet de seuil ou cliquet » en quelque sorte, à savoir qu'une fois connue la qualité de l'environnement $E(0)$ les générations du Nord souhaiteront ne pas descendre en dessous et si possible, l'améliorer continûment. Ainsi, l'agent représentatif de chaque génération née à partir de « 0 » est sensible à toute variation de $E(t+1)$ par rapport à $E(0)$: si $E(t+1) \geq E(0)$, il enregistre un gain d'utilité – signe qu'il est attaché à voir s'améliorer l'environnement par l'intermédiaire d'investissements verts au Sud –, et inversement, si $E(t+1) \leq E(0)$, il subit une désutilité, signe qu'il désapprouve que l'environnement se dégrade via la pollution du Sud.¹⁴ Enfin, notons les points suivants :

¹³ Cette hypothèse s'explique par le fait que notre préoccupation n'est pas de savoir comment un agent choisirait ses niveaux de consommation à ses deux périodes de vie, mais de voir comment il opère un arbitrage entre épargne (pour consommer ensuite) et transfert au Sud, pour bénéficier d'une certaine qualité de l'environnement en « $t+1$ ». Par ailleurs, si avec cette hypothèse l'agent semble être insensible à la qualité de l'environnement en période de jeunesse par rapport à $E(0)$, c'est simplement parce que $E(t)$ lui est légué, sans qu'il puisse l'influencer à l'inverse de $E(t+1)$.

¹⁴ On nous a suggéré ailleurs de prendre pour utilité $\hat{U}_t = \ln C_t(t+1) + \delta \ln E(t+1)$ avec $\delta > 0$. Nous conservons néanmoins la notre dans la mesure où, (1), elle colle explicitement à notre contextualisation, et, (2), on peut la ramener à une forme très proche de celle proposée, après réécriture et application d'une transformation strictement croissante qui conserve la structure de la fonction. Ainsi, en divisant notre utilité par $\theta > 0$ on a :

$$\frac{U_t}{\theta} = \ln C_t(t+1) + \frac{(1-\theta)}{\theta E(0)} \ln E(t+1) - \frac{(1-\theta)}{\theta E(0)} \ln E(0) = \ln C_t(t+1) + \delta \ln E(t+1) - C^{ste},$$

(i) L'exposant $1/E(0)$ traduit la sensibilité à la variation de $E(t + 1)$ par rapport à $E(0)$: si $E(0)$ est faible – signe que le stock de GES incompressible du Nord demeure élevé – alors l'agent est d'autant plus sensible à une variation de $E(t + 1)$ par rapport à $E(0)$ – positive ou négative, et inversement.

(ii) La fonction remplit les conditions standards par rapport à ses arguments.

Ainsi, $\forall t$, l'environnement $E(t + 1)$ dont bénéficieront les agents nés en t par rapport à $E(0)$, dépendra des pollutions du Sud et par suite, des transferts organisés par le Nord pour obtenir un rapport $E(t + 1)/E(0)$ qui leur offre une satisfaction maximale. L'agent représentatif arbitre donc son salaire entre la constitution d'une épargne $s(t)$ – appelée à devenir le capital $k(t + 1)$ valorisé au taux d'intérêt $r(t + 1)$ et consommable alors –, et d'autre part, le flux à but environnemental $d(t + 1)$ transféré au Sud.

En utilisant les relations (1), (2) et (6), le programme de l'agent s'écrit :

$$\max_{C_t(t+1), \frac{E(t+1)}{E(0)}} U_t^i = \theta \ln C_t(t + 1) + \frac{1 - \theta}{E(0)} \ln \left(\frac{E(t + 1)}{E(0)} \right)$$

$$s.c : \begin{cases} k(t + 1) + d(t + 1) = w_2(t) \\ C_t(t + 1) = [1 + r(t + 1)]k(t + 1) \\ E(t + 1) = \frac{1}{[S_{ges}^1(t + 1)S_{ges}^2]^{1/2}} \text{ et } E(0) = \frac{1}{[S_{ges}^2]^{1/2}} \\ S_{ges}^1(t + 1) = \varepsilon S_p(t + 1) = \varepsilon \frac{(1 - m) [P(t) + S_p(t)]}{\eta N_2^{\alpha_2} d(t + 1)} \end{cases}$$

Les variables de décision sont $k(t + 1)$ et $d(t + 1)$, lesquelles influencent respectivement, $C_t(t + 1)$ et $E(t + 1)/E(0)$. La résolution du programme à l'aide de la méthode de Lagrange donne l'arbitrage suivant, compte tenu de $w_2(t) = (1 - \alpha_2)k(t)^{\alpha_2}$:

$$k(t + 1) = \frac{2\theta E(0)}{1 - \theta[1 - 2E(0)]} (1 - \alpha_2)k(t)^{\alpha_2} \tag{7}$$

$$d(t + 1) = \frac{1 - \theta}{1 - \theta[1 - 2E(0)]} (1 - \alpha_2)k(t)^{\alpha_2} \tag{8}$$

Ces relations de récurrence déterminent, respectivement, la dynamique économique du Nord – laquelle conditionne son bien-être « économique » – et deuxièmement, la série des transferts qui influencent l'évolution de la qualité de l'environnement par rapport à $E(0)$ ¹⁵, série qui conditionne le

avec (i), $\delta = \frac{(1-\theta)}{\theta E(0)} > 0 \forall \theta \in]0, 1[$ et $E(0) > 0$ et (ii), $C^{ste} = \frac{(1-\theta)}{\theta E(0)} \ln E(0)$. Or, $\hat{U}_t = \frac{U_t}{\theta}$ étant une forme très proche de celle proposée \hat{U}_t , à la constante près, cela ne modifie en rien les calculs et résultats de l'optimisation.

¹⁵ On trouve sans difficulté les valeurs d'équilibre des variables auxquelles l'agent est sensible [$C_t^e(t + 1)$ et $E(t + 1)/E(0)$: pendants, respectivement, de (6) et (7)] et on vérifie alors que le marché est soldé.

bien-être « environnemental » du Nord, et le bien-être économique du Sud – impact de $E(t)$ sur $x(t)$. Le taux marginal de substitution entre consommation et environnement vaut indirectement, via $k(t + 1)$ et $d(t + 1)$, $\frac{\partial d(t+1)}{\partial k(t+1)} = \frac{1-\theta}{2\theta E(0)}$. Notons par ailleurs l'influence de la référence $E(0)$ dans l'arbitrage capital $k(t + 1)$ – transferts $d(t + 1)$. En l'occurrence, la part de salaire transférée au Sud est décroissante en $E(0)$. D'où la proposition suivante :

Proposition 1 *Plus la qualité de l'environnement de référence $E(0)$ est faible, plus la part de salaire dévolue à chaque date à l'écologie du Sud est élevée. Et inversement.*

Preuve : Elle est immédiate : $\partial \frac{1-\theta}{1-\theta[1-2E(0)]} / \partial E(0) \leq 0$.

Par conséquent, pour toute période $t \geq 1$ considérée isolément et *en termes de fonds reçus* (nous soulignons), le Sud a intérêt à ce que la qualité $E(0)$ à laquelle se réfère le Nord soit la plus faible possible. Mais, si c'est le cas en termes de fonds reçus, rappelons qu'un $E(0)$ faible signifie aussi – en niveau et *ceteris paribus* – un revenu par tête $x(t)$ plus faible à chaque date (*cf supra*). Le bilan s'avère donc contrasté. Il est en fait négatif, ce qui conduit à la proposition suivante :

Proposition 2 *À toute date donnée, le Sud a un revenu par tête croissant de la qualité initiale de l'environnement : $\frac{\partial x(t)}{\partial E(0)} \geq 0 \forall t \geq 0$.*

Preuve : Elle tient aux points suivants :

- 1/ Avec $E(t) = \frac{1}{[S_{ges}^1(t)S_{ges}^2]^{1/2}}$ et $E(0) = \frac{1}{[S_{ges}^2]^{1/2}}$, il vient $E(t) = \frac{E(0)}{S_{ges}^1(t)^{1/2}}$
- 2/ Comme $S_{ges}^1(t) = \frac{\varepsilon(1-m)[P(t-1)+S_p(t-1)]}{\eta N_2^n d(t)}$ et $d(t) = \frac{(1-\theta)(1-\alpha_2)k(t-1)^{\alpha_2}}{1-\theta[1-2E(0)]}$ d'après (7), on a alors :

$$E(t) = E(0) / \left[\varepsilon \frac{(1-m)[P(t-1) + S_p(t-1)]}{\eta N_2^n \left[\frac{1-\theta}{1-\theta[1-2E(0)]} (1-\alpha_2)k(t-1)^{\alpha_2} \right]} \right]^{1/2}$$

Le revenu par tête de l'économie pauvre, $x(t) = E(t)^\xi \left[\frac{M}{N_1(t)} \right]^{1-\alpha_1}$, se réécrit alors :

$$x(t) = \Delta \left[\frac{E(0)}{[1-\theta[1-2E(0)]]^{1/2}} \right]^\xi$$

où $\Delta = \left[1 / \frac{\varepsilon(1-m)[P(t-1)+S_p(t-1)]}{\eta N_2^n (1-\theta)(1-\alpha_2)k(t-1)^{\alpha_2}} \right]^{1/2} \xi \left[\frac{M}{N_1(t)} \right]^{1-\alpha_1}$

Et donc $\frac{\partial x(t)}{\partial E(0)} = \Delta \frac{\xi}{E(0)^{1-\xi}} \frac{1-\theta(1-E(0))}{[1-\theta[1-2E(0)]]^{3/2} \xi}$: expression positive car d'un côté $\Delta \geq 0 \forall t$, puisqu'il dépend de paramètres et autres variables tous positifs, et de l'autre, $\{\xi, \theta\} \in]0, 1[$ et $E(0) > 0$ impliquent que les deux

termes suivants sont positifs – N.B. : pour le dernier, développer numérateur et dénominateur suffit à le vérifier.

Il demeure donc bien préférable, pour une génération quelconque née au Sud, qu'elle – si c'est la première –, ou ses ascendants nés en « 0 » – si elle suit – ai(en)t débuté avec une qualité $E(0)$ plus élevée, même si conformément à la proposition 1 cela signifiera d'autant moins de transferts à chaque date. De fait, qu'en est-il vraiment dans une optique de long terme quand la qualité de référence $E(0)$ est faible, signe d'un passé industriel très polluant au Nord ? Il convient alors de savoir si se fier aux choix des générations non altruistes du Nord, optimaux de leur point de vue, n'est pas risqué, alors que cette situation est déjà défavorable à chaque date au Sud – cf. proposition 2. Pour cela, observons quelle est la part de salaire dévolue à chaque date à l'écologie du Sud, quand $E(0)$ est proche de zéro. On a $\lim_{E(0) \rightarrow 0} \frac{1-\theta}{1-\theta[1-2E(0)]} = 1$, signifiant dans pareil cas que l'agent du Nord devient tellement sensible à toute variation de $E(t+1)$ par rapport à ce $E(0)$ médiocre, qu'il transfère la quasi-intégralité de son salaire à la lutte contre la pollution du Sud – et ce, au détriment de l'accumulation du capital, puisque la part $d(t+1)$ du salaire qu'il affecte à l'écologie du Sud « fait concurrence » à celle qu'il désigne à sa consommation et en amont, à l'accumulation. Ainsi, dans une perspective de long terme, un niveau trop faible de $E(0)$ limiterait par trop l'accumulation du capital et par suite, le potentiel de transferts vers le Sud – au point de l'écarter toujours plus d'une possible trajectoire durable. Ceci nous amène à engager la discussion qui suit.

◊ **Discussion** : La situation évoquée à l'instant – raisonnable pour un agent vivant une durée limitée quand $E(0)$ tend vers 0, puisqu'elle ressort de ses choix optimaux – peut néanmoins conduire à des processus de croissance impliquant des trajectoires de transferts et donc de préservation de l'environnement d'autant plus réduites dans le temps que la préoccupation pour l'environnement aura été paradoxalement plus élevée. En effet, si $E(0)$ est très faible, la dynamique d'accumulation du capital de la succession de générations à horizon limité qui ressort de (6), peut à partir d'un certain stade, suivre une trajectoire telle que le montant de transferts qu'il sera alors possible d'opérer sur cette base, et donc la qualité environnementale qu'il sera possible d'atteindre dans le futur, sera inférieure à ce qu'il eut été possible d'obtenir si on avait fait le choix de ne pas tant investir initialement dans l'environnement. De fait, il existe nécessairement un niveau minimal $\underline{E}(0)$ de $E(0)$, en deçà duquel il n'est plus raisonnable dans une optique de long terme de fonder les choix d'investissement environnementaux sur la base de cette référence. Ceci appelle la question de savoir si dans un tel cas – $E(0) \leq \underline{E}(0)$ – l'intervention d'un planificateur qui ferait le choix de reporter une part des « investissements verts » pour accumuler davantage et se constituer ainsi plus de moyens d'améliorer l'environnement plus tard, est fondée ou non. Une telle intervention conduit en fait à un dilemme entre la

pareto-optimalité de la trajectoire de croissance du Nord et l'équité entre générations du Nord et du Sud. Voyons cet aspect.

Quelque soit $E(0)$, la trajectoire du capital par tête du Nord et la croissance qui en découle sont pareto-optimales et soutenables (cf. infra Section 4). De fait, une intervention dans le cas « $E(0)$ faible » pose la question de savoir s'il est légitime de sacrifier le bien-être de générations présentes des deux régions – en laissant paradoxalement se dégrader l'environnement un certain temps –, afin de favoriser l'accumulation et par suite les transferts, au bénéfice des générations futures. Cette question n'est pas anodine pour deux raisons :

- (i) Le fait qu'à partir de « 0 » la dégradation de l'environnement provienne uniquement du Sud, implique que l'arbitrage du planificateur en faveur des générations futures pourrait s'avérer injuste pour les générations présentes du Nord. Cependant, le caractère certes incompressible, mais néanmoins permanent de leur stock de GES, particulièrement préjudiciable au Sud, fait que toute intervention en faveur des générations futures de ce dernier pourrait légitimer le sacrifice des générations présentes du Nord, sous réserve de pouvoir justifier du même coup le sacrifice des générations présentes du Sud. Or, s'agissant des générations présentes du Sud, on aurait tendance à penser que ça n'est pas le cas, aucune génération – pas plus aujourd'hui que demain – n'ayant les moyens de lutter contre sa pollution. Or malgré les transferts, nous verrons que le Sud est en situation insoutenable. Aussi, à défaut d'espérer qu'une telle intervention le conduise sur la voie d'un développement durable, au moins permettrait-elle peut-être à ses générations futures de ne pas franchir un seuil de non viabilité. À ce titre au moins, apparaîtrait-elle légitime. Cependant, un élément vient contrebalancer le choix en faveur d'une intervention quand $E(0)$ est très faible.
- (ii) En effet, accepter une intervention – donc une dégradation initiale accrue de l'environnement, moyennant une accumulation plus forte, pour espérer l'améliorer ensuite – ça n'est pas seulement accepter le principe d'un « sacrifice » des générations présentes, c'est aussi supposer qu'il n'existe pas de seuil E^s de la qualité de l'environnement en deçà duquel toute réversion est impossible. Or en réalité, des phénomènes irréversibles sont à l'oeuvre, au moins à partir d'un certain stade. De sorte que si $E(0)$ devait être à peine supérieure au seuil évoqué, alors adopter les recommandations du planificateur (en raison de $E(0) \leq \overline{E(0)}$) ferait courir le risque de descendre en deçà et de ne plus pouvoir alors inverser le processus à terme. Dans ce cas, un principe de précaution voudrait qu'on rejette la stratégie du régulateur. ◊

Bien qu'elle ne puisse être exclue, la situation envisagée ci-avant apparaît improbable : on imagine mal que le Nord ait stabilisé son stock de GES à un niveau incompressible, et que celui-ci demeure encore très grand, induisant ce niveau très faible de $E(0)$; sauf en cas de mauvaise stratégie énergétique combinée à un phénomène d'hystérèse excluant tout retour en

arrière. De fait, puisque notre modèle est prospectif, cela devrait au moins inciter le Nord qui n'a pas encore stabilisé son stock de *GES*, à aller le plus loin possible dans la lutte contre sa propre pollution. Opter maintenant pour une stabilisation au niveau le plus faible possible, reviendrait à se ménager les marges d'actions nécessaires à une lutte plus efficace contre la pollution du Sud ultérieurement. C'est une autre application du *principe de précaution* : avant « 0 ».

4 Soutenabilité des sentiers de croissance

4.1 La soutenabilité du Nord

Le sentier de croissance de l'économie riche est soutenable si on observe la non décroissance de l'utilité des générations au cours du temps, c'est-à-dire si $U_t \geq U_{t-1} \forall t \geq 1$.

Lemme 1 $U_t \geq U_{t-1} \forall t \geq 1$ ssi :

$$S_p(t) \geq \frac{\psi N_1(t) d(t)^{|\Psi|}}{A^{[\Omega]} \frac{\eta N_2^n}{(1-m)} - d(t)^{|\Psi|}} \approx \Upsilon(t) \tag{9}$$

avec $A = \frac{(1-\theta)(1-\alpha_2)}{1-\theta[1-2E(0)]} \left(\frac{2\theta E(0)}{1-\theta} \right)^{\alpha_2}$, $\Omega = \frac{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}{1-\theta}$
 et $\Psi = \frac{\alpha_2[\theta(1+2(1-\alpha_2)E(0))-1]}{1-\theta}$

Preuve : Donnée dans l'Annexe mathématique A¹⁶

Ainsi, pour garantir que le long du sentier menant à l'état stationnaire on a $U_t \geq U_{t-1}$, il faut qu'à chaque date le stock de pollution relevé au Sud, $S_p(t)$, majore le seuil $\Upsilon(t)$ donné en (8). Cette séquence de seuils peut être vue comme celle des stocks de pollution à chaque date en deçà desquels il est inutile pour les agents du Nord de descendre, car inefficace. Ils ne descendront donc jamais en dessous et l'on fait la proposition suivante :

Proposition 3 *Le Nord génère une dynamique d'accumulation et de préservation de l'environnement, (i), qui est pareto-optimale du point de vue de chacune de ses générations considérée isolément et, (ii), qui est soutenable, puisque $\forall t \geq 1$ on a $U_t \geq U_{t-1}$.*

Preuve du point (i) : Le stock de pollution du Sud ressortant à chaque date de l'arbitrage optimal des générations du Nord, il est impossible d'améliorer la satisfaction de l'une d'entre elles sans dégrader celle d'au moins

¹⁶ Notons que les preuves des lemmes – souvent longues – figurent toutes en annexes, et que seules celles des propositions demeurent dans le corps du texte.

une autre : via la modification induite de son arbitrage entre « transferts » et « accumulation ».

Preuve du point (ii) : elle découle des points (a) et (b) suivants :

(a) La dynamique économique du Nord a un caractère monotone croissant.

(b) À partir de la valeur courante du stock de pollution $S_p(t)$ et de son seuil théorique $\Upsilon(t)$ – borne inférieure telle que $U_t \geq U_{t-1} \forall t \geq 1$ –, on montre dans l'Annexe mathématique B, qu'à l'état stationnaire, S_p^* équivaut au seuil stationnaire Υ^* . Ce qui signifie que lorsque $t - 1 = t = \infty$ on sature indéfiniment l'inégalité $U_t \geq U_{t-1}$.

Il découle des points (a) et (b) que l'on converge nécessairement sur un sentier de croissance équilibrée le long duquel $U_t \geq U_{t-1} \forall t \geq 1$.

On peut désormais montrer que la soutenabilité effective du Nord, fondée sur des transferts à but environnemental en direction du Sud, ne permet pas à ce dernier de gagner également un développement durable au sens de Pezzey; soit que ces seuls « investissements verts » s'avèrent en fin de compte insuffisants.

4.2 L'insoutenabilité du Sud

Compte tenu que le revenu par tête $x(t)$ conditionne le bien-être économique du Sud, la croissance y sera durable si et seulement si on observe $x(t + 1)/x(t) \geq 1 \forall t$.

Lemme 2 $\frac{x(t+1)}{x(t)} \geq 1 \forall t \geq 0$ ssi :

$$\frac{S_p(t+1)}{S_p(t)} \leq \frac{1}{(1+n)^{\Gamma(t)}} \text{ avec } \Gamma(t) = \frac{2(1-\alpha_1)\alpha^t}{\xi}$$

Preuve : Donnée dans l'Annexe mathématique C.

Observons alors que le terme de droite de cette inégalité est constamment inférieur à 1 avant l'état stationnaire et croît continûment pour atteindre 1 à cet état.¹⁷ Il s'ensuit que le stock doit continuellement baisser à taux nécessairement décroissants pour se stationnariser à très long terme. Or, observer une décroissance immédiate et continue du stock de polluant au Sud, signifie donc que le Nord y ferait des investissements verts, tels qu'après « 0 », non seulement ils couvriraient les émissions du Sud, mais qu'en plus, en augmentant la capacité d'assimilation naturelle de son patrimoine écologique, ils réduiraient continûment le stock de pollution courant

¹⁷ En effet, puisqu'on a d'un côté $\dot{\Gamma}(t) \leq 0$ et de l'autre $\lim_{t \rightarrow \infty} \Gamma(t) = 0$, alors nécessairement, on a d'une part $\frac{\partial(1+n)^{-\Gamma(t)}}{\partial t} \geq 0$ et d'autre part $\lim_{t \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{(1+n)^{\Gamma(t)}} \right] = 1$.

$S_p(t)$ par rapport au stock initial $S_p(0)$. On assisterait alors à une amélioration continue de l'environnement mondial $E(t)$ par rapport à $E(0)$, mais par la voie du Sud.

Par ailleurs, notons qu'on peut reformuler la condition de soutenabilité du Sud sous une forme très proche de celle du Nord :

Lemme 3 $x_t \geq x_{t-1} \forall t \geq 1$ ssi :

$$S_p(t) \geq \frac{\psi N_1(t) d(t)^{-\alpha_2}}{A \frac{\eta N_2^n}{(1-m)} \frac{1}{(1+n)^{|\Gamma(t)|}} - d(t)^{-\alpha_2}} \quad (10)$$

avec A du Lemme 1 et $\Gamma(t)$ du Lemme 2.

Preuve : Donnée dans l'Annexe mathématique D.

On constate la grande similitude de la condition (9) avec la condition (8) de soutenabilité du Nord. De fait, on peut déduire de (8) et (9), la condition telle que si elle était vérifiée, alors la soutenabilité du Nord amènerait automatiquement celle du Sud. Donnons donc cette condition de soutenabilité simultanée et implicite et voyons si elle est vérifiée.

Lemme 4 La Soutenabilité Simultanée et Implicite est assurée ssi $\forall t$:

$$d(t) \geq \left[A(1+n) \left[\frac{(1-\alpha_1)\alpha_1^t}{E(0)\xi} \frac{1-\theta}{\theta} \frac{1}{\alpha_2} \right] \right]^{\frac{1}{1-\alpha_2}} = \Lambda(t) \quad (11)$$

avec A du Lemme 1

Preuve : Donnée dans l'Annexe mathématique E.

La condition (10) – dite de soutenabilité simultanée et implicite, ou encore *SSI* – est donc nécessaire et suffisante pour que la soutenabilité du Nord – effective d'après la proposition 3 –, implique automatiquement celle du Sud. Les valeurs seuils $\Lambda(t)$ représentent les investissements verts minima nécessaires à chaque date pour garantir cette *SSI*. Or, cette condition n'est jamais remplie et l'on formule la proposition suivante :

Proposition 4 Notons les deux points suivants : (i) La soutenabilité effective du Nord n'amène jamais celle du Sud. Pourtant, (ii), en raison de la dépendance du Sud vis à vis du Nord, le sentier de convergence du Sud demeure pareto-optimal du point de vue de chaque génération.

Preuve du point (i) : Elle découle des points (a) et (b) suivants :

(a) : La condition (10) indique qu'on a la *SSI* des deux économies ssi $\forall t$, on respecte :

$$d(t) \geq \Lambda(t) = \left[A(1+n) \left[\frac{(1-\alpha_1)\alpha_1^t}{E(0)\xi} \frac{1-\theta}{\theta} \frac{1}{\alpha_2} \right] \right]^{\frac{1}{1-\alpha_2}} \quad (a_1)$$

De fait, en $t - 1$ on devrait avoir :

$$d(t - 1) \geq \Lambda(t - 1) = \left[A(1 + n) \left[\frac{(1 - \alpha_1)\alpha^{t-1}}{E(0)\xi} \frac{1 - \theta}{\theta} \frac{1}{\alpha_2} \right] \right]^{\frac{1}{1 - \alpha_2}}$$

Et alors $\Lambda(t)/\Lambda(t - 1)$ est le taux de croissance brut de la série minorante (et suffisante) des transferts environnementaux requis pour avoir la SSI des économies :

$$\frac{\Lambda(t)}{\Lambda(t - 1)} = \frac{1}{(1 + n) \left[\frac{(1 - \alpha_1)}{E(0)\xi} \frac{1 - \theta}{\theta} \frac{1}{\alpha_2(1 - \alpha_2)} \right] (\alpha^{t-1} - \alpha^t)} \tag{a_2}$$

Or $\forall t$, observons que ce rapport est inférieur à 1. En effet, on a d'une part $(1 + n) \geq 1$ et de l'autre $\left[\frac{(1 - \alpha_1)}{E(0)\xi} \frac{1 - \theta}{\theta} \frac{1}{\alpha_2(1 - \alpha_2)} \right] (\alpha^{t-1} - \alpha^t) \geq 0 \forall t$, puisque $\alpha \in]0, 1[$. En résumé : $\Lambda(t) \leq \Lambda(t - 1) \forall t$.

Par ailleurs, on vérifie aisément à l'aide de (10), qu'à l'état stationnaire, autrement dit quand $t \rightarrow \infty$ on a $\Lambda^* = [A]^{\frac{1}{1 - \alpha_2}}$ (a_3)

Ainsi, la série $\{\Lambda(t), t\}$ des transferts environnementaux minimaux requis pour avoir la SSI des deux économies est continûment décroissante et converge vers Λ^* .

Passons désormais au point (b), lequel permettra de conclure la démonstration :

(b) On sait que le niveau de transfert « vert » optimal – et donc choisi par chaque génération de l'économie riche – est donné par la relation de récurrence suivante : $d(t) = Ad(t - 1)^{\alpha_2}$ – [cf. RP en annexe]. (b_1)

Il vient alors : $\frac{d(t)}{d(t-1)} = Ad(t - 1)^{\alpha_2 - 1}$ (b_2)

Il découle que la série des transferts optimaux $\{d(t), t\}$ converge à l'état stationnaire vers : $d^* = [A]^{\frac{1}{1 - \alpha_2}}$ (b_3)

La démonstration tient dès lors aux deux points suivants :

Avant l'état stationnaire, le rapport $d(t)/d(t - 1)$ donné en (b₂) est toujours supérieur à 1 du fait même que $k(t)/k(t - 1)$ est lui-même constamment supérieur à 1 et que $d(t)$ et $k(t)$ sont linéairement et positivement reliés.

Par ailleurs, la série des transferts optimaux $\{d(t), t\}$ converge vers la même valeur stationnaire que celle de la série $\{\Lambda(t), t\}$ des transferts minimaux requis pour avoir la SSI des deux économies. En effet, le Λ^* figurant en (a₃) vaut le d^* de (b₃).

Il s'ensuit que la série $\{d(t), t\}$ des transferts observés étant croissante jusqu'à l'état stationnaire, alors que celle requise pour avoir la SSI des deux économies $\{\Lambda(t), t\}$ étant continûment décroissante jusqu'à cet état, cela signifie que $\Lambda(t)$ majore nécessairement toujours $d(t)$. La condition (10) est donc violée et la soutenabilité du Sud ne peut découler de celle du Nord.

Preuve du point (ii) : Elle est immédiate, en observant simplement que si une génération au Nord devait être contrainte à dévier par rapport au sentier optimal des transferts $d(t)$, alors la modification implicite de son arbitrage lui serait non seulement préjudiciable, mais en plus, en étant préjudiciable aux générations suivantes par la modification induite de la trajectoire d'accumulation du capital, elle le serait aussi pour au moins l'une des générations futures du Sud.

5 Conclusion

La conjonction de trois phénomènes plus ou moins latents, à savoir, la contestation grandissante de l'aide traditionnelle au développement dans les pays riches, leur focalisation croissante sur les risques associés à une pollution massive attendue au Sud, et enfin, l'installation dans une précarité durable de nombreux pays pauvres, nous a conduit à considérer une situation prospective où le Nord, après avoir stabilisé son stock de *GES* à un niveau incompressible – conformément à un accord antérieur –, chercherait alors, pour des motifs désormais purement écologiques et sanitaires, à lutter contre la pollution du Sud – pris au piège de la pauvreté et de fait incapable de limiter l'accumulation de ses émissions. Nous avons alors vu que le Nord était conduit à internaliser ces externalités en organisant des transferts en direction du Sud, investis dans son patrimoine écologique : seul levier désormais disponible pour préserver, voire améliorer, l'environnement. Nous avons ensuite montré que si une telle démarche permettait au Nord de connaître un développement soutenable jusqu'à l'état stationnaire, il n'en allait pas de même pour le Sud, dont le revenu par tête, fortement conditionné par la qualité de l'environnement, ne parvenait alors pas à enclencher une croissance durable. Ainsi, de la même façon que certains pays en situation de « trappe de pauvreté » ne parviendraient pas à enclencher un processus d'accumulation et de croissance sans une aide massive pour initier un *take-off*, on ne pourrait attendre pour ces mêmes pays, confrontés de surcroît à des problèmes écologiques, qu'ils sortent de cette situation sans une autre forme d'aide que celle que leur alloueraient les pays riches pour des motifs écologiques et sanitaires propres. Ce résultat, si fort soit-il, nous éclaire sur la façon dont est actuellement envisagé le problème de lutte contre l'effet de serre, et plus généralement sur le développement du Sud. En effet, compte tenu de sa responsabilité, le Nord a admis qu'il fallait d'abord qu'il règle le problème de ses émissions pour se concentrer à terme sur la pollution du Sud, quand celle-ci sera effectivement massive ; si d'aventure le Sud en avait besoin, ce que l'on peut imaginer. Or, une fois que le Nord aura effectivement stabilisé son stock de *GES*, et qu'à ce titre il aura fait face à sa responsabilité historique, le risque existe que ses représentants futurs, surtout compte tenu des phénomènes latents mentionnés plus haut, limitent leur aide à de simples transferts environnementaux, dans la mesure où eux mêmes en béné-

ficeront. Ce risque implicite à la tournure des négociations actuelles sur le climat et à ces tendances de fond, devrait faire ressortir l'approche concurrente, comme non seulement plus ambitieuse, mais surtout moins risquée : il s'agirait d'organiser rapidement un développement durable au Sud, en y transférant des *technologies propres*, sachant que les coûts supportés aujourd'hui seront autant de coûts (certainement plus grands d'ailleurs) évités demain.

Néanmoins, compte tenu du caractère prospectif du modèle, nous devons en relativiser les conclusions. En effet, d'ici au futur envisagé, certains pays du Sud auront mis un terme à certaines de leurs difficultés actuelles, lesquelles semblent devoir cantonner les plus pauvres au sous-développement. Aussi, sera-t-on vraisemblablement plutôt dans la situation suivante : un Sud encore en développement, et qui aura pour préoccupation majeure de poursuivre l'augmentation de son niveau de vie, avec pour conséquence une forte pollution : industrielle, domestique, etc. Et de l'autre côté, un Nord qui aura développé des technologies propres. Cette autre contextualisation consisterait à introduire dans notre modèle une accumulation de capital au Sud, avec émission de polluants industriels; et ce au travers par exemple de générations imbriquées qui vivraient comme au Nord deux périodes, mais qui ne seraient sensibles qu'à leurs niveaux de consommation et non aux questions d'environnement. De même serait-il intéressant de considérer des échanges internationaux de biens et de capitaux. On peut en effet penser que le Nord délocaliserait certaines de ses industries polluantes au Sud, y apportant de fait le capital nécessaire à la sortie de la trappe de pauvreté et initiant ipso facto une dynamique de croissance – en effet, une fois le *take-off* engagé, les populations du Sud pourraient d'elles mêmes induire une dynamique locale d'accumulation, en raison de l'augmentation de leur niveau de vie et avec, de la possibilité offerte d'épargner. Les pays du Sud seraient tributaires de l'investissement direct étranger initial, mais ensuite, prendraient leur destin en main. Le Nord, lui, aurait à gagner, (i), d'obtenir à moindre coût, pour un même capital investi, le bien désormais produit à l'étranger, et (ii), de pouvoir éliminer plus facilement là-bas les *GES* qu'il émettait auparavant (*i.e.* avant délocalisation) depuis son territoire. Nous réservons ces pistes de modélisation à de futures recherches.

ANNEXES

Remarque Preliminaires

Avant toute chose, notons qu'à partir de (7) et en écrivant la valeur de $d(\cdot)$ aux dates $t + 1$ et t , on a : $\frac{d(t+1)}{d(t)} = \left[\frac{k(t)}{k(t-1)} \right]^{\alpha_2}$. En utilisant alors la relation (6) qui donne $k(\cdot)$, on observe (par inversion) qu'aux dates t et $t - 1$ on a :

$$k(t)^{\alpha_2} = \frac{1 - \theta[1 - 2E(0)]}{2\theta E(0)} \frac{1}{(1 - \alpha_2)} k(t + 1)$$

$$k(t - 1)^{\alpha_2} = \frac{1 - \theta[1 - 2E(0)]}{2\theta E(0)} \frac{1}{(1 - \alpha_2)} k(t)$$

De fait, $\left[\frac{k(t)}{k(t-1)} \right]^{\alpha_2} = \frac{k(t+1)}{k(t)}$, et par conséquent : $\frac{d(t+1)}{d(t)} = \frac{k(t+1)}{k(t)}$. (RP1)

On peut alors trouver la relation de récurrence de $d(t)$. Avec (6), on a :

$$\frac{d(t + 1)}{d(t)} = \frac{k(t + 1)}{k(t)} = \frac{2\theta E(0)}{1 - \theta[1 - 2E(0)]} (1 - \alpha_2) k(t)^{\alpha_2}$$

Or (7) $\Rightarrow \frac{2\theta E(0)}{1 - \theta[1 - 2E(0)]} (1 - \alpha_2) k(t)^{\alpha_2} = 2\theta E(0) \frac{d(t+1)}{1 - \theta}$, alors qu'à nouveau avec (6) on a $k(t) = \left[\frac{1 - \theta[1 - 2E(0)]}{1 - \theta} \frac{d(t+1)}{1 - \alpha_2} \right]^{\frac{1}{\alpha_2}}$.

On en déduit que $\frac{d(t+1)}{d(t)} = \frac{2\theta E(0) \frac{d(t+1)}{1 - \theta}}{\left[\frac{1 - \theta[1 - 2E(0)]}{1 - \theta} \frac{d(t+1)}{1 - \alpha_2} \right]^{\frac{1}{\alpha_2}}}$, et après simplification : $d(t+1) = \frac{(1 - \theta)(1 - \alpha_2)}{1 - \theta[1 - 2E(0)]} \left(\frac{2\theta E(0)}{1 - \theta} \right)^{\alpha_2} d(t)^{\alpha_2}$. En notant A le grand facteur uniquement composé de paramètres, on a : $d(t + 1) = Ad(t)^{\alpha_2}$. (RP2)

Démonstration des lemmes

A -- Démonstration de la condition du Lemme 1

$$U_t = \theta \ln C_t(t+1) + (1 - \theta) \ln \left(\frac{E(t+1)}{E(0)} \right)^{\frac{1}{E(0)}} \Leftrightarrow e^{U_t} = C_t(t+1)^\theta \left(\frac{E(t+1)}{E(0)} \right)^{\frac{1 - \theta}{E(0)}}$$

De fait, trouver la condition telle que $U_t \geq U_{t-1}$ revient à trouver celle telle que $e^{U_t} \geq e^{U_{t-1}}$, soit telle que : $\left[\frac{C_t(t+1)}{C_{t-1}(t)} \right]^\theta \left[\frac{E(t+1)}{E(t)} \right]^{\frac{1 - \theta}{E(0)}} \geq 1$. (E0)

Par ailleurs, notons les points suivants :

1. $E(t) = 1/[S_{ges}^1(t)S_{ges}^2(t)]^{1/2}$ et $S_{ges}^1(t) = \varepsilon S_p(t) \Rightarrow \frac{E(t+1)}{E(t)} = \left[\frac{S_p(t)}{S_p(t+1)} \right]^{1/2}$
2. $C_t(t + 1) = \alpha_2 k(t + 1)^{\alpha_2} \Rightarrow \frac{C_t(t+1)}{C_{t-1}(t)} = \left[\frac{k(t+1)}{k(t)} \right]^{\alpha_2}$

3. L'annexe *RP1* $\Rightarrow \frac{d(t+1)}{d(t)} = \frac{k(t+1)}{k(t)}$ si bien que le point 2 ci-dessus se ramène

$$\text{à : } \frac{C_t(t+1)}{C_{t-1}(t)} = \left[\frac{d(t+1)}{d(t)} \right]^{\alpha_2} \Leftrightarrow \left[\frac{C_t(t+1)}{C_{t-1}(t)} \right]^\theta = \left[\frac{d(t+1)}{d(t)} \right]^{\theta\alpha_2}.$$

$$\text{De fait, } 1 \text{ et } 3 \Rightarrow (E0) \Leftrightarrow \left[\frac{d(t+1)}{d(t)} \right]^{\theta\alpha_2} \left[\frac{S_p(t)}{S_p(t+1)} \right]^{\frac{1-\theta}{2E(0)}} \geq 1 \quad (E1)$$

Notons encore les deux points suivants :

$$1. S_p(t+1) = \frac{(1-m)[P(t)+S_p(t)]}{\eta N_2^n d(t+1)} \Rightarrow \frac{S_p(t)}{S_p(t+1)} = \frac{\eta N_2^n d(t+1)}{1-m} \frac{S_p(t)}{[P(t)+S_p(t)]}$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{S_p(t)}{S_p(t+1)} \right]^{\frac{1-\theta}{2E(0)}} = d(t+1)^{\frac{1-\theta}{2E(0)}} \left[\frac{\eta N_2^n}{1-m} \right]^{\frac{1-\theta}{2E(0)}} \left[\frac{S_p(t)}{P(t)+S_p(t)} \right]^{\frac{1-\theta}{2E(0)}}$$

$$\Rightarrow (E1) \Leftrightarrow \frac{d(t+1)^{\frac{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}{2E(0)}}}{d(t)^{\theta\alpha_2}} \left[\frac{\eta N_2^n}{1-m} \right]^{\frac{1-\theta}{2E(0)}} \left[\frac{S_p(t)}{P(t)+S_p(t)} \right]^{\frac{1-\theta}{2E(0)}} \geq 1 \quad (E2)$$

2. L'annexe *RP2* $\Rightarrow d(t+1) = Ad(t)^{\alpha_2}$.

De ces deux derniers points 1. et 2., on déduit :

$$\frac{d(t+1)^{\frac{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}{2E(0)}}}{d(t)^{\theta\alpha_2}} = A^{\frac{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}{2E(0)}} d(t)^{\frac{\alpha_2[(1-\theta)-(1-\alpha_2)2\theta E(0)]}{2E(0)}}$$

Il s'ensuit que l'inégalité (E2) correspondant à $U_t \geq U_{t-1}$ devient :

$$A^{\frac{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}{2E(0)}} d(t)^{\frac{\alpha_2[(1-\theta)-(1-\alpha_2)2\theta E(0)]}{2E(0)}} \left[\frac{\eta N_2^n}{1-m} \right]^{\frac{1-\theta}{2E(0)}} \left[\frac{S_p(t)}{P(t)+S_p(t)} \right]^{\frac{1-\theta}{2E(0)}} \geq 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{P(t)}{S_p(t)} \leq \frac{A^{\frac{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}{1-\theta}} \left[\frac{\eta N_2^n}{1-m} \right]}{d(t)^{\frac{\alpha_2[\theta(1+2(1-\alpha_2)E(0))-1]}{1-\theta}}} - 1$$

En posant alors $\Psi = \frac{\alpha_2[\theta(1+2(1-\alpha_2)E(0))-1]}{1-\theta}$ et $\Omega = \frac{1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))}{1-\theta}$, et sachant que $P(t) = \psi N_1(t)$, on réécrit l'inégalité précédente comme :

$$S_p(t) \geq \frac{\psi N_1(t)d(t)^{[\Psi]}}{A^{[\Omega]} \frac{\eta N_2^n}{1-m} - d(t)^{[\Psi]}} = \Upsilon(t) \text{ soit (8)}$$

B - Démonstration qu'à l'état stationnaire $S_p^* = \Upsilon^*$

Trouvons d'abord la valeur explicite de Υ^* .

$$1. \text{ Avec (7), on a } d(t-1) = d(t) = d^* = \left[\frac{(1-\theta)(1-\alpha_2)}{1-\theta(1-2E(0))} \left[\frac{2\theta E(0)}{1-\theta} \right]^{\alpha_2} \right]^{\frac{1}{1-\alpha_2}}.$$

$$\text{Or, on sait que } \frac{(1-\theta)(1-\alpha_2)}{1-\theta(1-2E(0))} \left[\frac{2\theta E(0)}{1-\theta} \right]^{\alpha_2} = A, \text{ et donc } d^* = [A]^{\frac{1}{1-\alpha_2}}.$$

2. Avec (8) on a $\Upsilon^* = \frac{\psi N_1^* d^{*|\Psi|}}{A^{|\Omega|} \frac{\eta N_2^n}{1-m} d^{*|\Psi|}}$, car $N_1^* = (1+n)^{\frac{1}{1-\alpha}}$, et où pour mémoire Ω et Ψ valent :

$$\Omega = \frac{1 - \theta(1 - 2\alpha_2 E(0))}{1 - \theta} \text{ et } \Psi = \frac{\alpha_2 [\theta [1 + 2(1 - \alpha_2)E(0)] - 1]}{1 - \theta}$$

Des points 1. et 2., on a donc : $\Upsilon^* = \frac{\psi(1+n)^{\frac{1}{1-\alpha}} [A]^{\frac{1-\alpha_2}{1-\theta}} [A]^{\frac{1-\alpha_2}{1-\theta}}}{[A]^{|\Omega|} \frac{\eta N_2^n}{1-m} [A]^{\frac{1-\alpha_2}{1-\theta}}}$

En introduisant alors les valeurs explicites de Ω et Ψ dans Υ^* , on a :

$$\Upsilon^* = \frac{\psi(1+n)^{\frac{1}{1-\alpha}} (1-m)[A]^{\frac{\alpha_2}{1-\theta} \frac{1}{1-\theta} [\theta(1+2(1-\alpha_2)E(0))-1]}}{[A]^{\frac{1}{1-\theta} [1-\theta(1-2\alpha_2 E(0))]} \eta N_2^n - (1-m)[A]^{\frac{\alpha_2}{1-\theta} \frac{1}{1-\theta} [\theta(1+2(1-\alpha_2)E(0))-1]}}$$

Après simplifications et en ré-introduisant la valeur explicite de A , on obtient :

$$\Upsilon^* = \frac{\psi(1+n)^{\frac{1}{1-\alpha}} (1-m)}{\eta N_2^n \left[\frac{(1-\theta)(1-\alpha_2)}{1-\theta(1-2E(0))} \left[\frac{2\theta E(0)}{1-\theta} \right]^{\alpha_2} \right]^{\frac{1}{1-\alpha_2}} - (1-m)}$$

Montrons désormais que S_p^* vaut précisément Υ^* .

Rappelons que $S_p(t+1) = \frac{(1-m)[P(t)+S_p(t)]}{\eta N_2^n d(t+1)}$ et qu'à l'état stationnaire :

1. $P(t-1) = P(t) = P^* = \psi N_1^* = \psi(1+n)^{\frac{1}{1-\alpha}}$
2. $d(t-1) = d(t) = d^* = \left[\frac{(1-\theta)(1-\alpha_2)}{1-\theta(1-2E(0))} \left[\frac{2\theta E(0)}{1-\theta} \right]^{\alpha_2} \right]^{\frac{1}{1-\alpha_2}}$
3. $S_p(t-1) = S_p(t) = S_p^* = \frac{(1-m)[P^*+S_p^*]}{\eta N_2^n d^*} \Rightarrow S_p^* = \frac{P^*(1-m)}{\eta N_2^n d^* - (1-m)}$.

Des points 1. 2. et 3. on a : $S_p^* = \frac{\psi(1+n)^{\frac{1}{1-\alpha}} (1-m)}{\eta N_2^n \left[\frac{(1-\theta)(1-\alpha_2)}{1-\theta(1-2E(0))} \left[\frac{2\theta E(0)}{1-\theta} \right]^{\alpha_2} \right]^{\frac{1}{1-\alpha_2}} - (1-m)}$

Et par conséquent on a bien montré que $S_p^* = \Upsilon^*$

C - Démonstration de la condition du Lemme 2

Avec (1), (3), (4), et sachant que $S_{ges}^1(t) = \varepsilon S_p(t) \forall t$, on a :

$$\frac{x(t+1)}{x(t)} = \left[\frac{E(t+1)}{E(t)} \right]^\xi \left[\frac{M/N_1(t+1)}{M/N_1(t)} \right]^{1-\alpha_1} = \left[\frac{1/\sqrt{\varepsilon S_p(t+1) S_{ges}^2}}{1/\sqrt{\varepsilon S_p(t) S_{ges}^2}} \right]^\xi \left[\frac{N_1(t)}{N_1(t+1)} \right]^{1-\alpha_1} = \left[\frac{S_p(t)}{S_p(t+1)} \right]^{\xi/2} \frac{1}{(1+n)^{(1-\alpha_1)\alpha_1 t}}$$

Il s'ensuit que $\frac{x(t+1)}{x(t)} \geq 1$ ssi $\left[\frac{S_p(t)}{S_p(t+1)} \right]^{\xi/2} \frac{1}{(1+n)^{(1-\alpha_1)\alpha_1 t}} \geq 1$ c'est-à-dire finalement ssi : $\frac{S_p(t+1)}{S_p(t)} \leq \frac{1}{(1+n)^{\frac{2(1-\alpha_1)\alpha_1 t}{\xi}}}$.

En nommant alors $\Gamma(t)$ le terme $2(1 - \alpha_1)\alpha^t/\xi$ figurant en exposant au dénominateur, la condition du Lemme 2 vient immédiatement :

$$\frac{x(t+1)}{x(t)} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{S_p(t+1)}{S_p(t)} \leq \frac{1}{(1+n)^{\Gamma(t)}}$$

D – Démonstration de la condition du Lemme 3

Avec $S_p(t+1)$ donné en (2) on a $\frac{S_p(t+1)}{S_p(t)} = \frac{(1-m)[P(t)+S_p(t)]}{\eta N_2^n d(t+1)S_p(t)}$ ou encore :

$$\frac{(1-m)\psi N_1(t) + (1-m)S_p(t)}{\eta N_2^n d(t+1)S_p(t)} \text{ puisque } P(t) = \psi N_1(t).$$

L'inégalité du Lemme 2 signifiant que $x(t)$ croît devient alors :

$$\frac{(1-m)\psi N_1(t) + (1-m)S_p(t)}{\eta N_2^n d(t+1)S_p(t)} \leq \frac{1}{(1+n)^{|\Gamma(t)|}} \text{ avec } \Gamma(t) = \frac{2(1-\alpha_1)\alpha^t}{\xi}$$

Après ré-arrangement des termes, il vient que $\frac{x(t+1)}{x(t)} \geq 1$ si :

$$S_p(t) \geq \frac{(1-m)\psi N_1(t)}{\eta N_2^n d(t+1) \frac{1}{(1+n)^{|\Gamma(t)|}} - (1-m)}$$

Enfin, en utilisant $d(t+1) = Ad(t)^{\alpha_2}$ (RP2), on obtient aisément :

$$S_p(t) \geq \frac{\psi N_1(t)d(t)^{-\alpha_2}}{A \frac{\eta N_2^n}{(1-m)} \frac{1}{(1+n)^{|\Gamma(t)|}} - d(t)^{-\alpha_2}} \text{ soit (9)}$$

E – Démonstration de la condition du Lemme 4

La soutenabilité au Nord $\Rightarrow S_p(t) \geq \frac{\psi N_1(t)d(t)^{|\Psi|}}{A^{|\Omega|} \frac{\eta N_2^n}{(1-m)} - d(t)^{|\Psi|}} \forall t$ (8).

La soutenabilité du Sud exige $S_p(t) \geq \frac{\psi N_1(t)d(t)^{-\alpha_2}}{A \frac{\eta N_2^n}{(1-m)} \frac{1}{(1+n)^{|\Gamma(t)|}} - d(t)^{-\alpha_2}} \forall t$ (9).

Les membres gauches des inégalités étant identiques, si le membre droite de (8) était supérieur à celui de (9), alors le fait que (8) soit vraie impliquerait que (9) le serait également. Il découle que la soutenabilité du Nord implique automatiquement celle du Sud à la condition qu'on ait $\forall t$:

$$\begin{aligned} \frac{\psi N_1(t)d(t)^{|\Psi|}}{A^{|\Omega|} \frac{\eta N_2^n}{(1-m)} - d(t)^{|\Psi|}} &\geq \frac{\psi N_1(t)d(t)^{-\alpha_2}}{A \frac{\eta N_2^n}{(1-m)} \frac{1}{(1+n)^{|\Gamma(t)|}} - d(t)^{-\alpha_2}} \\ \Leftrightarrow \frac{(1-m)d(t)^{|\Psi|}}{[A]^\Omega \eta N_2^n - (1-m)d(t)^{|\Psi|}} &\geq \frac{(1-m)d(t)^{-\alpha_2}}{[A] \eta N_2^n \frac{1}{(1+n)^{|\Gamma(t)|}} - (1-m)d(t)^{-\alpha_2}} \end{aligned}$$

Soit, après ré-arrangement des termes et simplifications :

$$[A] \frac{1}{(1+n)^{[\Gamma(t)]}} d(t)^{\alpha_2+\Psi} \geq [A]^\Omega \Leftrightarrow d(t)^{\alpha_2+\Psi} \geq (1+n)^{[\Gamma(t)]} [A]^{\Omega-1}$$

En reprenant les valeurs de Ψ et Ω , on a :

$$\alpha_2 + \Psi = \frac{2(1-\alpha_2)\theta\alpha_2 E(0)}{1-\theta} \text{ et } \Omega - 1 = \frac{2\theta\alpha_2 E(0)}{1-\theta}$$

Et donc

$$d(t)^{\alpha_2+\Psi} \geq (1+n)^{[\Gamma(t)]} [A]^{\Omega-1} \Leftrightarrow d(t) \geq \left[A(1+n)^{[\Gamma(t)] \frac{1-\theta}{2\theta\alpha_2 E(0)}} \right]^{\frac{1}{1-\alpha_2}}$$

Enfin, sachant que $\Gamma(t) = \frac{2(1-\alpha_1)\alpha^t}{\xi}$, on obtient bien :

$$d(t) \geq \left[A(1+n)^{\left[\frac{(1-\alpha_1)\alpha^t}{E(0)\xi} \frac{1-\theta}{\alpha_2} \right]} \right]^{\frac{1}{1-\alpha_2}} = \Lambda(t) \text{ soit (10)}$$

Références

- Barrett S. (1990), "The Problem of Global Environmental Protection", *Oxford Review of Economic Policy*, 6(1), pp.68-77.
- Carraro C. and D. Siniscalco (1992), "The International Dimension of Environmental Policy", *European Economic Review*, 36, pp.379-387.
- CNUCED (2000), "Les Pays les Moins Avancés : Aide, Flux de Capitaux Privés et Dette Extérieure", *Aperçu Général du Rapport 2000*, pp.1-36.
- Godet M. (1998), "Sustainable Development. With or Without Mankind", *Futures*, 30(6), pp.555-558.
- Howarth R.B. and R.B. Norgaard (1992), "Environmental Valuation under Sustainable Development", *AEA Papers and Proceedings, American Economic Review*, 82(2), pp.473-477.
- John A. and R. Pecchenino (1994), "An Overlapping Generation Model of Growth and the Environment", *The Economic Journal*, 104, pp.1393-1410.
- John A., R. Pecchenino, D. Schimmelpfennig and S. Schreft (1995), "Short-lived Agents and the Long-lived Environment", *Journal of Public Economics*, 58, pp.127-141.
- Jouvet P.A., P. Michel and J.P. Vidal (2000), "Intergenerational Altruism and the Environment", *The Scandinavian Journal of Economics*, 100(1), pp.135-150.

- Mariotti A. (1998), « Nitrate: un polluant de longue durée », *Pour la Science*, 249 - Juillet, pp. 60–65.
- Michaelis P. (1999), “Sustainable Greenhouse Policies: The Role of Non-CO₂ Gases”, *Structural Change and Economic Dynamics*, 10, pp.239–260.
- Muir E. (1996), “Intra-generational Wealth Distributional Effects in Global Warming Cost Benefit Analysis”, *Journal of Income Distribution*, 6(2), pp.193–214.
- Pezzey J.C. (1989), “Economic Analysis of Sustainable Growth and Sustainable Development”, *Environment Department Working Paper N°15*, The World Bank, Whashington DC.
- Pezzey J.C. (1992), “Sustainable Development Concepts”, *Environment Department Working Paper N°2*, The World Bank, Whashington DC.
- Rotillon G. and T. Tazdaït (1996), « Jeux, coopération et problèmes environnementaux globaux », *Cahiers d'Économie et de Sociologie Rurales, Inra*, 39-40, pp.252–268.
- Rotillon G., T. Tazdaït and S. Zeghni (1996), « Engagement unilatéral spontané en présence de problèmes environnementaux globaux », *Revue Economique*, 3, pp.601–610.
- Schelling T.C. (1992), “Some Economics of Global Warming”, *American Economic Review*, 82(1), pp.1–14.
- Schelling T.C. (1995), “Intergenerational Discounting”, *Energy Policy*, 23(4/5), pp.395–401.
- Scherr S.J. (2000), “A Download Spiral? Research Evidence on the Relationship between Poverty and Natural Resource Degradation”, *Food Policy*, 25, pp.479–498.