

Les déterminants économiques de l'émergence d'une classe de rentiers

Emmanuel Thibault*

*G.R.E.M.A.Q., Université Toulouse I***

1 Introduction

L'existence de transmissions, quelle que soit leurs formes, entre en contradiction avec le paradigme de l'agent égoïste et rationel généralement retenu par la théorie économique. C'est à Gary Becker que nous devons l'introduction d'hypothèses de comportement différentes. Dans la lignée des travaux de Becker (1974), la littérature économique offre maintenant un large éventail de modèles pour expliquer les comportements de transmissions.¹ Dans ces modèles, les agents ne sont plus considérés comme des atomes isolés les uns des autres, mais font partie d'un environnement social avec lequel ils interagissent. Les transferts intergénérationnels répondent soit à des considérations égoïstes des parents où le legs procure en soi du bien-être aux légateurs sans qu'ils se préoccupent de la situation des héritiers (legs de type paternaliste ou d'échange, pur ou stratégique), soit à un désir d'altruisme où les caractéristiques des enfants influencent directement les comportements de transmission de leurs bienfaiteurs (legs altruiste). La modélisation la plus courante et la plus intuitive de l'altruisme est due à Barro (1974). Il considère que les individus sont sensibles au bien-être de leurs enfants.

* Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Philippe Michel, Alain Venditti et Jean-Pierre Vidal pour leur soutien et leurs suggestions tout au long de l'élaboration de cet article. Je tiens également à remercier Antoine d'Autume, Sandrine Catania, Bruno Decreuse, Carine Nourry, Pierre Pestieau et un rapporteur anonyme de cette revue pour leurs commentaires qui ont permis d'améliorer sensiblement ce travail.

** GREMAQ, Manufacture des Tabacs, MF 202, 21 allée de Brienne, 31 000 Toulouse, France.
Email : emmanuel.thibault@univ-tlse1.fr - Tel : 05 61 12 85 57 - Fax : 05 61 22 55 63.

¹ Voir Masson et Pestieau (1991) et/ou Laferriere (1997) pour un panorama des modèles d'héritages.

Dans cet article nous nous proposons d'étudier certaines conséquences de cet altruisme intergénérationnel. Le cadre d'analyse retenu est le modèle à générations imbriquées développé initialement par Allais (1947) et Diamond (1965). Ce modèle constitue un cadre naturel pour étudier l'altruisme intergénérationnel puisqu'il suppose l'existence d'agents de générations différentes (voir Vidal, 1996a). Nous considérons une double hétérogénéité entre les agents, qui porte sur leur degré d'altruisme et sur leur fonction d'utilité de cycle de vie. Il coexiste dans notre économie des agents altruistes et égoïstes qui sont patients ou impatientes. De plus, l'offre de travail de ces agents est endogène et les individus ont la possibilité d'arbitrer entre leur consommation et leur loisir.² La richesse de la structure de notre modèle va nous permettre de repérer les déterminants de l'offre de travail, d'abord au niveau individuel, puis au niveau agrégé. Examiner l'arbitrage consommation/loisir aide à comprendre les fluctuations des taux d'activité des différentes catégories de la population et le choix de la durée du travail.

La prise en compte d'individus hétérogènes ayant une offre de travail endogène permet d'apporter un éclairage nouveau sur certains modèles macroéconomiques de nombreuses fois utilisés. En effet, les économistes ont admis, comme le souligne Malinvaud ((1981), p. 335), « l'existence de taux d'épargne spécifiques pour chaque type de revenu : ϵ_s pour les revenus du travail, ϵ_r pour le capital versés au ménages, ϵ_1 pour les revenus bruts des entreprises. Il s'agit d'une hypothèse grossière et contestable pour représenter les comportements. On peut préférer une autre hypothèse formulée non plus par référence aux types de revenus, mais pour des catégories d'agents ». C'est ainsi que, dans la lignée de la tradition kaldorienne³, l'on distingue souvent dans la littérature économique deux catégories de ménages : les « travailleurs » fournissant leur travail pour la production et les « capitalistes » fournissant leur capital. Dans un tel contexte, le taux de profit à long terme dépend seulement du taux d'épargne des capitalistes et est⁴ indépendant de celui des travailleurs. Or, dans le modèle à générations imbriquées que nous avons construit, comme un altruiste reçoit un héritage, il peut choisir de ne pas travailler. Ainsi, contrairement aux modèles à deux classes supposés exogènes, nous proposons une modélisation de l'économie dans laquelle la présence de rentiers (assimilables à des capitalistes) est une conséquence à long-terme de la résolution du programme de maximisation des agents. Une attention toute particulière sera portée sur les fondements microéconomiques qui conduisent à l'apparition endogène d'une classe de rentiers dans l'économie.

² La seule étude théorique existante sur l'offre de travail d'agents égoïstes et altruistes a été réalisée par Michel et Pestieau (1999) dans le cadre d'un modèle où tous les individus ont la même fonction d'utilité. Ce modèle ayant comme objectif l'étude de différentes politiques fiscales, les agents ne vivent qu'une seule période et n'épargnent pas. Les legs sont toujours positifs car c'est la seule source d'accumulation du capital.

³ Voir par exemple Kaldor (1956) ou Pasinetti (1962). Une traduction de ces deux articles se trouvent dans Abraham-Frois (1974).

⁴ Pasinetti (1962) est le premier à démontrer ce résultat. Voir aussi Britto (1972).

En construisant un modèle à générations imbriquées dans lequel les fonctions d'utilité et de production sont de la forme Cobb-Douglas, nous nous plaçons dans un cadre idéal pour étudier les effets de l'altruisme intergénérationnel. Avec de telles fonctions, la quantité de travail des égoïstes est constante et les éventuelles variations des variables agrégées seront donc totalement imputables au comportement des agents altruistes. Notre économie possède un unique équilibre stationnaire qui peut être de trois types. En effet, les altruistes peuvent choisir soit de ne pas laisser d'héritage, soit de ne pas travailler, soit de travailler et de laisser un héritage. Nous étudions les conditions sous lesquelles chaque type d'équilibre peut être obtenu.

Lorsque les altruistes laissent un héritage à leurs enfants, nous montrons qu'une hausse du degré d'altruisme a deux effets opposés sur leur offre de travail. D'un côté cette hausse rend le salaire plus attractif, ce qui incite les altruistes à travailler davantage, mais, d'un autre côté, l'agent reçoit un héritage plus important qui le conduit à travailler moins. Si cet héritage est très élevé, l'altruiste peut décider de se comporter comme un rentier. Tel est le cas si son degré d'altruisme n'est ni trop faible, ni trop élevé. Il est aussi nécessaire que les égoïstes soient nombreux et impatientes.

Enfin, nous examinons l'impact de l'hypothèse d'altruisme sur le produit intérieur brut (noté *piB*) de l'économie. Plus particulièrement, nous étudions la corrélation qui peut exister entre le *piB* par habitant et la proportion d'altruistes présents dans notre société. Lorsque tous les agents ont la même fonction d'utilité de cycle de vie, une hausse du nombre d'altruistes semble faire baisser le *piB* par habitant. Cependant les altruistes veillent à ce que ce dernier ne soit pas trop faible. En effet, à partir d'une certaine proportion d'altruistes, les altruistes travaillent de façon à maintenir le *piB* constant. Dans le cas général, le rôle des taux d'impatience des agents et du degré d'altruisme sur le *piB* sont eux aussi analysés.

Cet article est organisé de la façon suivante. La section 2 présente notre modèle à générations imbriquées avec agents hétérogènes et offre de travail endogène. L'existence d'équilibres stationnaires est étudiée dans la section 3. La section 4 est consacrée aux effets du degré d'altruisme sur l'offre de travail individuelle des agents alors que la section 5 examine l'impact de la proportion d'altruistes dans l'économie sur le produit intérieur brut. Nos conclusions sont contenues dans la section 6 et les démonstrations sont répertoriées en annexe.

2 Le modèle

Les études empiriques récentes menées par Arrondel, Masson et Pestieau (1997) sur les comportements d'épargne et de legs des ménages corroborent l'existence, dans notre société, de deux types de ménages : l'un où les parents laissent volontairement un héritage à leurs enfants et l'autre où les

parents s'intéressent seulement à leur épargne de cycle de vie. D'un point de vue théorique, Vidal (1996b) étudie une économie constituée de familles ou de dynasties qui diffèrent par l'intérêt qu'elles portent au bien-être de leurs descendants; il montre qu'à long terme la société est divisée en deux classes : les plus altruistes qui reçoivent et laissent un héritage, et les moins altruistes qui n'ont que leur revenu salarial et se comportent comme s'ils étaient égoïstes.

Nous considérons une population constituée d'une fraction q ($q \in [0, 1]$) d'individus égoïstes (indiqués par e) et d'une fraction $p = 1 - q$ d'individus altruistes (indiqués par a). Chaque individu vit pendant deux périodes et le nombre N_t d'individus qui naissent à la date t croît au taux constant n . Jeune, un agent de type j ($j = a, e$) travaille une fraction $1 - \ell_t^j$ de sa première période de vie, reçoit le salaire $(1 - \ell_t^j)w_t$, consomme c_t^j et épargne s_t^j . Pendant sa seconde période de vie, l'agent est à la retraite et consomme d_{t+1}^j . Un agent de type j a une fonction d'utilité de cycle de vie log-linéaire U^j qui dépend de ses consommations (c^j, d^j) et de son loisir⁵ ℓ^j ; ce dernier est défini comme le temps de sa première période qu'il ne consacre pas à travailler :

$$U^e(c_t^e, \ell_t^e, d_{t+1}^e) = \mu \ln c_t^e + \xi \ln \ell_t^e + \gamma \ln d_{t+1}^e$$

$$U^a(c_t^a, \ell_t^a, d_{t+1}^a) = \mu' \ln c_t^a + \xi' \ln \ell_t^a + \gamma' \ln d_{t+1}^a$$

où $\mu, \mu', \gamma, \gamma', \xi, \xi'$ sont tous positifs et vérifient $\mu + \xi + \gamma = \mu' + \xi' + \gamma' = 1$.

Pendant leur retraite, les égoïstes consomment entièrement le produit de leur épargne $(1 + r_{t+1})s_t^e$ où r_{t+1} est le taux d'intérêt supposé parfaitement anticipé. Maximisant son utilité de cycle de vie, un égoïste né en t résoud donc :

$$\begin{aligned} \max_{c_t^e, \ell_t^e, s_t^e, d_{t+1}^e} \quad & \mu \ln c_t^e + \xi \ln \ell_t^e + \gamma \ln d_{t+1}^e \\ t.q \quad & w_t(1 - \ell_t^e) = c_t^e + s_t^e \tag{1} \\ & (1 + r_{t+1})s_t^e = d_{t+1}^e \tag{2} \\ & \ell_t^e \in [0, 1] \tag{3} \end{aligned}$$

Les deux contraintes égalitaires de ce programme correspondent aux contraintes budgétaires de l'agent égoïste. Les égoïstes n'ayant comme ressource que le fruit de leur travail, ils sont obligés de travailler. Comme $\ell_t^e \in]0, 1[$, les conditions marginales d'optimalité du programme sont :

$$\frac{\mu}{c_t^e} = \frac{\gamma(1 + r_{t+1})}{d_{t+1}^e} \tag{4}$$

$$\frac{\mu w_t}{c_t^e} = \frac{\xi}{\ell_t^e} \tag{5}$$

⁵ $\lim_{\ell \rightarrow 0} U_\ell^j(c^j, \ell, d^j) = +\infty$ entraîne $\ell_t^j > 0$.

D'après les contraintes budgétaires (1) et (2), le comportement optimal des égoïstes est donc tel que :

$$\begin{aligned}c_i^e &= \mu w_t \\d_{t+1}^e &= \gamma(1 + r_{t+1})w_t \\s_i^e &= \gamma w_t \\\ell_i^e &= 1 - (\mu + \gamma) = \xi\end{aligned}$$

Plus leur salaire est élevé, plus les égoïstes consomment tout au long de leur vie. Une hausse du taux d'intérêt n'a, quant à elle, aucun effet sur la consommation de première période des égoïstes. Cependant, plus les taux d'intérêt sont attractifs, plus les égoïstes augmentent leur consommation de seconde période. Pour atteindre ses niveaux de consommation optimaux, l'égoïste épargne une part constante de son salaire. Son comportement d'épargne est indépendant du facteur d'intérêt. Ce résultat est dû à la forme logarithmique de la fonction d'utilité. Outre sa simplicité, cette forme permet d'obtenir une offre de travail des agents égoïstes, $1 - \ell_i^e$, constante. Ainsi, les variations de l'offre de travail agrégé seront totalement imputables au comportement des altruistes.

Pendant leur première période de vie, les altruistes reçoivent un legs x_t . Pendant leur retraite, ils partagent le produit de leur épargne $(1 + r_{t+1})s_t^a$ entre leur consommation d_{t+1}^a et le legs x_{t+1} qu'ils laissent à chacun de leurs $(1+n)$ enfants. Ces derniers n'étant pas, d'après la loi, tenus d'accepter l'héritage de leurs parents, aucune génération ne peut s'endetter au détriment des générations suivantes. Le legs est donc contraint, à chaque période, à être positif ou nul ($x_t \geq 0$).⁶ Contrairement à un égoïste, un individu altruiste prend en compte le bien-être de ses enfants en introduisant leur utilité dans sa propre fonction d'utilité V_t . Sous ses contraintes budgétaires, il maximise :

$$V_t(x_t) = \max_{c_t^a, s_t^a, \ell_t^a, d_{t+1}^a, x_{t+1}} (\mu' \ln c_t^a + \xi' \ln \ell_t^a + \gamma' \ln d_{t+1}^a + \beta V_{t+1}(x_{t+1}))$$

où $V_{t+1}(x_{t+1})$ est l'utilité que peut atteindre un des enfants lorsqu'il reçoit un legs x_{t+1} . $\beta \in]0, 1[$ représente le degré d'altruisme intergénérationnel.

Par substitutions successives de V_{t+1} , V_{t+2} , ..., le programme d'un altruiste peut alors s'écrire⁷ sous la forme :

$$\begin{aligned}\max_{\{c_i^a, \ell_i^a, s_i^a, d_{i+1}^a, x_{i+1}\}_{i=t+\infty}} & \sum_{i=t}^{\infty} \beta^{i-t} (\mu' \ln c_i^a + \xi' \ln \ell_i^a + \gamma' \ln d_{i+1}^a) \\t.q \forall i \geq t & w_i(1 - \ell_i^a) + x_i = c_i^a + s_i^a \quad (6) \\& (1 + r_{i+1})s_i^a = d_{i+1}^a + (1+n)x_{i+1} \quad (7) \\& x_{i+1} \geq 0 \quad (8) \\& \ell_i^a \in [0, 1] \quad (9) \\& x_t \text{ donné}\end{aligned}$$

⁶ L'altruisme est qualifié d'opérant lorsque les legs sont positifs et d'inopérant lorsqu'ils sont nuls.

⁷ L'hypothèse $\beta \in]0, 1[$ assure la convergence de la somme pondérée des utilités.

Les deux premières contraintes correspondent aux contraintes budgétaires de l'altruiste tandis que la troisième est la contrainte de positivité des legs. Comme l'agent altruiste reçoit un héritage x_t , il peut choisir de ne pas travailler. Ce programme comporte donc deux types de contraintes inégalitaires ($x_{i+1} \geq 0$ et $\ell_i^a \leq 1$). Les conditions marginales d'optimalité sont :

$$\frac{\mu'}{c_i^a} = \frac{\gamma'(1+r_{i+1})}{d_{i+1}^a} \quad (10)$$

$$\frac{\mu' w_i}{c_i^a} - \frac{\xi'}{\ell_i^a} \leq 0 \quad (= \text{ si } \ell_i^a < 1) \quad (11)$$

$$-\frac{(1+n)\gamma'}{d_{i+1}^a} + \beta \frac{\mu'}{c_{i+1}^a} \leq 0 \quad (= \text{ si } x_{i+1} > 0) \quad (12)$$

Les consommations des altruistes sont contingentes à leurs choix d'offre de travail ℓ_t^a et de legs x_{t+1} . Cependant, à partir de la condition (10) et des contraintes (6) et (7), nous pouvons caractériser le comportement optimal des altruistes :

$$c_t^a = \frac{\mu'}{\mu' + \gamma'} \left[w_t(1 - \ell_t^a) + x_t - \frac{(1+n)x_{t+1}}{1+r_{t+1}} \right]$$

$$d_{t+1}^a = \frac{\gamma'}{\mu' + \gamma'} [(1+r_{t+1})(w_t(1 - \ell_t^a) + x_t) - (1+n)x_{t+1}]$$

$$s_t^a = \frac{1}{\mu' + \gamma'} \left[\gamma'(w_t(1 - \ell_t^a) + x_t) + \frac{(1+n)\mu'}{1+r_{t+1}} x_{t+1} \right]$$

Plus les altruistes héritent, plus leurs consommations sont importantes. Ces consommations sont d'autant plus faibles que les altruistes décident de faire des legs élevés. Contrairement aux égoïstes, lorsque les altruistes décident de laisser un héritage, une hausse du taux d'intérêt entraîne, toutes choses égales par ailleurs, une baisse de leur consommation de première période. L'épargne qui permet d'atteindre les consommations optimales croît avec le revenu de première période $w_t(1 - \ell_t^a) + x_t$ de l'altruiste et avec le legs x_{t+1} que ce dernier souhaite transmettre à ses enfants.

L'économie est dotée d'un secteur de production de type néoclassique. Les firmes sont identiques et ont un comportement parfaitement concurrentiel. La production totale dépend du stock de capital K_t et de la quantité de travail L_t de la période courante. La fonction de production considérée est de type Cobb-Douglas : $Y_t = F(K_t, L_t) = AK_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$ avec $\alpha \in]0, 1[$.

Cette fonction de production étant à rendements d'échelle constants nous avons :

$$\frac{Y_t}{L_t} = F(z_t, 1) = f(z_t) = Az_t^\alpha \quad \text{où } A > 0 \quad \text{et } z_t = \frac{K_t}{L_t}$$

À chaque période les firmes maximisent leurs profits. Le salaire est égal à la productivité marginale du travail et le taux d'intérêt à celle du capital nette de la dépréciation. En supposant une dépréciation totale du capital sur une période nous obtenons :

$$w_t = f(z_t) - z_t f'(z_t) = A(1 - \alpha)z_t^\alpha \quad \text{et} \quad 1 + r_t = f'(z_t) = A\alpha z_t^{\alpha-1} \quad (13)$$

La quantité de travail L_t est égale au travail des agents nés à la période t . Le stock de capital K_t est financé par l'épargne des agents nés à la période $t - 1$. Ainsi, en variable par tête ($1 - \ell_t = L_t/N_t$ et $k_t = K_t/N_t$) :

$$1 - \ell_t = p(1 - \ell_t^a) + (1 - p)(1 - \ell_t^e) \quad \text{et} \quad (1 + n)k_t = ps_{t-1}^a + (1 - p)s_{t-1}^e \quad (14)$$

3 L'équilibre stationnaire

Nous nous intéressons aux équilibres de long terme (trajectoires d'équilibres constantes) du modèle décrit dans la section précédente. Pour mener à bien notre étude, nous définissons les bornes $\bar{\beta}$ et \bar{p} comme suit :

$$\left\| \begin{aligned} \bar{\beta} &= \frac{(\alpha^{-1} - 1)(p\gamma' + q\gamma)}{p(\mu' + \gamma') + q(\mu + \gamma)} \\ \bar{p} &= \frac{(1 - \beta)\xi'((\mu + \gamma)\beta - (\alpha^{-1} - 1)\gamma)}{(\gamma' + \mu'\beta)(\alpha^{-1} - 1) + (1 - \beta)\xi'((\mu + \gamma)\beta - (\alpha^{-1} - 1)\gamma)} \end{aligned} \right.$$

Selon le comportement des altruistes, nous pouvons distinguer trois types d'équilibres. Les altruistes peuvent choisir soit de ne pas laisser d'héritage, soit de ne pas travailler, soit de travailler et laisser un héritage. Nous montrons que le modèle possède un unique équilibre et établissons sous quelles conditions chaque type d'équilibre peut être obtenu.

Proposition 1 EXISTENCE ET UNICITÉ DE L'ÉQUILIBRE DE LONG TERME

(i) *Le modèle possède un unique équilibre stationnaire.*

(ii) *L'altruisme est opérant si et seulement si $\beta > \bar{\beta}$.*

(iii) *Les altruistes ne travaillent pas si et seulement si $p \leq \bar{p}$.*

À partir d'un certain degré d'altruisme, un altruiste laisse un héritage à ses enfants. Nous étendons donc le résultat de Weil (1987) à un modèle avec offre de travail endogène et agents hétérogènes⁸. Mis à part lorsque l'utilité de cycle de vie des deux types d'agents est la même, le degré d'altruisme $\bar{\beta}$ en dessous duquel un altruiste ne laisse pas d'héritage dépend de la proportion p . En fait, l'altruiste décide de laisser un legs à ses enfants si

⁸ Bien qu'intuitif, ce résultat n'est valable que lorsque le modèle de Diamond (1965) sans altruisme (i.e., $\beta = 0$) possède un équilibre stationnaire unique et stable (voir Thibault, 2000).

et seulement si l'intensité capitaliste de la *règle d'or modifiée* est supérieure à l'intensité capitaliste $z_0 = \left(\frac{(p\gamma' + q\gamma)A(1-\alpha)}{(1+n)(p(\mu' + \gamma') + q(\mu + \gamma))} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$ obtenue si l'altruiste ne lègue rien.

Lorsque l'altruisme est opérant, l'économie est à la *règle d'or modifiée* et le facteur d'intérêt vaut $(1+n)/\beta$. Il suffit donc à l'altruiste d'épargner βx pour posséder, à la période suivante, les $(1+n)x$ qu'il lèguera à ses enfants. La différence $x - \beta x$ entre la valeur actualisée du legs reçu et de celui transmis par l'agent est définie comme étant sa rente (ou le rendement du patrimoine)⁹ et est notée κ . Pour que les altruistes ne travaillent pas, il est nécessaire que la proportion d'égoïstes dans l'économie soit assez grande. Cela est dû au fait que les legs sont une fonction décroissante de p lorsque \bar{p} est positif. En dessous du seuil \bar{p} , leur héritage est assez important pour que les altruistes soient incités à se comporter en rentier.

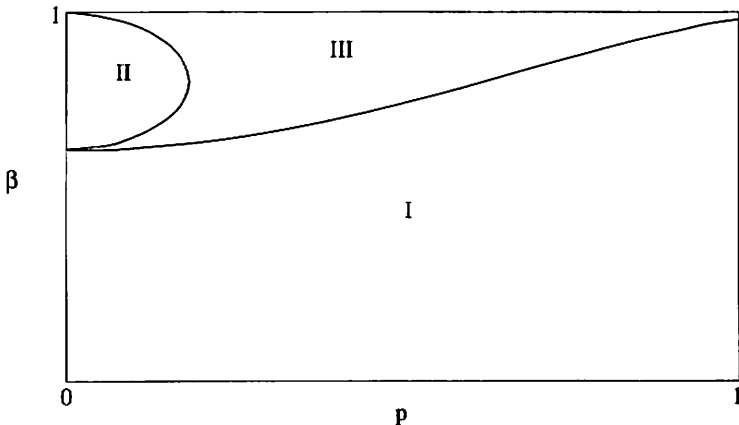


Figure 1 : Type de l'unique équilibre du modèle

Nous allons illustrer la possibilité pour une économie d'avoir selon les valeurs de β et p les trois types d'équilibre possibles. Considérons une économie dont les paramètres sont $n = 0$, $A = 1$, $\alpha = 0.4$, $\mu = 0.32$, $\xi = 0.38$, $\gamma = 0.3$, $\mu' = 0.35$, $\xi' = 0.1$ et $\gamma' = 0.55$. Nous représentons dans le plan (p, β) le type de l'unique équilibre que le modèle possède. La forme des frontières entre les différentes zones est donnée par les équations $\beta - \bar{\beta} = 0$ et $p - \bar{p} = 0$. Quelle que soit la proportion p , si le degré d'altruisme des altruistes n'est pas suffisamment important ces derniers se comportent en agents égoïstes (équilibre de type I). En revanche, si le degré d'altruisme est telle que le couple (β, p) se trouve au dessus de la courbe d'équation

⁹ D'après les équations (6) et (7) : $w(1 - \ell^\alpha) + \left(\frac{r-n}{1+r} \right) x = c^\alpha + \frac{d^\alpha}{1+r}$. Le revenu de cycle de vie d'un altruiste est composé de la rémunération de son travail $w(1 - \ell^\alpha)$ et du rendement $\left(\frac{r-n}{1+r} \right) x$ de son patrimoine. Comme $Rx = \left(\frac{1+n}{\beta} \right) x$, ce rendement vaut $(1 - \beta)x$.

$\bar{\beta} - \beta = 0$ l'altruisme est opérant. Deux situations sont alors possibles selon que le couple (β, p) se trouve à gauche ou à droite de la courbe d'équation $\bar{p} - p = 0$. Dans le premier cas, p est inférieur à \bar{p} et les altruistes vivent de leur héritage (équilibre de type II) alors que dans le second cas les altruistes travaillent et lèguent (équilibre de type III).

Définissons pour plus de clarté dans nos interprétations les variables $\delta = \mu/\gamma$ et $\delta' = \mu'/\gamma'$. Elles correspondent à des degrés d'impatience à consommer. Nous qualifions d'agent patient (resp : impatient) un individu dont le degré d'impatience à consommer est inférieur (resp : supérieur) à $\bar{\delta} = (\alpha^{-1} - 1)\beta^{-1} - 1$. Pour que p soit inférieur à \bar{p} , il faut que \bar{p} soit positif. Tel est le cas si (et seulement si) le degré d'altruisme est supérieur à $\gamma(\alpha^{-1} - 1)/(\mu + \gamma)$. Non seulement cela signifie que pour pouvoir vivre seulement de son héritage un individu doit être suffisamment altruiste, mais aussi il est nécessaire (et suffisant) que δ soit inférieur à $\bar{\delta}$. Ainsi, il est nécessaire que les égoïstes soient en assez grand nombre et impatients à consommer pour que les altruistes choisissent de ne pas travailler. Dans ce cas, l'épargne des égoïstes est faible et le petit nombre d'altruistes présents dans l'économie détient une partie importante du capital de l'économie. Le fait que la production soit assurée par le travail des nombreux égoïstes, permet aux altruistes de vivre de leur richesse sans travailler. Nous étudierons plus en détails dans la prochaine section les déterminants économiques qui sont à l'origine de l'apparition dans l'économie d'une classe de rentiers.

4 Altruisme et offre de travail individuelle

Le modèle possède un unique équilibre stationnaire qui, selon les paramètres de l'économie, peut être de trois types possibles. Dans cette section, nous nous intéressons plus particulièrement à l'incidence que le degré d'altruisme intergénérationnel peut avoir sur l'offre de travail des altruistes lorsque ces derniers reçoivent un héritage.¹⁰ Une hausse du degré d'altruisme provoque une baisse du facteur d'intérêt et une hausse du taux de salaire. Les variations dues à cet *effet salaire/facteur d'intérêt* incitent l'altruiste à travailler davantage. Cependant, une augmentation du degré d'altruisme provoque aussi une hausse du niveau d'héritage qui conduit l'altruiste à travailler moins.

Nous sommes donc en présence de deux effets antagonistes. Lors d'une hausse du degré d'altruisme, un *effet salaire/facteur d'intérêt* incite l'altruiste à travailler plus alors qu'un *effet héritage* le pousse au contraire à

¹⁰ Si $x = 0$, $1 - \ell_t^\alpha = \mu' + \gamma'$ et β n'a aucun impact sur $1 - \ell_t^\alpha$. Lorsque $x > 0$, nous sommes à l'équilibre de la *règle d'or modifiée* i.e., $\bar{z} = \left(\frac{A\alpha\beta}{1+n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$, $\bar{R} = (1+n)/\beta$ et $\bar{w} = A(1-\alpha)\bar{z}^\alpha$. Comme $1 - \ell^\alpha = \mu' + \gamma' + \frac{\xi'}{\bar{w}} \left(\frac{1+n}{\bar{R}} - 1\right)x$, nous avons : $\frac{\partial(1-\ell^\alpha)}{\partial \bar{w}} \geq 0$, $\frac{\partial(1-\ell^\alpha)}{\partial \bar{R}} \leq 0$ et $\frac{\partial(1-\ell^\alpha)}{\partial x} \leq 0$.

diminuer son offre de travail. Afin d'identifier lequel de ces deux effets domine l'autre nous définissons le degré d'altruisme $\beta = (-b' + \sqrt{\Delta'})/2a'$ où $\Delta' = b'^2 - 4a'c'$, $a' = p\mu' + q(\mu(\mu' + \xi') + \gamma\mu')$, $b' = 2[p\gamma' + q(\gamma'(\mu + \gamma) + \gamma\xi')]$ et $c' = -(q(\gamma'\mu - \gamma\mu' + \alpha^{-1}\gamma) + p\gamma\alpha^{-1})$. Il est alors possible de montrer que :

Proposition 2 DEGRÉ D'ALTRUISME ET OFFRE DE TRAVAIL

- (i) Lorsque β est inférieure à $\bar{\beta}$, l'offre de travail d'un altruiste est constante.
- (ii) Lorsque β est compris entre $\bar{\beta}$ et $\tilde{\beta}$, plus l'agent est altruiste moins il travaille.
- (iii) Lorsque β est supérieur à $\tilde{\beta}$, plus l'agent est altruiste, plus il travaille.

Dès que les legs deviennent positifs l'effet héritage l'emporte et une hausse de β entraîne une baisse du travail des altruistes; mais, à partir d'un degré seuil $\tilde{\beta}$, cet effet est dominé et une hausse de β entraîne alors une hausse du travail des altruistes.

La baisse de l'offre de travail des altruistes qu'entraîne l'effet héritage peut être telle que les altruistes décident de ne plus travailler. Plus précisément, nous montrons en annexe qu'un altruiste ne travaille pas si son degré d'altruisme β est supérieur à $\gamma(\alpha^{-1} - 1)/(\mu + \gamma)$ et vérifie $\mathcal{A}\beta^2 + \mathcal{B}\beta + \mathcal{C} \leq 0$ où $\mathcal{A} = q\xi'(\mu + \gamma)$, $\mathcal{B} = p\mu'(\alpha^{-1} - 1) - q\xi'(\mu + \gamma\alpha^{-1})$ et $\mathcal{C} = (\alpha^{-1} - 1)(p\gamma' + q\xi'\gamma)$. Nous montrons aussi que le discriminant $\mathcal{B}^2 - 4\mathcal{A}\mathcal{C}$, noté Δ , de ce polynôme est un polynôme du second degré en p qui possède deux racines comprises entre 0 et 1. Nous notons \hat{p} la plus petite de ces deux racines; elle ne dépend que des élasticités des fonctions de production et d'utilité. Nous sommes alors en mesure d'analyser les fondements qui conduisent, de manière endogène, à l'apparition d'une classe de rentiers.

Proposition 3 CONDITIONS SOUS LESQUELLES DES RENTIERS APPARAISSENT

À long terme, un altruiste se comporte comme un rentier si et seulement si :

- (i) $\delta > \alpha^{-1} - 2$ et $p \leq \hat{p}$
- (ii) $\beta \in]\beta_-, \beta_+[$ où $\beta_- = (-\mathcal{B} - \sqrt{\Delta})/2\mathcal{A}$ et $\beta_+ = (-\mathcal{B} + \sqrt{\Delta})/2\mathcal{A}$

Ainsi, nous avons montré que seulement deux configurations peuvent se présenter lorsque l'altruisme est opérant. Elles dépendent du nombre et de l'impatience à consommer des agents égoïstes. Si ces derniers sont relativement patients ($\delta \leq \alpha^{-1} - 2$) et/ou représentent une proportion faible ($q < 1 - \hat{p}$) de la population alors l'offre de travail des altruistes est représentée sur la figure 2.

Les altruistes ne lèguent que si leur degré d'altruisme est supérieur à $\bar{\beta}$. Lorsque l'altruisme est opérant leur offre de travail commence par décroître; elle est ensuite croissante pour des degrés d'altruisme plus élevés. Intuitivement, plus la rente est importante, moins l'altruiste travaille. L'impact d'une hausse du degré d'altruisme sur κ varie selon les valeurs de β .

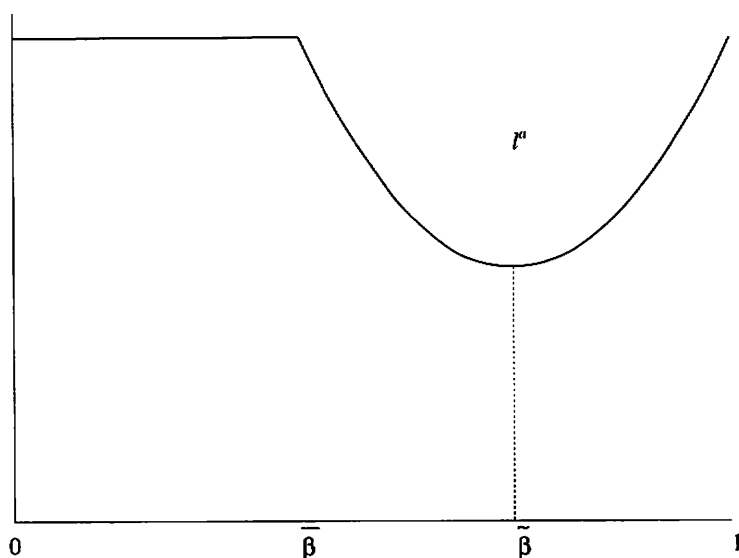


Figure 2 : Cas où $\delta \leq \alpha^{-1} - 2$ et/ou $q < 1 - \hat{p}$

Lorsque les legs sont positifs, la rente est croissante pour de faibles degrés d'altruisme alors qu'elle décroît pour des valeurs plus élevées¹¹ de β . Par suite les variations de la rente incitent les altruistes à moins travailler pour des degrés d'altruisme peu importants, mais à travailler davantage pour de fortes valeurs de β . Dans un premier temps, cet *effet rente* est plus important que l'*effet salaire*; puis, pour des valeurs plus grandes de β , comme ces deux effets incitent l'altruiste à travailler plus, l'offre de travail des altruistes croît.

Lorsque les égoïstes sont impatients ($\delta > \alpha^{-1} - 2$) et en forte proportion ($p \leq \hat{p}$) dans l'économie, nous obtenons tour à tour, selon la valeur du degré d'altruisme, les trois types d'équilibre possible. Pour de faibles β les altruistes se comportent comme des égoïstes. Pour des degrés d'altruisme plus élevés, ils font des legs et choisissent ou non de travailler. Nous représentons leur offre de travail à l'aide de la figure 3.

Lorsque l'altruisme devient opérant, la baisse de l'offre de travail $1 - \ell^a$ induite par l'*effet héritage* est tellement importante que pour des degrés d'altruisme compris entre β_- et β_+ , les altruistes ne travaillent plus. Conformément à la proposition 1, les égoïstes sont assez nombreux et impatients pour qu'un altruiste décide de se comporter en rentier. Lorsque $\beta \in]\bar{\beta}, \beta_-]$, le degré d'altruisme est assez élevé pour que l'altruiste lègue mais le rendement de son patrimoine n'est pas assez conséquent pour l'inciter à ne pas travailler. Par contre, lorsque $\beta \in]\beta_-, \beta_+]$, la valeur de la rente κ est assez importante pour qu'il décide de ne pas travailler. Dès que β est supé-

¹¹ La fonction rente $\kappa(\beta) = (1 - \beta)x(\beta)$ est définie sur $[\bar{\beta}, 1]$ et $\kappa(\bar{\beta}) = \kappa(1) = 0$. Comme le legs est croissant avec β nous avons $\kappa'(\bar{\beta}) > 0$ et $\kappa'(1) < 0$.

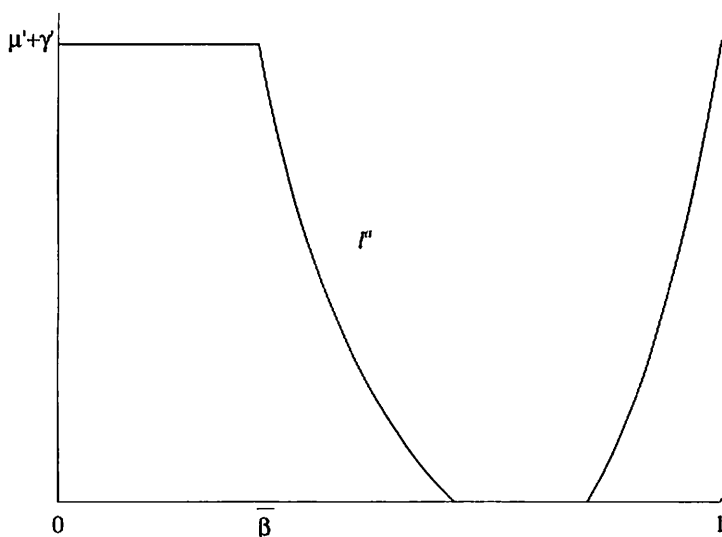


Figure 3 : *Cas où $\delta > \alpha^{-1} - 2$ et $p \leq \hat{p}$*

rieur à β_+ leur fort degré d'altruisme et la baisse de leur rente patrimoniale conduisent les altruistes à travailler.

Nous terminons cette analyse par deux remarques. Dans les deux configurations possibles, la hausse de l'offre de travail mise en évidence pour les degrés d'altruisme les plus élevés est telle que lorsque β est égal à l'unité, la quantité de travail d'un altruiste est la même que si cet agent se comportait comme un égoïste. Dans ce cas, κ est nul et les deux types d'agents ont, à long terme, la même contrainte budgétaire intertemporelle : $w(1 - \ell) = c + \frac{d}{1+r}$. Intuitivement, l'agent est trop altruiste pour ne pas travailler et profiter du legs qu'il a reçu. Il lègue l'intégralité de l'héritage qu'il a reçu et fait fructifier. Enfin, dans une économie constituée exclusivement d'altruistes, ces derniers travaillent¹² quelles que soient les élasticités μ' , ξ' et γ' . C'est donc bien la présence d'égoïstes qui peut permettre aux altruistes de se comporter en rentiers.

5 Altruisme et produit intérieur brut

Nous nous intéressons dans cette section à l'impact que l'altruisme intergénérationnel peut avoir sur les variables agrégées de l'économie. Nous étudions plus particulièrement les relations qui peuvent exister entre la proportion d'agents altruistes présents dans l'économie et le niveau de production. Outre l'importance de cette variable pour le macroéconomiste, notre choix d'étude est motivé par le fait que le produit intérieur brut est corrélé aux

¹² Dans le cas contraire, comme $F(K, 0) = 0$, le secteur de production aurait disparu.

offres individuelles de travail examinées dans la section précédente. En effet, nous définissons le produit intérieur brut par habitant, que nous notons pib , comme suit :

$$pib_t = \frac{Y_t}{N_t + N_{t-1}} = \frac{Y_t}{(2+n)N_{t-1}} = \frac{2+n}{1+n} \times \frac{Y_t}{L_t} \times \frac{L_t}{N_t} = \frac{(2+n)A}{1+n} \times z_t^\alpha \times (1-\ell_t) \quad (15)$$

Pour mener à bien notre étude, définissons les deux paramètres suivants :

$$\begin{cases} \phi = (\xi - \xi')(\gamma'p + \gamma(1-p)) + \alpha(\mu\gamma' - \mu'\gamma)/(1-\alpha) \\ \psi = (\xi - \xi')(\gamma' + (1-\gamma')\beta) + (1-\beta)\xi'(\gamma' - \gamma) \end{cases}$$

À l'aide de ces valeurs nous allons pouvoir étudier, selon le comportement des altruistes, comment le pib de long terme varie avec la proportion d'altruistes.

Proposition 4 PRODUIT INTÉRIEUR BRUT ET PROPORTION D'ALTRUISTES

- (i) Lorsque l'altruisme est inopérant, $\partial pib / \partial p$ a le signe de ϕ .
- (ii) Lorsque les altruistes travaillent et font des legs, $\partial pib / \partial p$ a le signe de ψ .
- (iii) Lorsque les altruistes ne travaillent pas, $\partial pib / \partial p$ est négatif.

Au regard de cette proposition, de nombreuses situations sont possibles. La double hétérogénéité entre les agents est à l'origine de l'obtention de ces multiples configurations. Bien que compliquant notre étude du point de vue macroéconomique, l'hétérogénéité a été déterminante pour mener à bien notre analyse microéconomique.

Afin d'avoir une intuition des mécanismes économiques sous-jacents à la proposition 4, considérons d'abord le cas où les deux types d'agents ont la même utilité de cycle de vie (i.e., $\mu = \mu'$, $\gamma = \gamma'$, et $\xi = \xi'$).¹³ Ainsi, les différences de pib constatées selon la proportion d'altruistes seront seulement attribuables à l'hypothèse d'altruisme. Lorsque le degré d'altruisme est trop faible, tous les agents sont égoïstes et identiques. La proportion p n'a donc aucun effet. Comme les deux types d'agents ont la même utilité de cycle de vie, $\bar{\beta}$ ne dépend pas de p . La condition de legs positifs ne dépend donc pas de la proportion d'agents altruistes. C'est la même que dans une économie où tous les agents sont altruistes : $\beta > \gamma(\alpha^{-1} - 1)/(\mu + \gamma)$. Ainsi, quel que soit leur proportion dans la population, les altruistes imposent leur point de vue : l'équilibre stationnaire est celui de la *règle d'or modifiée* et le taux d'intérêt dépend de leur degré d'altruisme. Pour comprendre l'intuition de ce résultat nous pouvons le mettre en perspective avec celui obtenu par Becker (1980). Ce dernier montre dans le cadre d'un modèle où les agents ont une durée de vie infinie et des taux de préférence pour le présent hétérogènes que l'accumulation du capital à long terme résulte des décisions des individus les plus patients.

¹³ Cela revient à considérer le modèle de Michel et Pestleau (1998) enrichi par l'hypothèse d'offre de travail élastique.

Les transferts sont pour les altruistes le moyen de compenser l'insuffisance d'épargne des individus égoïstes. Afin de maintenir le stock de capital à son niveau de la *règle d'or modifiée*, une augmentation relative du nombre d'égoïstes qui aurait tendance à faire baisser l'épargne agrégée est contrecarrée par une hausse, via les legs, de l'épargne des altruistes. En considérant les expressions des niveaux de legs données en annexe, nous remarquons que, quelle que soit la proportion d'altruistes, le niveau agrégé d'héritage $p \times x$ reste constant lorsque $\mu = \mu'$, $\gamma = \gamma'$ et $\xi = \xi'$. Ce constat est à l'origine des variations du *pib* indiquées figure 4.

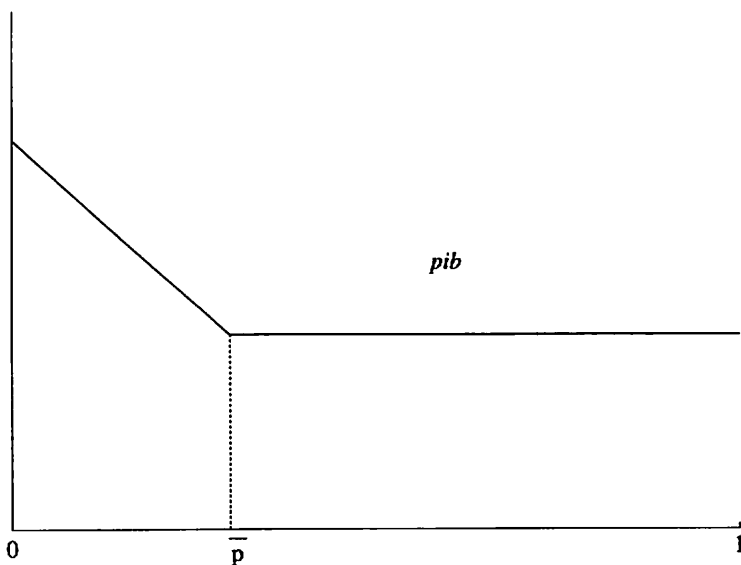


Figure 4 : *Proportion d'altruistes et pib par habitant*

Lorsque la proportion d'altruistes est faible ($p < \bar{p}$) les égoïstes sont les seuls à travailler et le *pib* décroît (linéairement) avec le nombre d'altruistes. En revanche, lorsque $p \geq \bar{p}$, son héritage (égal à *constante*/ p) est trop faible pour que l'altruiste s'en contente. Il se remet donc au travail et $1 - \ell^a = (\mu + \gamma) - \text{constante}/p$. L'offre de travail agrégée $p(1 - \ell^a) + (1 - p)(1 - \ell^e)$ vaut alors $\mu + \gamma - \text{constante}$ et est indépendante de p . Lorsque la proportion d'altruistes augmente le *pib* reste donc constant. Ainsi, l'altruisme a pour conséquences de faire baisser le *pib* tout en veillant à ce que ce dernier ne soit pas trop faible. En effet, lorsque les altruistes sont suffisamment nombreux, ils imposent leur point de vue le *pib* ne dépend que de leur degré d'altruisme.

Concernant les configurations où les deux types d'agents n'ont pas les mêmes degrés d'impaticence à consommer, les mécanismes sont plus complexes. Au regard de la problématique de notre article, nous ne nous intéresserons pas au cas où l'altruisme est inopérant. Dans cette situation, les

altruistes se comportent comme des égoïstes et les variations du *pib* ne sont pas dues à l'altruisme.

Lorsque l'altruisme est opérant il existe deux possibilités. Si les altruistes se comportent en rentiers, le *pib* décroît linéairement avec la proportion d'altruistes. Cette diminution du *pib* avec le nombre de rentiers est assez intuitive. Toutes choses égales par ailleurs, plus les rentiers sont nombreux, moins l'offre de travail agrégé et donc le produit total est important. En revanche, si les altruistes choisissent de travailler alors le *pib* varie linéairement avec p selon une droite dont la pente est du signe de ψ . Ce signe dépend du poids que chaque type d'individu accorde à son loisir et à ses propres consommations. Comme ψ est la somme de $(\xi - \xi')(\gamma' + (1 - \gamma')\beta)$ et $(1 - \beta)\xi'(\gamma' - \gamma)$ deux effets peuvent être distinguer.

Lorsque la part d'altruistes dans l'économie croît, un *effet loisir* tend à augmenter (resp : diminuer) le *pib* si les égoïstes (resp : les altruistes) sont les agents qui attachent le plus de poids à leur loisir alors qu'un *effet consommation de seconde période* tend à augmenter (resp : diminuer) le *pib* si les altruistes (resp : les égoïstes) sont les agents qui accordent le plus de poids à leurs consommations de seconde période. Ces deux effets sont assez intuitifs. Il semble naturel qu'une hausse de la proportion des individus qui accordent le plus de poids à leur loisir ou de ceux qui attachent le moins d'importance à leurs consommations de fin de vie entraîne une baisse de l'offre de travail agrégée qui se traduit par une diminution du produit.

Il existe des situations dans lesquelles les deux effets jouent dans le même sens. Par exemple, lorsque les altruistes accordent moins de poids à leur loisir que les égoïstes et plus de poids que ces derniers à leurs consommations de seconde période alors l'offre de travail d'un altruiste est plus élevé que celle d'un égoïste qui privilégie son loisir et ne se soucie pas outre mesure de ses consommations. Ainsi, plus les altruistes sont nombreux plus l'offre de travail agrégée et donc le *pib* vont augmenter. Réciproquement, lorsque ξ est supérieur à ξ' et γ' inférieur à γ , les altruistes sont plus patients que les égoïstes. Plus ils sont nombreux moins le *pib* est important.

Dans les configurations où les effets *loisir* et *consommation de seconde période* sont antagonistes, le degré d'altruisme joue un rôle important dans la détermination du signe de ψ . Au regard des deux termes qui composent ψ , une hausse de β augmente l'*effet loisir* et diminue l'*effet consommation de seconde période*. Intuitivement, plus l'agent est altruiste plus il va privilégier son rôle de donateur et donc moins la part de sa consommation de seconde période dans son revenu de cycle de vie sera importante. À partir du seuil $\bar{\beta}$, plus son degré d'altruisme est élevé, plus l'altruiste travaille et ce indépendamment de γ' . De par son comportement de travail, l'altruiste finit par ressembler à un égoïste lorsque β tend vers l'unité. Dans cette situation extrême, l'*effet consommation de seconde période* disparaît. L'*effet loisir* traduit à lui seul la différence entre le travail d'un altruiste $1 - \xi'$ et celui d'un égoïste $1 - \xi$.

Pour illustrer le rôle du degré d'altruisme nous pouvons considérer

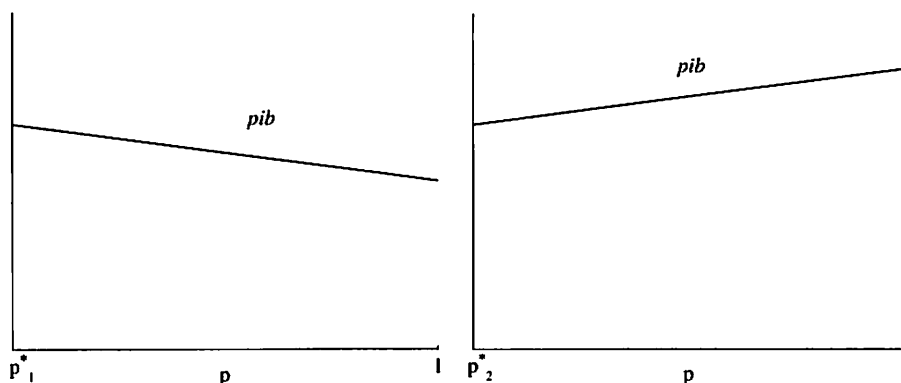


Figure 5 : *Le pib en fonction de p lorsque $\beta_1 = 0.65$ (à gauche) et $\beta_2 = 0.7$ (à droite)*

une économie dont les paramètres sont donnés par : $A = 1$, $n = 0$, $\alpha = 0.4$, $\mu = 0.05$, $\xi = 0.5$, $\gamma = 0.45$, $\mu' = 0.35$, $\xi' = 0.45$ et $\gamma' = 0.2$. Les degrés d'impatience des agents sont donc tels que $\delta = 1/9$ et $\delta' = 1.75$. Pour étudier l'impact du degré d'altruisme sur le *pib* nous allons comparer les situations où le degré d'altruisme des altruistes est $\beta_1 = 0.65$ et celle où il est égal à $\beta_2 = 0.70$. Dans les deux configurations, les altruistes sont impatientes et les égoïstes patients puisque $\bar{\delta}$ est compris entre δ et δ' que β soit égal à β_1 ou β_2 .¹⁴ Selon que β soit β_1 ou β_2 , il existe deux valeurs seuils de p que nous noterons p_1^* et p_2^* à partir desquelles les altruistes décident de faire des legs.¹⁵ Les variations du *pib* lorsque p est supérieur à p^* sont représentées sur la figure 5. Nous constatons que lorsque l'altruisme est opérant, le *pib* décroît linéairement avec le nombre d'altruistes si le degré d'altruisme est β_1 . En revanche lorsque β est égal à β_2 , plus les altruistes sont nombreux, plus le *pib* par tête est élevé.¹⁶ Dans cet exemple numérique, une hausse du degré d'altruisme augmente l'*effet loisir* de façon à ce qu'il domine l'*effet consommation de seconde période*.

6 Conclusion

Dans cet article, nous avons cherché à mettre en évidence certaines conséquences de l'altruisme intergénérationnel.¹⁷ Notre étude a été conduite

¹⁴ En effet, avec β_1 nous avons $\delta_1 \sim 1.3076$, alors qu'avec β_2 nous avons $\delta_2 \sim 1.1428$.

¹⁵ Pour être très précis, $p_1^* \sim 0.8588957056$ et $p_2^* \sim 0.7926829269$.

¹⁶ Plus précisément, lorsque β vaut β_1 nous avons $\psi_1 = -3.375 \times 10^{-3}$ alors que si β vaut β_2 , $\psi_2 = 4.25 \times 10^{-3}$.

¹⁷ En utilisant un modèle à générations imbriquées où, contrairement aux non-qualifiés, les agents qualifiés laissent un héritage à leurs enfants, Artus et Legros (2000) montrent comment l'altruisme intergénérationnel modifie le choix du système de retraite. Thibault (2001) examine les conséquences de flux migratoires dans une économie avec individus égoïstes et altruistes.

à l'aide d'un modèle à générations imbriquées dans lequel coexistent des agents altruistes et égoïstes qui sont patients ou impatientes et dont l'offre de travail est endogène.

Cette double hétérogénéité entre les agents nous permet d'analyser les déterminants économiques qui conduisent, de manière endogène, à l'émergence dans l'économie d'une classe de rentiers. Il est nécessaire que les égoïstes soient impatientes et en assez forte proportion pour que les altruistes décident de se comporter en rentier. Dans ce cas, l'épargne des égoïstes est faible et le petit nombre d'altruistes de l'économie détient une part importante du capital de l'économie. Un fort degré d'altruisme dissuade cependant les altruistes de ne vivre que de leur héritage. En effet, une hausse du degré d'altruisme a deux effets opposés sur l'offre de travail des altruistes. Comme elle entraîne une augmentation du legs reçu, cette hausse commence par inciter l'altruiste à moins travailler. En revanche, lorsque le degré d'altruisme est très élevé, le salaire devient tellement attractif et la rente de l'altruiste tellement faible que ce dernier est conduit à travailler davantage.

Enfin, l'étude approfondie du comportement d'offre de travail des agents nous a permis d'examiner l'impact de l'altruisme sur le niveau de production de l'économie. C'est plus particulièrement l'impact de la proportion d'altruistes présents dans l'économie sur le produit intérieur brut qui a retenu notre attention. Nous avons aussi mis en évidence le rôle du loisir, des taux d'impatience des agents et du degré d'altruisme sur le *pib*. En mettant les résultats de notre étude en perspective avec ceux obtenus¹⁸ par Thibault (2001) il est possible d'examiner la corrélation qui existent entre les variations du *pib* et le bien-être des agents. Cette étude fournirait des informations utiles par rapport au débat : « Le *pib* est-il une bonne mesure du bien-être d'une société ? ».

L'exhaustivité de notre analyse suggère d'autres extensions. En effet, d'autres questions économiques peuvent être étudiées à l'aide de notre modèle. Récemment, Mankiw (2000) a, par exemple, souligné la justesse du modèle avec agents altruistes et égoïstes pour étudier l'incidence des politiques fiscales. De plus, l'hypothèse d'une offre de travail endogène est souvent analysée en économie publique puisqu'elle est nécessaire pour qu'une taxation du salaire puisse être perçue comme un élément désincitatif pour l'effort des agents.

Une étude dynamique du modèle permettrait, quant à elle, d'étudier s'il existe une valeur de legs initial en dessous de laquelle les agents travaillent toujours ou si un rentier peut se remettre à travailler. L'existence de deux contraintes inégalitaires (une sur le legs et une sur le travail altruiste) rend cependant cette étude très complexe. Le recours, dans un premier temps, à une modélisation du choix de l'offre de travail binaire (0 ou 1)

¹⁸ Le théorème 4 de Thibault (2001) indique les configurations dans lesquelles une hausse de p améliore (resp : détériore) à la fois le bien-être des altruistes et des égoïstes alors que notre proposition 4 précise l'impact d'une hausse de p sur le *pib*.

pourrait simplifier l'étude de la dynamique et nous permettre de comprendre les comportements de travail au sein de différentes dynasties.

Annexe : Démonstrations des propositions 1, 2, 3 et 4

Démonstration de la proposition 1

Etape 1 : Caractérisation des équilibres à partir de ℓ^a et x

À l'aide des équations (1), (2), (4), (5), (6), (7), (10) et (12) nous montrons¹⁹ que :

$$\left\{ \begin{array}{l} c^e = \mu w \quad (a) \\ d^e = \gamma w(1+r) \quad (b) \\ s^e = \gamma w \quad (c) \\ l^e = \mu + \gamma \quad (d) \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} c^a = \frac{\mu'(w(1-\ell^a) + (1-\beta)x)}{\mu' + \gamma'} \quad (e) \\ d^a = \frac{\gamma'(w(1+r)(1-\ell^a) + (1+n)(\beta^{-1}-1)x)}{\mu' + \gamma'} \quad (f) \\ s^a = \frac{\gamma'w(1-\ell^a) + (\gamma' + \mu'\beta)x}{\mu' + \gamma'} \quad (g) \end{array} \right.$$

D'après (10), (12) et (13), si $x > 0$ alors : $z = k/(1-\ell) = [(A\alpha\beta)/(1+n)]^{1/(1-\alpha)}$.

D'après (c), (d), (g), (13) et (14), si $x = 0$ nous avons :

$$z = \left(\frac{A(1-\alpha)[p\gamma'(1-\ell^a)/(\mu' + \gamma') + q\gamma]}{(1+n)(p(1-\ell^a) + q(\mu + \gamma))} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Ainsi, étant donné un couple (x, ℓ^a) , les équations (a), (b), ..., (g), (13) et (14) définissent un unique vecteur $(c^e, d^e, s^e, \ell^e, c^a, d^a, s^a, \ell^a, k, \ell, w, r, x)$ que nous noterons $\mathcal{A}(x, \ell^a)$.

Etape 2 : Equilibre avec altruisme inopérant

Si $x = 0$, alors $\ell^a < 1$. Ainsi, d'après (11) : $s^a = [(1-\gamma')w(1-\ell^a) - \mu'w]/\xi'$.

D'après cette égalité et la relation (g) nous avons : $1 - \ell^a = \mu' + \gamma'$.

Le vecteur $A = \mathcal{A}(0, 1 - (\mu' + \gamma'))$ est donc le seul vecteur candidat à être équilibre du modèle avec legs nuls. Comme $1 - \ell^a = \mu' + \gamma'$, nous avons d'après (13) et (16) : $1 + n = (1+r)\beta$.

Or, d'après (10) et (12), nous avons $\beta(1+r) \leq (1+n)$.

¹⁹ (a), (b), (c) et (d) sont obtenus à partir de (1), (2), (4) et (5) alors qu'en remarquant que $\frac{(1+n)x}{1+r} = \beta x$, (6), (7), (10) et (12) sont suffisantes pour obtenir (e), (f) et (g).

Ainsi, $\beta \leq \bar{\beta}$ est une condition nécessaire pour que A soit un équilibre du modèle. Il est aisé de vérifier que cette condition est aussi une condition suffisante.

Étape 3 : Équilibre où les altruistes ne travaillent pas

Si l'offre de travail des altruistes est nulle, ces derniers ont reçu un héritage. Nous pouvons montrer à l'aide de (c), (d), (g) et (14) que lorsque $\ell^\alpha = 1$:

$$x = \Upsilon = \frac{q(\gamma' + \mu')\alpha A}{p(\gamma' + \mu'\beta)} \left(\frac{\alpha A \beta}{1+n} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} ((\mu + \gamma)\beta - \gamma(\alpha^{-1} - 1))$$

Ainsi, le vecteur $B = \mathcal{A}(\Upsilon, 1)$ est le seul vecteur candidat à être équilibre du modèle avec une offre de travail des altruistes nulle.

D'après (e), (13) et Υ , lorsque $\ell^\alpha = 1$ la condition (11) est équivalente à :

$$[p(\alpha^{-1} - 1)(\gamma' + \mu'\beta)] / (q(1 - \beta)[(\mu + \gamma)\beta - \gamma(\alpha^{-1} - 1)]) - \xi' \leq 0$$

Ainsi, $p \leq \bar{p}$ est une condition nécessaire pour que B soit un équilibre.

Lorsque $p \leq \bar{p}$, \bar{p} est positif. Ainsi, β est supérieur à $\hat{\beta}$ où :

$$\hat{\beta} \equiv \frac{(\alpha^{-1} - 1)\gamma}{\mu + \gamma}$$

Ainsi, $\Upsilon > 0$ et $p \leq \bar{p}$ est une condition suffisante pour que B soit un équilibre.

Étape 4 : Équilibre où les altruistes travaillent et lèguent

D'après (11), si $x > 0$ et $\ell^\alpha < 1$ alors : $s^\alpha = [(1 - \gamma')w(1 - \ell^\alpha) - \mu'w] / \xi' + x$.

D'après cette équation et la relation (g), nous avons : $1 - \ell^\alpha = \mu' + \gamma' - \xi'(1 - \beta)x/w$.

Par suite, d'après (g) : $s^\alpha = \gamma'w + (\gamma' + (1 - \gamma')\beta)x$.

En substituant ℓ^α , s^α , (c) et (d) dans (14) nous obtenons :

$$z = \frac{p(\gamma'w + (\gamma' + (1 - \gamma')\beta)x) + q\gamma w}{(1+n)[p(\mu' + \gamma' - \xi'(1 - \beta)x) + q(\mu + \gamma)]} + q(\mu + \gamma) = \left(\frac{A\alpha\beta}{1+n} \right)^{1/(1-\alpha)}$$

En utilisant la relation (13) nous obtenons alors :

$$x = \Gamma = \frac{\alpha A [(p(\mu' + \gamma') + q(\mu + \gamma))\beta - (\alpha^{-1} - 1)(p\gamma' + q\gamma)]}{p(\gamma' + (\xi' + \mu')\beta + \xi'(\alpha^{-1} - 1)^{-1}\beta(1 - \beta))} \left(\frac{\alpha A \beta}{1+n} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

$$1 - \ell^\alpha = \Theta = \mu' + \gamma' - \frac{\xi'(1 - \beta)[(p(\mu' + \gamma') + q(\mu + \gamma))\beta - (\alpha^{-1} - 1)(p\gamma' + q\gamma)]}{p(\alpha^{-1} - 1)(\gamma' + (\xi' + \mu')\beta + \xi'(\alpha^{-1} - 1)^{-1}\beta(1 - \beta))}$$

Le vecteur $C = \mathcal{A}(\Gamma, 1 - \Theta)$ est donc le seul candidat à être équilibre du modèle où les altruistes travaillent et lèguent.

Pour que $x = \Gamma > 0$ il faut que $\beta > \bar{\beta}$ alors que pour que $1 - \ell^\alpha = \Theta > 0$ il faut que :

$$\mu' + \gamma' > \frac{\xi'(1 - \beta)[(p(\mu' + \gamma') + q(\mu + \gamma))\beta - (\alpha^{-1} - 1)(p\gamma' + q\gamma)]}{p(\alpha^{-1} - 1)(\gamma' + (\xi' + \mu')\beta + \xi'(\alpha^{-1} - 1)^{-1}\beta(1 - \beta))} \quad (17)$$

Si $\beta > \hat{\beta}$, alors (17) est équivalente à $p > \bar{p}$. Si $\beta \leq \hat{\beta}$, (17) est toujours vérifié.

Par suite, $p > \bar{p}$ et $\beta > \bar{\beta}$ sont deux conditions nécessaires et suffisantes pour que C soit un équilibre du modèle.

Etape 5 : Existence et unicité de l'équilibre

$\beta > \bar{\beta}$ étant une condition nécessaire pour avoir un équilibre de type C , il ne peut coexister des équilibres de type A et C .

Pour que le modèle possède un équilibre de type C il faut que p soit supérieur à \bar{p} . Il ne peut donc coexister des équilibres de type B et C .

La coexistence d'équilibres de type A et B est impossible. En effet, nous allons montrer que si $\bar{p} > 0$ et $\beta \leq \bar{\beta}$ alors $p > \bar{p}$. Pour cela il suffit de montrer que si $\hat{\beta} < \beta \leq \bar{\beta}$ alors $p > \bar{p}$. Supposons que $\hat{\beta} < \beta \leq \bar{\beta}$. Comme $\beta \leq \bar{\beta}$ on a :

$$p[(\mu + \gamma)\beta - (\alpha^{-1} - 1)\gamma + (\alpha^{-1} - 1)\gamma' - (\mu' + \gamma')\beta] \geq (\mu + \gamma)\beta - (\alpha^{-1} - 1)\gamma$$

Comme $[\gamma'(\alpha^{-1} - 1)]/(\mu' + \gamma') > \beta$ cette inéquation s'écrit $p \geq \hat{p}$ où :

$$\hat{p} = \frac{(1 - \beta)\xi'[(\mu + \gamma)\beta - (\alpha^{-1} - 1)\gamma]}{(1 - \beta)\xi'((\mu + \gamma)\beta - (\alpha^{-1} - 1)\gamma) + (1 - \beta)\xi'((\alpha^{-1} - 1)\gamma' - (\mu' + \gamma')\beta)}$$

Soit $P(\beta) = (1 - \beta)\xi'((\alpha^{-1} - 1)\gamma' - (\mu' + \gamma')\beta) - (\gamma' + \mu'\beta)(\alpha^{-1} - 1)$.

Alors $P(\beta) = A\beta^2 - B\beta - C$ où $A = (\mu' + \gamma')\xi'$, $B = \mu'\xi' + \xi'\gamma'\alpha^{-1} + \mu'(\alpha^{-1} - 1)$, et $C = (\alpha^{-1} - 1)\gamma'(\mu' + \gamma')$. Comme $P(0)$ et $P(1) = (1 - \alpha^{-1})(\mu' + \gamma')$ sont négatifs et comme $\lim_{\beta \rightarrow -\infty} P(\beta) = \lim_{\beta \rightarrow +\infty} P(\beta) = +\infty$ on a $P(\beta) < 0 \forall \beta \in [0, 1]$. Comme $P(\beta) < 0$ on a $\hat{p} > \bar{p}$. Par suite, $p \geq \hat{p}$ implique $p > \bar{p}$.

Le modèle possède donc au plus un équilibre²⁰. Comme $\beta > \bar{\beta}$ est une condition nécessaire pour avoir un équilibre de type B il est facile de vérifier que le modèle possède toujours un équilibre.

²⁰ D'après les étapes 2, 3 et 4 il ne peut y avoir qu'un équilibre de chaque type.

Démonstration de la proposition 2

Pour prouver la proposition 2, nous étudions les variations de Θ par rapport à β .

Dériver Θ par rapport à β revient à dériver la fonction f où :

$$f(\beta) = [(\beta - 1)(A\beta - C(\alpha^{-1} - 1))] / [\gamma' + (\xi' + \mu')\beta + \xi'(\alpha^{-1} - 1)^{-1}\beta(1 - \beta)]$$

avec $A = p(\mu' + \gamma') + q(\mu + \gamma)$ et $C = p\gamma' + q\gamma$. $f'(\beta)$ a donc le signe du polynôme $P(\beta) = (A - I)\beta^2 + 2I\beta - (I + C(\alpha^{-1} - 1))$ où $I = A\gamma' + C\xi'$.

Comme A , C , I et $A - I = p\mu' + q(\mu(\mu' + \xi') + \gamma\mu')$ sont positifs, le discriminant $\Delta = 4(AI + C(\alpha^{-1} - 1))(A - I)$ est positif. Le polynôme P possède donc deux racines qui sont de signes opposés (produit négatif). Comme $P(0) < 0$ et $P(1) = A + C(\alpha^{-1} - 1) > 0$, P a une racine négative, et une, notée $\hat{\beta}$, comprise entre 0 et 1. P est négatif si $\beta \in]0, \hat{\beta}[$, positif si $\beta \in]\hat{\beta}, 1[$. Comme $P(\beta) = a'\beta^2 + b'\beta + c'$ où a' , b' et c' sont définis dans le corps du texte, nous avons $\hat{\beta} = (-b' + \sqrt{\Delta'})/2a'$.

Démonstration de la proposition 3

L'inéquation $p \leq \bar{p}$ est équivalente à $P(\beta) = A\beta^2 + B\beta + C \leq 0$ où A , B et C sont définis dans le corps du texte.

Par suite, d'après la proposition 1 (étape 3), $\ell^a = 1$ ssi $\beta > \hat{\beta}$ et $P(\beta) \leq 0$.

Supposons que $\hat{\beta} < 1^{21}$. Comme $P(\hat{\beta}) = p(\alpha^{-1} - 1)(\mu'\hat{\beta} + \gamma')$ et $P(1) = p(\alpha^{-1} - 1)(\mu' + \gamma')$ sont positifs et comme $\lim_{\varrho \rightarrow -\infty} P(\varrho) = \lim_{\varrho \rightarrow +\infty} P(\varrho) = +\infty$, si le polynôme admet deux racines, ces deux racines sont toutes les deux soit inférieures à $\hat{\beta}$, soit comprises entre $\hat{\beta}$ et 1 ou soit supérieures à 1.

A étant positif, les seuls β pour lesquels $\ell^a = 1$ sont les éventuels β compris entre les racines de P si celles-ci sont elles-même comprises entre $\hat{\beta}$ et 1.

Pour que ces deux racines (ou une racine double) existent il faut et il suffit que le discriminant de P soit positif ou nul. Pour qu'elles soient comprises entre $\hat{\beta}$ et 1 il faut et il suffit que $C < A < -B/(2\hat{\beta})$. En effet, si $C < A$ le produit des deux racines est inférieur à 1 et les deux racines ne peuvent donc pas être supérieures à 1. De plus, si la somme $-B/A$ des deux racines est supérieure à $2\hat{\beta}$, les racines ne peuvent être toutes les deux inférieures à $\hat{\beta}$.

Nous venons de montrer que le modèle possède un équilibre de type B ssi :

$$(i) \Delta \geq 0, (ii) C < A < -B/(2\hat{\beta}), (iii) \beta \in \left] \frac{-B - \sqrt{\Delta}}{2A}, \frac{-B + \sqrt{\Delta}}{2A} \right[, (iv) \hat{\beta} < 1 \quad (18)$$

²¹ Si $\hat{\beta} \geq 1$, les altruistes travaillent quel que soit leur degré d'altruisme.

Or $\Delta = Q(p) = ap^2 + bp + c$ avec $a = f + g + h$, $b = -(2g + h)$ et $c = g$ où $f = \mu^2(\alpha^{-1} - 1)^2$, $g = [\xi'(\mu + \gamma(2 - \alpha^{-1}))]^2$ et $h = 2(\alpha^{-1} - 1)\xi'[\mu'(\mu + \gamma\alpha^{-1}) + 2(\mu + \gamma)\gamma']$. Q est une fonction décroissante tant que $p < p_0$ et croissante si $p > p_0$ avec $p_0 = -b/2a \in]0, 1[$. De plus, $Q(p_0)$ est négatif (signe de $-2[(\mu + \gamma)\gamma' + \mu'\gamma(\alpha^{-1} - 1)]$). Comme a , c et f sont positifs on a $Q(0) > 0$, $Q(1) > 0$ et $\lim_{p \rightarrow \infty} Q(p) = +\infty$. Q admet donc deux racines \hat{p} et \tilde{p} comprises entre 0 et 1. Par suite $\Delta > 0 \Leftrightarrow p \in]0, \hat{p}[\cup]\tilde{p}, 1[$.

Soit $U = \xi'[\mu + \gamma(2 - \alpha^{-1})]$.

$[C < A \text{ et } \delta > \alpha^{-1} - 2] \Leftrightarrow p < p_1 = U/(U + (\alpha^{-1} - 1)\gamma')$.

$[A < -B/(2\hat{\beta}) \text{ et } \delta > \alpha^{-1} - 2] \Leftrightarrow p < p_2 = U/(U + (\alpha^{-1} - 1)\mu')$.

$Q(p_2)$ a le signe de $-2[(\mu + \gamma)\gamma' + \mu'\gamma(\alpha^{-1} - 1)]$. D'où $Q(p_2) < 0$.

Supposons que $p_1 < p_2$ ²² i.e. $\gamma' > \mu'$.

Comme $\mu\mu' + \gamma\mu'(2 - \alpha^{-1}) - 2\gamma'\mu - 2\gamma'\gamma\alpha^{-1} \leq \gamma'(-\mu - 2\gamma(\alpha^{-1} - 1)) < 0$ on a $Q(p_1) < 0$. Comme $Q(p_1)$ et $Q(p_2)$ sont négatifs on a $\hat{p} < p_1 < p_2 < \tilde{p}$.

Par conséquent $[\hat{\beta} < 1, \Delta \geq 0 \text{ et } C < A < -B/(2\hat{\beta})] \Leftrightarrow [p \leq \hat{p} \text{ et } \hat{\beta} < 1]$

Ainsi, d'après (18), le modèle possède un équilibre de type *B* si et seulement si :

$$\hat{\beta} < 1, p \leq \hat{p} \text{ et } \beta \in]\beta_-, \beta_+[$$

Comme $\hat{\beta} < 1$ est équivalent à $\delta > \alpha^{-1} - 2$, nous obtenons la proposition 3.

Démonstration de la proposition 4

(i) D'après (14), (15), (16) et la proposition 1, lorsque l'altruisme est inopérant :

$$pib = \frac{A(2+n)}{1+n} \times \bar{z}^\alpha \times (p(\mu' + \gamma') + (1-p)(\mu + \gamma))$$

c'est à dire :

$$pib = \frac{A(2+n)}{1+n} \times \left(\frac{A(1-\alpha)}{1+n} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \times (p\gamma' + (1-p)\gamma)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \times (p(\mu' + \gamma') + (1-p)(\mu + \gamma))^{\frac{1-2\alpha}{1-\alpha}}$$

Nous pouvons alors montrer que le signe de $\partial pib / \partial p$ est celui de ϕ .

(ii) D'après (15) et la proposition 1, lorsque les altruistes travaillent et lèguent nous avons :

$$pib = \frac{A(2+n)}{1+n} \times \hat{z}^\alpha \times (1 - \hat{\ell}) \quad \text{où} \quad \hat{\ell} = p \times (1 - \Theta) + (1-p) \times (1 - (\mu + \gamma))$$

²² Si $p_2 < p_1$ alors $p < p_2$ entraîne $p < p_1$ et $Q(p_2) < 0$ suffit pour obtenir le résultat.

Donc $\partial pib/\partial p$ a le signe de $\partial(1 - \hat{\ell})/\partial p$.

En posant $\varrho = (\alpha^{-1} - 1)(\gamma' + (\xi' + \mu')\beta + \xi'(\alpha^{-1} - 1)^{-1}\beta(1 - \beta))$ nous obtenons :

$$\varrho \times (1 - \hat{\ell}) = p[(\mu' + \gamma')(\alpha^{-1} - 1)(\gamma' + (\xi' + \mu')\beta) + (\alpha^{-1} - 1)\xi'(1 - \beta)\gamma'] \\ + q[(\mu + \gamma)(\alpha^{-1} - 1)(\gamma' + (\xi' + \mu')\beta) + (\alpha^{-1} - 1)\xi'(1 - \beta)\gamma]$$

Ainsi $\partial pib/\partial p$ a le signe de $\partial\varrho(1 - \hat{\ell})/\partial p$, c'est à dire celui de ψ .

(iii) D'après (15) et la proposition 1, lorsque les altruistes ne travaillent pas :

$$pib = \frac{A(2 + n)}{1 + n} \times \hat{z}^\alpha \times (1 - p)(\mu + \gamma)$$

Comme le ratio capital/travail de la règle d'or \hat{z} ne dépend pas de p , le pib décroît linéairement avec le nombre de rentiers.

7 Références

- Abraham-Frois, G., (1974), *Problématiques de la croissance*, Volume 1, Paris, Economica.
- Allais, M., (1947), *Economie et intérêt*, Paris, Imprimerie nationale.
- Arrondel, L., Masson, A. et P. Pestieau, (1997), "Bequests and inheritance : empirical issues and French-US comparison", *Is inheritance justified ?* Berlin, Springer Verlag, G. Erreygers et T. Vandervelde éditeurs.
- Artus, P. et F. Legros, (2000), « Système de retraite, inégalités de revenus et de patrimoine », *Revue Economique*, 51, pp. 27-40.
- Barro, R.J., (1974), "Are government bonds net wealth ?", *Journal of Political Economy*, 82, pp. 1095-1117.
- Becker, G., (1974), "A theory of social interaction", *Journal of Political Economy*, 82, pp. 1063-1091.
- Becker, R., (1980), "On the long run steady state in a simple dynamic model of equilibrium with heterogeneous households", *Quarterly Journal of Economics*, 95, pp. 375-382.
- Britto, R., (1972), "On differential savings propensities in two class growth models", *Review of Economic Studies*, 39, pp. 491-494.
- Diamond, P.A., (1965), "National debt in a neoclassical growth model", *American Economic Review*, 55, pp. 1126-1150.
- Kaldor, N., (1956), "Alternative theories of distribution", *Review of Economic Studies*, 23, pp. 83-100.
- Laferrere, A., (1997), « Les modèles de transmission intergénérationnelle », *Document de travail du C.R.E.S.T.*, n.9724.

- Malinvaud, E., (1980), *Théorie macroéconomique*, Tome1, Première édition, Dunod.
- Mankiw, G., (2000), "The savers-spenders theory of fiscal policy", *American Economic Review*, 90, pp. 120-125.
- Masson, A. et P. Pestieau, (1991), « Types et modèles d'héritages et leurs implications », *Economie et Prévision*, 100-101, pp. 31-72.
- Michel, Ph. et P. Pestieau, (1998), "Fiscal policy in a growth model with both altruistic and non altruistic agents", *Southern Economic Journal*, 64, pp. 682-697.
- Michel, Ph. et P. Pestieau, (1999), "Fiscal policy when individuals differ regarding altruism and labor supply", *Journal of Public Economic Theory*, 1, pp. 187-203.
- Pasinetti, L., (1962), "Rate of profit and income distribution in relation to the rate of economic growth", *Review of Economic Studies*, 29, pp. 267-279.
- Thibault, E., (2000), "Existence of equilibrium in an OLG model with production and altruistic preferences", *Economic Theory*, 15, pp. 709-715.
- Thibault, E., (2001), "Labor immigration and long-run welfare in a growth model with heterogenous agents and endogenous labor supply", *Journal of Population Economics*, 14, pp. 391-407.
- Vidal, J.P., (1996a), « L'altruisme dans les modèles à générations imbriquées », *Recherches Economiques de Louvain*, 62, pp. 21-42.
- Vidal, J.P., (1996b), « Altruisme et hétérogénéité », *Annales d'Economie et de Statistique*, 43, pp. 57-77.
- Weil, P., (1987), "Love thy children. Reflections on the Barro debt neutrality theorem", *Journal of Monetary Economics*, 19, pp. 377-391.