e-LEE
e-Learning tools for Electrical Engineering

Temática – Energias Renováveis

Capítulo – Energia Eólica

Secção –

EXERCÍCIOS CORRIGIDOS

INTRODUÇÃO

Vamos testar os conhecimentos adquiridos; para o efeito, propõem-se seis exercícios de diferentes dificuldades:

Exercício 1 : Comprimento de uma pá

Exercício 2 : Velocidades de rotação e parâmetros de um aerogerador

Exercício 3 : Estudo do gerador assíncrono de um aerogerador

Exercício 4 : Determinar o limite de Betz

Exercício 5 : Parâmetros de um aerogerador de 300 kW de velocidade constante

Exercício 6 : Binário mecânico

- pré-requisitos : Estudo aplicado de um aerogerador
- nível : Área de Especialização
- duração estimada : 1h
- autores : Diane Brizon, Nathalie Schild, Aymeric Anselm, Mehdi Nasser
- realização : Diane Brizon, Nathalie Schild
- versão portuguesa : Maria José Resende

Este projecto é financiado pela União Europeia no âmbito de uma acção Sócrates-Minerva. As informações nele contidas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores. A União Europeia declina toda a responsabilidade relativamente ao seu uso.

EXERCÍCIO 1: COMPRIMENTO DE UMA PÁ

Pretende dimensionar-se as pás de um aerogerador a velocidade fixa por forma a obter uma potência mecânica de 750 kW com uma velocidade de vento de 13,8 m/s. Considera-se um coeficiente de potência Cp de 0,2. Qual deverá ser o comprimento da pá ou seja, o raio do círculo varrido pela turbina?

Ajuda

Utiliza-se a fórmula

$$Cp = \frac{P}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V^3}$$

Resposta

A partir da fórmula do coeficiente de potência Cp :

$$S = \frac{2 \cdot P}{Cp \cdot \rho \cdot V^3}$$

Com: P = 750.10^3 W

$$\rho = 1{,}25 kg / m^3$$

V =13,8 m/s

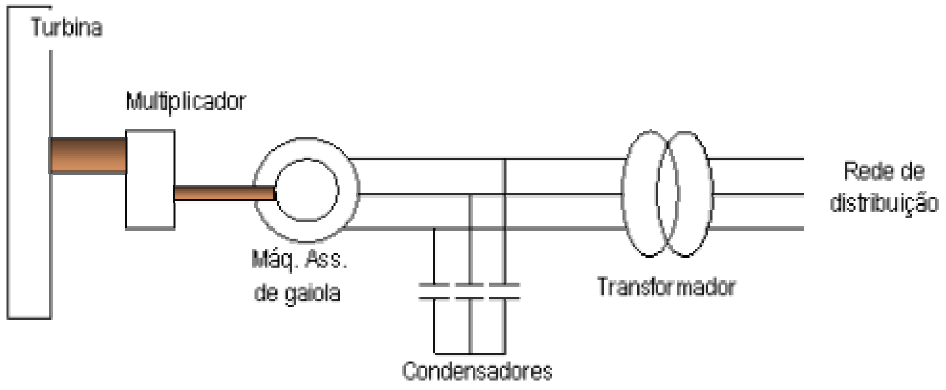
Cp = 0,2

$$\mathrm{A.N}: S = \frac{2.750.10^3}{1{,}25.0{,}2.13{,}89^3} = 2239{,}5\,\mathrm{m}^2$$

$$\boxed{R = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = 26{,}7\,\mathrm{m} \quad \text{soit}: \ \mathrm{R} = 27\,\mathrm{m}}$$

EXERCÍCIO 2: VELOCIDADE DE ROTAÇÃO E POTÊNCIA ELÉCTRICA DE UM AEROGERADOR

Considere-se a seguinte instalação:



A turbina do aerogerador está acoplada a um gerador assíncrono (MAS) de rotor em gaiola que, por sua vez, está ligado à rede de distribuição.

Os dados do problema são:

Densidade do ar: $\rho = 1{,}25 kg/m^3$

Raio das pás: R = 45 m

Corficiente do multiplicador: k = 70

Número de pares de pólos da MAS: p = 2

Frequência da rede: f = 50 Hz

Questão 1

Calcular, para um escorregamento g de -1 % :

- A velocidade do rotor do gerador assíncrono Ω em rad/s, e N em tr/min.

- A velocidade do eixo primário do aerogerador Ω_L em rad/s e N_L em tr/min.

Ajuda

- Recordando a fórmula para o escorregamento de uma MAS

$$g = \frac{\Omega s - \Omega}{\Omega s}$$

- Utilizar o coeficiente do multiplicador

Resposta

$$\Omega s = \frac{Ns.2.\pi}{60} = \frac{1500.2.\pi}{60} = 157 \text{ rad/s}$$

$$\Omega = (1-g).\Omega s = (1-0{,}01).157 = 155\ rad/s$$

$$N = \frac{155.60}{2.\pi} = 1484\text{tr/min}$$

$$N_L = \frac{N}{k} = \frac{1484}{70} = 21\text{tr/min}$$

$$\Omega_L = \frac{\Omega}{k} = \frac{155}{70} = 2{,}2\,\text{rad/s}$$

Questão 2

Admite-se que a velocidade do vento é constante e igual a 10 m/s. O valor máximo do coeficiente de potência Cp real é de 0,4. Calcular, para o mesmo escorregamento da Questão 1, a velocidade específica e a potência eléctrica máxima, Pe, fornecida à rede pelo aerogerador. Considere que o multiplicador tem um rendimento de 97% e o gerador de 96%.

Ajuda

Procurar na exposição teórica a fórmula da velocidade específica e da potência fornecida à rede.

Resposta

Cp max = 0,4 atendendo ao limite de Betz, para um aerogerador de potência real.

$\Omega_L =$ 2,2 rad/s (resultado da Questão 1)

$$\lambda = \frac{R\Omega_L}{V} = \frac{45.2{,}2}{10} = 9{,}9$$

A potência mecânica à saída da turbina é:

$$\text{Pm} = \text{C}_\text{p}\,.\,0{,}5.\,\rho\,.\,S.\,V^3 = 0{,}4.\,0{,}5.\,1{,}25.\,(\pi.45^2)10^3 = 1{,}6\,\text{M W}$$

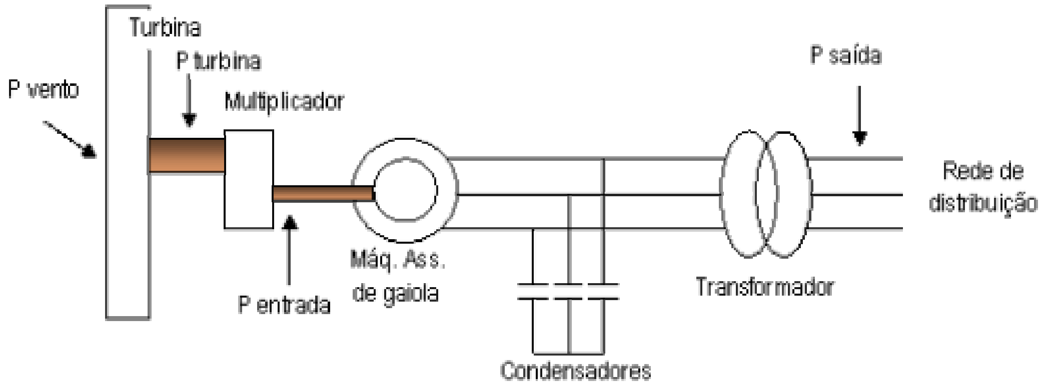
A potência eléctrica à saída do gerador é:

$$P_e = P_m\ \eta_{multiplicador}\ \eta_{gerador} = 1{,}6.10^6.0{,}97.0{,}96 = 1{,}5\ \text{MW}$$

EXERCÍCIO 3: ESTUDO DO GERADOR ASSÍNCRONO DE UM AEROGERADOR

O objectivo do aerogerador é converter a energia mecânica do vento em energia eléctrica. Neste exercício, vai estudar-se o gerador assíncrono de um aerogerador instalado no seio de um parque eólico de 7,5 MW de potência total. Os aerogeradores funcionam a velocidade constante, o gerador está lidado à rede. Vai determinar-se a potência, a velocidade de rotação do gerador e o seu esquema equivalente. Os aerogeradores estão equipados com multiplicadores.

Esquematicamente tem-se:



Admitem-se os seguintes dados:

V = 15 m/s, velocidade nominal do vento, admitida constante
N = 32,8 tr/min, velocidade nominal da turbina do aerogerador
$\rho = 1{,}25 kg/m^3$, massa volúmica do ar
Cp = 0,27, corficiente aerodinâmico
R = 21,7 m, raio das pás

Questão 1

Calcular a potência eléctrica à saída do gerador P_{elec} e a velocidade de rotação do gerador, sabendo que o multiplicador utilizado tem uma relação de 46,48 e um rendimento de 96% e que as pás dos aerogeradores rodam a 32,5 tr/min. As perdas associadas ao gerador são desprezáveis.

Ajuda

Ver a exposição teórica sobre o cálculo das potências.

Resposta

A potência do vento à entrada da turbina é:

$$P_{vent} = \frac{1}{2}.\rho.S.v^3$$

O vento passa através das pás da turbina e a potência que pode ser recuperada é:

$$P_{turbine} = \frac{1}{2}.C_p.\rho.S.v^3$$

$$P_{turbine} = \frac{1}{2}.C_p.\rho.S.V^3 = \frac{1}{2}.0{,}27.1{,}25.(\pi.21{,}7^2).15^3 = 842kW$$

A potência mecânica recuperável à entrada do gerador é:

$$\boxed{P_{entrée} = P_{turbine}.\eta_{multiplicateur} = -842.0,96 = -808\ \text{kW}}$$

Esta potência é negativa, uma vez que a máquina assíncrona está a funcionar como gerador. O que nos interessa é calcular a potência eléctrica obtida à saída do gerador. Como se admite que as perdas associadas ao gerador são desprezáveis:

$P_{entrée} \approx P_{sortie}$ e $P_{sortie} = P_{élec}$

Deduz-se que: $\boxed{P_{élec} = -808 kW}$

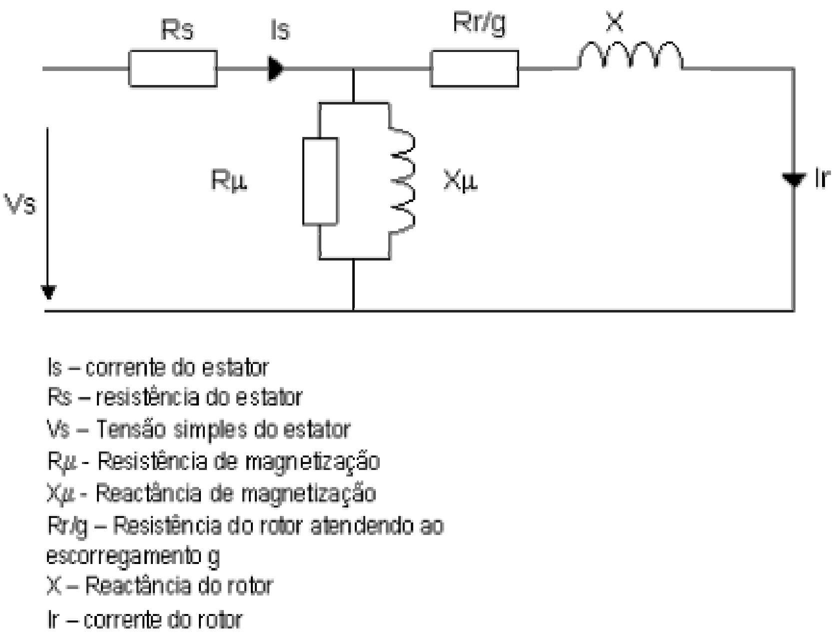
Calcula-se a velocidade de rotação do gerador:

$$\Omega_{mas} = \Omega_{éolienne}.rapport$$

$$\boxed{\Omega_{mas} = \frac{32,5.2\pi}{60.46,48} = 158,5 rad/s}$$

Questão 2

Numa segunda fase, pretende determinar-se o esquema equivalente do gerador assíncrono. Admite-se que a hipótese de Kapp se verifica.



Esquema equivalente por fase da máquina assíncrona

A placa sinalética indica (em funcionamento motor): 4 pólos, tensão nominal entre fases: 660 V, corrente nominal: 760 A, ligação: estrela, frequência nominal: 50 Hz, potência : 790 kW (já tendo em conta as perdas eléctricas), $\cos\varphi$: 0,91, velocidade : 1509 rpm.

Realizaram-se dois ensaios:

-Ensaio em vazio como motor:

Tensão	660,3 V
Corrente	209,4 A
Potência absorvida	11,17 kW

-Ensaio com o rotor bloqueado

Tensão	120,1 V
Corrente	980 A
Potência absorvida	25,6 kW

-Ensaio em corrente contínua

A resistência dos enrolamentos do estator entre dois terminais é de 5,63 m Ω.

Admite-se:

Perdas mecânicas: $P_{vent} = \frac{1}{2}.\rho.S.v^3$

- Através do ensaio em vazio:

Determinar as perdas de Joule do estator p_{js} e do rotor p_{jr} bem como as perdas no ferro p_{fs}. Deduzir o valor da resistência R_μ e da reactância X_μ do esquema equivalente.

Ajuda

Ver a exposição teórica sobre máquinas assíncronas, nomeadamente a que se refere ao ensaio em vazio no funcionamento como motor.

Resposta

No ensaio em vazio como motor:

$$P_{abs} = p_{fs} + p_{meca} + p_{js}$$

Com

$$\boxed{p_{js} = 3.Rs.Is^2 = 3.\frac{0,00563}{2}.209,4^2 = 370\text{ W}}$$

e

$$p_{fs} = P_{abs} - p_{meca} - p_{js} = 11,17 - 5,6 - 0,370 = 5,2kW$$

Como a máquina está em vazio:

$$\boxed{p_{jr} = 0W}$$

Do esquema equivalente obtém-se:

$$R_\mu = \frac{3.V^2}{p_{fs}} = \frac{3.(\frac{660,3}{\sqrt{3}})^2}{5,2.10^3} = 83,83\Omega$$

$$X_\mu = \frac{3.V^2}{Q_{abs}}$$

A potência reactiva absorvida Q_{abs}, é:

$$P_{abs}^{\ 2} + Q_{abs}^{\ 2} = (3.Vs.Is)^2$$

$$Q_{abs} = \sqrt{(3.(\frac{660,3}{\sqrt{3}}).209,4)^2 - (11,17.10^3)^2} = 239\,\text{kVAR}$$

Pelo que se obtém:

$$X_\mu = \frac{3.(\frac{660,3}{\sqrt{3}})^2}{239.10^3} = 1,82\Omega$$

- Através do ensaio com o rotor bloqueado

Calcular a resistência rotórica R_r e a reactância de fugas X referida ao estator.

Ajuda

Ver a exposição teórica sobre máquinas assíncronas, nomeadamente a do ensaio com o rotor bloqueado.

A hipótese de Kapp permite admitir que, no caso do ensaio com o rotor bloqueado, a corrente de magnetização é desprezável.

Resposta

Num ensaio com o rotor bloqueado, tem-se:

$$P_{RB} = 3.(R_s + R_r).I_{RB}^{\ 2}$$

pelo que

$$R_r = \frac{P_{RB}}{3.I_{RB}^{\ 2}} - R_s = \frac{25,6.10^3}{3.980^2} - \frac{0,00563}{2} = 6,07\,\text{m}\Omega$$

$$Q_{RB} = 3.X.I_{RB}^{\ 2}$$

pelo que

$$X = \frac{Q_{RB}}{3.I_{RB}^{\ 2}}$$

A potência reactiva Q_{RB} absorvida com o rotor bloqueado é:

$$P_{RB}^{\ 2} + Q_{RB}^{\ 2} = (3.V_{RB}.I_{RB})^2$$

$$Q_{abs} = \sqrt{(3.(\frac{120{,}1}{\sqrt{3}}).980)^2 - (25{,}6.10^3)^2} = 202\,\text{kVAR}$$

Obtém-se, então:

$$X = \frac{202.10^3}{3.980^2} = 70\,\text{m}\Omega$$

Questão 3

Determinar o binário electromagnético no eixo da máquina assíncrona.

Ajuda

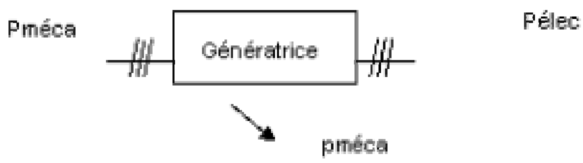
Há que utilizar o resultado da Questão 1, relativamente à potência fornecida pelo aerogerador.

A expressão do binário é:

$$C_e = \frac{P_{mec}}{\Omega_{MAS}} \text{ com } P_{mec} = P_{MAS} - perdas_{mec} \text{, em valor absoluto}$$

Resposta

Esquematicamente, o balanço das potências é:



Em funcionamento gerador, a potência eléctrica $P_{élec}$ fornecida, é igual à potência mecânica $P_{méca}$ menos as perdas mecânicas da máquina $p_{méca}$, pelo que:

$$P_{méca} = P_{élec} + p_{méca} = -808{,}4 + 5{,}6 = -803.\text{kW}$$

O binário electromagnético deduz-se, então, da potência mecânica $P_{méca}$ e a velocidade de rotação da MAS, Ω_{mas} :

$$C_e = \frac{P_{méca}}{\Omega_{mas}} = \frac{803.10^3}{1509.\frac{2.\pi}{60}} = 5080\,\mathrm{N.m}$$

Questão 4

A máquina assíncrona consome potência reactiva. Para compensar este consumo de potência reactiva, a solução é instalar uma bateria de condensadores que forneçam: 125 kVAR a uma tensão nominal de 660 V. Calcular a capacidade do condensador equivalente C_{eq}

Ajuda

Há que saber a fórmula da potência fornecida por um condensador.

Resposta

A potência reactiva fornecida por um condensador é:

$$Q_{fournie} = C_{eq}.U^2.\varpi$$

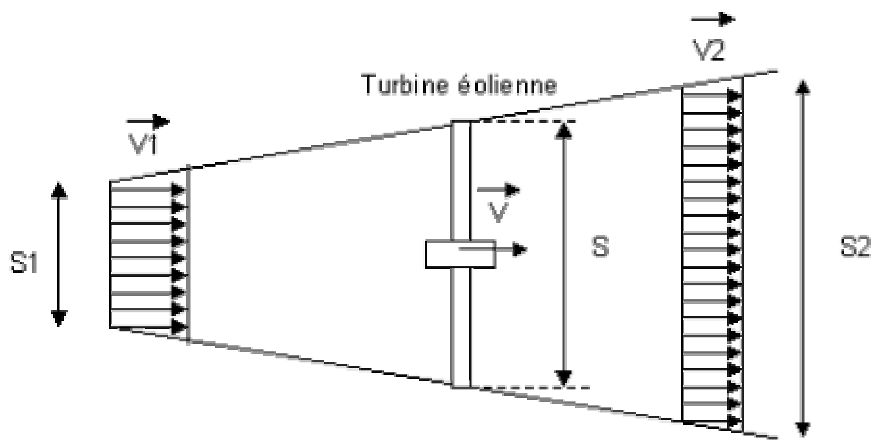
Pelo que:

$$C_{eq} = \frac{Q_{fournie}}{U^2.\omega} = \frac{125.10^3}{660^2.2.\pi.50} = 913\,\mu\mathrm{F}$$

EXERCÍCIO 4: DETERMINAR O LIMITE DE BETZ

Introdução

A energia eléctrica que o aerogerador vai produzir, depende da potência do vento que se consegue recuperar. Este exercício, vai permitir compreender que quantidade de potência a turbina vai poder recuperar.



Modeliza-se a passagem do vento na turbina, por um tubo sendo V, V_1, V_2 as velocidades do vento antes das pás, nas pás e depois das pás. A massa de ar é determinada pela sua massa volúmica ρ em kg/m^3 , e pela superfície varrida pelas pás, S em m².

Questão 1

Qual a potência P absorvida pelo rotor?

Ajuda

Procurar ajuda na exposição teórica.

Resposta

$$P = \rho\ S\ V_2 (V_1 - V_2)$$

Questão 2

Qual a variação de energia cinética por segundo ΔEc da massa de ar?

Ajuda

Procurar ajuda na exposição teórica.

Resposta

$$\boxed{\Delta Ec = \frac{1}{2} \rho S V (V_2{}^2 - V_1{}^2)}$$

Questão 3

Que pode deduzir-se sobre a relação entre as velocidades V_1, V_2 ?

Ajuda

Recorda-se que existe igualdade entre P e ΔEc .

Resposta

De : P = ΔEc obtém-se:

$$\rho S V^2 (V_1 - V_2) = \frac{1}{2} \rho S V (V_2{}^2 - V_1{}^2)$$

Por simplificação:

$$V(V_1 - V_2) = \frac{1}{2}.(V_2 - V_1)(V_2 + V_1)$$

E, portanto:

$$\boxed{V = \frac{V_1 + V_2}{2}}$$

Questão 4

Determinar a velocidade V_2 para a qual a potência é máxima.

Ajuda

Para determinar um máximo há que determinar o ponto de derivada nula.

Resposta

Na expressão $P = \rho\, S\, V^2 (V_1 - V_2)$ substitui-se $V = \frac{V_1 + V_2}{2}$ o que conduz a:

$$P = \rho.S.\frac{(V_1 + V_2)^2}{4}.(V_1 - V_2) = \rho.S.\frac{(V_1 + V_2)}{4}.(V_1^2 - V_2^2)$$

A velocidade V_2 para a qual a potência é máxima, corresponde a V_2 obtida a través de

$$\frac{dP}{dV_2} = 0$$

ou seja:

$$\frac{d(\rho\, S\, (-V_2^3 - V_1 V_2^2 + V_1^2 V_2 + V_1^3))}{dV_2} = 0$$

o que equivale a

$$-V_2^3 - V_1 V_2^2 + V_1^2 V_2 + V_1^3 = 0$$

A resolução desta equação de terceiro grau em ordem a V_2 conduz a :

$$\Delta = (-2V_1)^2 - 4.(-3).V_1^2 = 16.V_1^2 = (\pm 4.V_1)^2$$

Então será $V_2 = \frac{2\,V_1 + 4\,V_1}{-6} < 0$ o que é impossível

$$\text{Ou } V_2 = \frac{(2\,V_1 - 4\,V_1)}{-6} = \frac{V_1}{3}$$

A potência será máxima para

$$V_2 = \frac{V_1}{3}$$

Questão 5

Calcular então, a potência máxima P_{max} .

Ajuda

Substitui-se o resultado da questão 4 na expressão da potência.

Resposta

Dos resultados obtidos nas Questões 3 e 4:

$$(1)\ V_2 = \frac{V_1}{3} \rightarrow (3)\quad V = \frac{2V_1}{3}$$

$$(2)\ V = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

Substituindo (1) e (3) na expressão P = ρ S V_2 ($V_1 - V_2$) :

$$P = \rho\, S\, (\frac{2V_1}{3})^2\ (V_1 - \frac{V_1}{3})$$

Então:

$$Pmax = \rho\, S\, V_1^3\ (\frac{8}{27})$$

Questão 6

Deduzir o coeficiente de potência máximo C_{pmax} para um aerogerador.

Ajuda

Há que recordar a fórmula da potência do vento recuperável, função de C_p .

Resposta

De acordo com o exposto na teoria, a potência recuperável do vento é:

$$P = C_p \left(\frac{1}{2}\right) \rho S V^3$$

Comparando com o resultado da Questão 5:

$$Pmax = \rho S V_1^3 \left(\frac{8}{27}\right) = \frac{16}{27} \cdot \frac{1}{2} \rho S V_1^3$$

Obtém-se

$$C_{Pmax} = \frac{16}{27} \approx 0{,}59$$

Conclusão:

Da energia do vento, que representa a fonte primária de um aerogerador, consegue-se recuperar apenas um máximo de 59%; é o limite de Betz.

EXERCÍCIO 5: PARÂMETROS DE UM AEROGERADOR DE 300 KW DE VELOCIDADE CONSTANTE

Enunciado

Os dados do aerogerador de 300 kW são:

Diâmetro da área varrida pelas pás : 28 m
Área varrida pelas pás : 615 m²
Velocidade nominal do vento : 14 m/s
Velocidade nominal de rotação do rotor : 43 rpm
Relação do multiplicador: 35
Velocidade nominal da MAS : 1515 rpm

A densidade do ar é de 1,225 kg/m^3.

Questão 1

Que percentagem da energia do vento é que se recupera no ponto de funcionamento nominal do sistema?

Ajuda

Ver na exposição teórica a noção de energia recuperável do vento, nomeadamente a noção de Cp.

Resposta

Calcula-se o coeficiente de potência de um aerogerador através de:

$$C_p = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho S V^3} = \frac{300.10^3}{0,5.1,225.615.14^3} = 0,290$$

Recupera-se apenas 29% da energia do vento.

Questão 2

Trata-se de um aerogerador rápido ou lento?

Ajuda

Ver na exposição teórica a definição do parâmetro λ .

Resposta

Calcula-se a velocidade específica λ do aerogerador:

Com $\Omega = \frac{43.2\pi}{60} = 4,5\, rad/s$

$$R = \frac{D}{2} = \frac{28}{2} = 14m$$

$$\lambda = \frac{R\Omega}{V} = \frac{14.4,5}{14} = 4,5 > 3$$

Pelo que, de acordo com a exposição teórica, trata-se de um aerogerador rápido.

Questão 3

Qual é a velocidade nominal N do rotor do gerador?

Ajuda

Utilizar a razão de transformação do multiplicador

Resposta

Utiliza-se a razão de transformação do multiplicador: 35 e a velocidade nominal de rotação do rotor: 43 rpm. A velocidade nominal do gerador será então dada por:

N = 35. 43 = 1505 tr/min

EXERCÍCIO 6: BINÁRIO MECÂNICO

Mostrar que o binário mecânico produzido pela turbina pode exprimir-se por:

$$\Gamma = (\frac{1}{2}).\, C_\Gamma \,.\, \pi . R^3 . V^2$$

onde C_Γ é o coeficiente de binário, R o comprimento da pá, v a velocidade do vento.

Demonstração

A potência mecânica produzida pelo aerogerador é função do coeficiente de potência Cp :

$$P = C_p \frac{1}{2} \rho S V^3$$

O coeficiente de binário exprime-se por:

$$C_\Gamma = \frac{C_p}{\lambda}$$

pelo que será:

$$P = C_\Gamma . \lambda . (\frac{1}{2}) \rho S V^3$$

A velocidade específica λ exprime-se por $\lambda = \frac{R\,\Omega}{V}$ e então:

$$P = C_\Gamma . \frac{R\Omega}{V} (\frac{1}{2}) \rho S V^3$$

Simplificando:

$$P = C_\Gamma . R.\Omega . (\frac{1}{2}) . \rho . S . V^2$$

A expressão do binário mecânico é $\Gamma = \frac{P}{\Omega}$

Pelo que $\Gamma = C_\Gamma \; R\,\Omega \frac{1}{2} \frac{\rho S V^2}{\Omega}$ com $S = \pi R^2$

Obtém-se:

$$\Gamma = C_\Gamma . \pi . R^3 . \frac{1}{2} . \rho V^2$$