

ÉCOULEMENT UNIFORME : LECON 4 : DISTRIBUTION DES VITESSES ET FORMES DES CANAUX ET DES RIVIERES

Objectifs



Suite aux 3 premières leçons, nous disposons d'une équation de l'écoulement uniforme, ainsi que d'une méthode permettant de résoudre cette équation pour les différentes situations qui peuvent se produire. Voyons maintenant les implications pour la formule de l'écoulement uniforme de la prise en compte de canaux présentant une géométrie non idéalisée...

Théorie



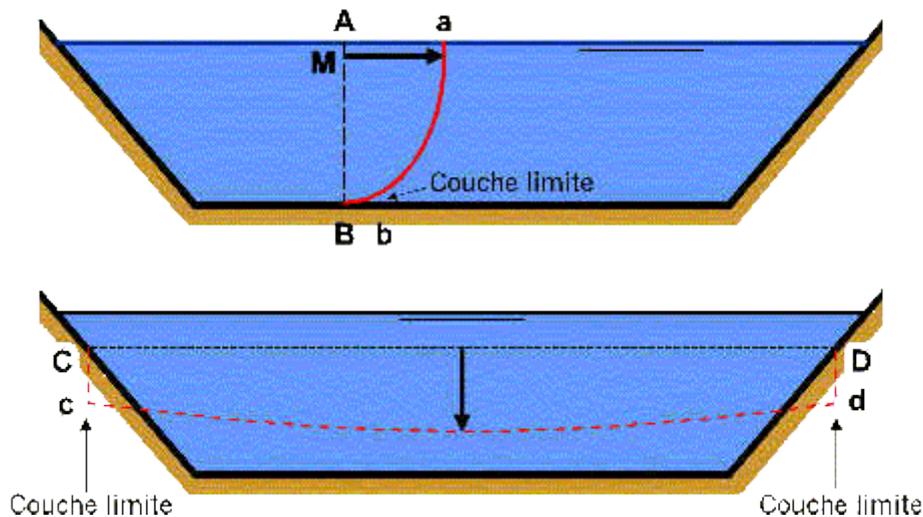
Distribution des vitesses

Dans l'hypothèse de base de l'écoulement uniforme, on suppose que

- la vitesse moyenne
- la distribution des vitesses au sein d'une section

restent constantes d'une section à l'autre. Mais au sein d'une section la vitesse peut varier d'un point à l'autre.

En réalité, la distribution des vitesses le long d'une verticale AB est du type de celle représentée par la courbe ab : la distribution des vitesses est de type logarithmique, avec cependant un maximum en un point M légèrement en-dessous de la surface libre, à cause de l'effet de sillage du frottement de l'eau sur l'air à la surface libre.



Quant à la distribution horizontale des vitesses, elle est du type cd pour une horizontale CD.

Étant donné cette non-uniformité de la vitesse, il est parfois nécessaire de tenir compte d'un coefficient correctif dans le terme d'énergie cinétique :

$$\alpha V^2 / 2g$$

où le coefficient α est défini comme suit (coefficient de Coriolis) :

$$\alpha = \frac{\int_A v^3 dA}{V^3 A}$$

v étant la vitesse locale. Ce coefficient corrige le fait que l'énergie cinétique est écrite à partir du carré de la vitesse moyenne au lieu de la moyenne des vitesses au carré. Le tableau ci-dessous donne une des valeurs usuelles du coefficient.

	Valeurs de α		
	Minimum	Moyenne	Maximum
Canaux réguliers, chenaux déversants	1.10	1.15	1.20
Rivières naturelles, torrents	1.15	1.30	1.50
Rivières recouvertes par les glaces	1.20	1.50	2.00
Rivières de vallée en crue	1.50	1.75	2.00

En pratique, la non uniformité de la distribution des vitesses est souvent négligée, car ses effets ne représentent qu'une fraction de l'énergie cinétique, qui, elle-même, est le plus souvent réduite (une vitesse de 1 m/s ne représente que 5 cm d'énergie cinétique).

Formes générales des canaux et des rivières

Canaux à ciel ouvert

Profils simples

Les canaux artificiels présentent habituellement une section :

- soit trapézoïdale : cas le plus fréquent ;
- soit rectangulaire : quais d'amarrage ou canaux en zone urbaine ;
- soit semi-circulaire : canaux d'irrigation ;
- soit encore parabolique : canaux d'irrigation en terre présentant une même résistance à l'érosion sur toute la paroi.

Pour un profil trapézoïdal, on distingue et on nomme :



EF : la gueule du canal
AD : la largeur de la surface libre
BC : le plafond du canal
EB et FC : talus dont la pente est exprimée par p ($p = 0$ pour un canal rectangulaire)

Nous trouvons dans le tableau ci-dessous quelques valeurs usuelles de *la pente de talus p* en fonction du matériau dont la berge est constituée.

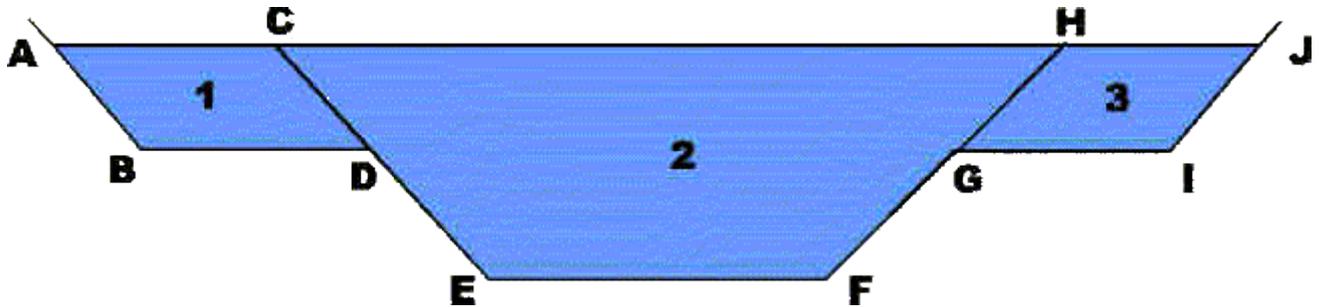
Nature de la berge	Valeur de p
Rocher compact, maçonnerie, béton	0 ... 1/4
Rocher fissuré, maçonnerie en pierres sèches	2/4
Argile dure	3/4
Alluvions compactes	4/4
Gros graviers	6/4
Terre ordinaire, sable grossier	8/4
Terre remuée, sable moyen	8/4 ... 10/4

Lorsque le canal est en remblai, il y a lieu de multiplier les valeurs de p par 1.5 pour en assurer la stabilité.

Sections composées

Sections composées

Un cours d'eau est confiné dans son lit mineur en période normale. En période de crue, le lit mineur peut déborder et l'eau envahir les plaines d'inondations qui forment le lit majeur. Dans le cas de la figure, le lit mineur DEFG est flanqué des lits majeurs ABD et GHJ.



Pour obtenir le débit dans une telle section, on divise celle-ci en sous-sections en prolongeant les talus naturels (voir figure). On suppose que chacune d'elles est animée de sa vitesse propre calculable, par exemple par la formule de Manning. Le débit s'écrit donc, dans le cas de la figure ci-dessus :

$$Q = A_1 V_1 + A_2 V_2 + A_3 V_3 = \left(\frac{1}{n_1} A_1 R_1^{2/3} + \frac{1}{n_2} A_2 R_2^{2/3} + \frac{1}{n_3} A_3 R_3^{2/3} \right) S_0^{1/2}$$

Les rayons hydrauliques R_1 , R_2 , R_3 sont calculés comme suit :

$$R_1 = \frac{A_1}{P_1} = \frac{\text{aire mouillée ABCD}}{\text{périmètre mouillé AB + BD}}$$

$$R_2 = \frac{A_2}{P_2} = \frac{\text{aire mouillée CDEFGH}}{\text{périmètre mouillé DE + EF + FG}}$$

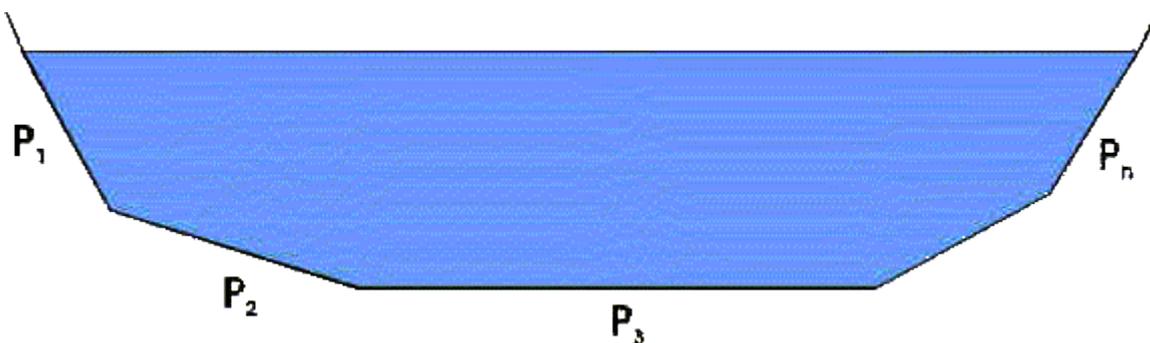
$$R_3 = \frac{A_3}{P_3} = \frac{\text{aire mouillée HGLI}}{\text{périmètre mouillé GI + IJ}}$$

Cette méthode est purement empirique, elle n'est utilisée que dans le cas où les différentes sections sont bien marquées.

Sections hétérogènes

Sections hétérogènes (ou composites)

Souvent dans la pratique la rugosité des berges n'est pas égale à celle du fond. Souvent aussi, le lit majeur est jonché de débris et présente une rugosité plus importante que le lit mineur occupé toute l'année.



Soit les segments P_i du périmètre mouillé correspondant aux rugosités n_i . Le périmètre mouillé total est la somme de ces segments :

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n$$

Soient A_i les sous-sections fictives correspondant aux zones d'influence des différentes rugosités, on suppose (hypothèse de Einstein) que la vitesse est la même dans chaque sous-section et est égale à la vitesse moyenne générale :

$$V_1 = V_2 = \dots = V_n = V$$

Ce qui s'écrit en utilisant la formule de Manning :

$$\frac{1}{n_1} R_1^{2/3} S_0^{1/2} = \frac{1}{n_2} R_2^{2/3} S_0^{1/2} = \dots = \frac{1}{n_n} R_n^{2/3} S_0^{1/2} = \frac{1}{n} R^{2/3} S_0^{1/2}$$

qui permet d'écrire l'égalité des rapports, en élevant à la puissance 3/2, et en utilisant les propriétés des rapports :

$$\frac{A_1}{P_1 n_1^{3/2}} = \frac{A_2}{P_2 n_2^{3/2}} = \dots = \frac{\sum A_i}{\sum P_i n_i^{3/2}} = \frac{A_n}{P_n n_n^{3/2}} = \frac{A}{P n^{3/2}}$$

dont on tire, puisque l'aire totale A vaut la somme des aires partielles A_i , l'expression de la rugosité moyenne équivalente de la section hétérogène :

$$n = \left(\frac{\sum P_i n_i^{3/2}}{P} \right)^{2/3}$$

Signalons que la rugosité calculée à partir de cette dernière formule est parfois inférieure à la réalité si les segments du périmètre mouillé P_i sont trop différents entre eux.



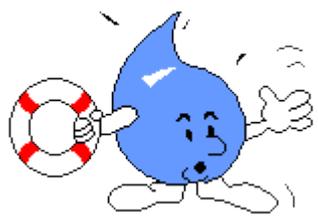
Pour clôturer cette courte leçon, quelques questions à choix multiples, dont 2 numériques, vont vous permettre de vous exercer un peu...

Exemples et illustrations

/

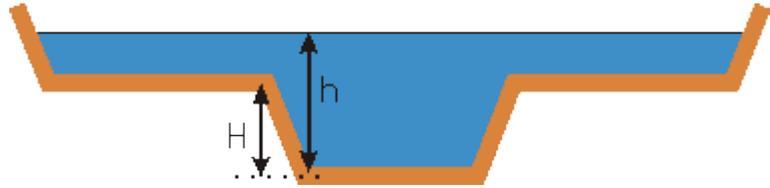
Questions théoriques

Pour commencer, choisissez un numéro de question en cliquant sur l'un des boutons ci-dessous. Vous pouvez demander votre score à tout moment (bouton "%"). Quand un bouton apparaît grisé, c'est que vous avez déjà répondu correctement à la question correspondante.



1) Soit la rivière à section composée ci-contre, pour quelle profondeur h , le coefficient de Coriolis sera-t-il le plus élevé?

- $h = 0,8 H$
- $h = 1,2 H$
- $h = 2 H$



Lorsque la rivière déborde, les vitesses sur ses plaines d'inondation sont beaucoup plus faibles que dans le lit mineur. Le coefficient de Coriolis α est donc fort élevé. Lorsque le niveau de débordement augmente, les vitesses dans le lit majeur augmentent également et tendent à s'uniformiser avec les vitesses du lit mineur, ce qui entraîne une diminution de α .

2) Dans un canal trapézoïdal, avec un débit donné, pour quel type de revêtement le niveau d'eau sera le plus faible ?

- plafond et berges en terre
- plafond en terre et berges en terre avec broussailles
- plafond en terre et berges en maçonnerie
- plafond en terre et berges en béton

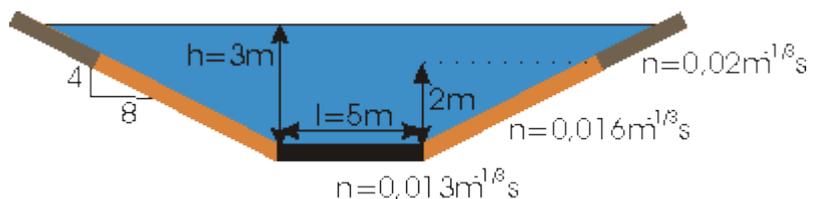
L'expression de la rugosité moyenne en section hétérogènes :

$$n = \left(\frac{\sum P_i n_i^{3/2}}{P} \right)^{2/3}$$

indique qu'une rugosité plus faible sur les berges diminuera la rugosité moyenne et donc, par la formule de Manning, le niveau d'eau dans la section...

3) Soit le canal trapézoïdal à section hétérogène ci-contre ($S_0=0,001$). Que vaut le débit si l'écoulement dans ce canal est uniforme?

- 24,1 m³/s
- 94,7 m³/s
- 101,1 m³/s
- 114,6 m³/s
- 118,3 m³/s



Nous devons bien sûr, dans ce cas-ci, utiliser l'expression de la rugosité moyenne en section hétérogènes :

$$n = \left(\frac{\sum P_i n_i^{3/2}}{P} \right)^{2/3}$$

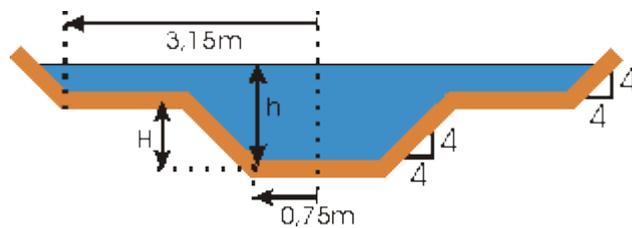
Nous obtenons alors, pour les parties de rugosités différentes :

	P_i	n_i
1	5m	0,013 m ^{-1/3} s
2	8,94m	0,016 m ^{-1/3} s
3	4,47m	0,020 m ^{-1/3} s

Soit, un coefficient de Manning moyen $n = 0,0163 \text{ m}^{-1/3}\text{s}$. De plus, le périmètre mouillé total vaut : $P = 18,41 \text{ m}$ et l'aire mouillée $A = 33 \text{ m}^2$, le rayon hydraulique R vaut donc $1,79\text{m}$.
En utilisant alors la formule de Manning, nous obtenons un débit de $94,7 \text{ m}^3/\text{s}$

4) Que vaut le débit, dans le cas d'un écoulement uniforme, dans le canal d'essai ci-contre (Flood Channel Facility, Wallingford UK) ($S_0=1,03 \cdot 10^{-3}$ et $n=0,01\text{m}^{-1/3}\text{s}$).

- 0,6724 m³/s
- 0,7385 m³/s
- 0,7658 m³/s
- 0,8218 m³/s
- 0,8921 m³/s



Divisons le canal en 3 sous-sections, en prolongeant les berges du lit mineur :



Le débit total sera estimé par la somme des 3 débits des sous-sections :

	P	A	R	Q
1	2,391 m	0,225 m ²	0,0941 m	0,1494 m ³ /s
2	1,924 m	0,438 m ²	0,2274 m	0,5230 m ³ /s
3	2,391 m	0,225 m ²	0,0941 m	0,1494 m ³ /s

Le débit total estimé vaut donc : $Q=0,8218 \text{ m}^3/\text{s}$.

En utilisant des séparations verticales entre les sous-sections (ce qui est plus pratique dans un programme automatique), on trouve $Q=0,8132 \text{ m}^3/\text{s}$. Si on avait erronément considéré la section comme unique, on aurait obtenu $Q=0,7385 \text{ m}^3/\text{s}$.

Exercices

/