UCLouvain

lmat2120

2023

Théorie des groupes

5.00 crédits	30.0 h + 15.0 h	Q1

Cette unité d'enseignement bisannuelle est dispensée en 2023-2024

Enseignants	Caprace Pierre-Emmanuel ;
Langue d'enseignement	Français > English-friendly
Lieu du cours	Louvain-la-Neuve
Préalables	Il est recommandé que l'étudiant·e maitrise les notions fondamentales de l'algèbre linéaire, telles que développées par exemple dans les cours LMAT1131 ou LEPL1101 et les notions fondamentales de théorie des groupes, telles que développées par exemple dans le cours LMAT1231. Il est intéressant mais non indispensable que l'étudiant·e soit familiarisé·e avec la notion de module sur un anneau, telle que développée par exemple dans le cours LMAT1331.
Thèmes abordés	La théorie des groupes fournit un cadre formel qui permet d'étudier la notion de symétrie. L'ubiquité des groupes en mathématique et en physique provient notamment du rôle prépondérant joué par la notion de symétrie en sciences. Le cours offrira une introduction panoramique à la théorie des groupes, finis et infinis, à partir d'exemples explicites. **Les thèmes suivants seront abordés :** • Exemples fondamentaux et constructions de base • Groupes de permutation, groupes linéaires et projectifs • Groupes libres et présentations de groupes • Groupes résolubles et nilpotents, liens avec la théorie de Galois • Groupes abéliens et dualité de Pontryagin • Construction de groupes simples, finis et infinis • Problème de Burnside sur les groupes de torsion • Groupes agissant sur les arbres, groupes hyperboliques • Représentations, caractères des groupes finis et applications D'une année à l'autre, certains aspects seront développés plus que d'autres.
Acquis d'apprentissage	**A la fin de cette unité d'enseignement, l'étudiant est capable de :** 1 À la fin de cette activité, l'étudiant aura progressé dans sa capacité à : **(a) Connaître et comprendre un socle fondamental des mathématiques.** **Il aura notamment développé sa capacité à :** i. Reconnaître les concepts fondamentaux d'importantes théories mathématiques actuelles. ii. Etablir les liens principaux entre ces theories. **(b) Faire preuve d'abstraction, de raisonnement et d'esprit critique.** **Il aura notamment développé sa capacité à :** i. Dégager les aspects unificateurs de situations et expériences différentes. ii. Raisonner dans le cadre de la méthode axiomatique. iii. Construire et rédiger une démonstration de façon autonome, claire et rigoureuse. **(c) analyser un problème mathématique et proposer des outils adéquats pour l'étudier de façon autonome.**
Modes d'évaluation des acquis des étudiants	Dans le cadre de ce cours, les e#tudiant·es sont e#value#·es de deux manie#res : • l'e#valuation continue certificative incluant des projets à remettre par écrit dans le courant du quadrimestre (30% de la note finale), • un examen oral en session (70% de la note finale). On y teste la connaissance et la compréhension des notions, des exemples et des résultats fondamentaux, la capacité de construire un raisonnement cohérent, la maîtrise des techniques de démonstration introduites pendant le cours.
Méthodes d'enseignement	Le cours est donné sous forme de cours magistraux et de séances de travaux pratiques. Pendant les séances, les étudiants sont appelés à faire des suggestions et formuler des idées pour faire avancer le cours en se basant sur leurs connaissances préalables.

Contenu	Cette activité consiste à introduire certains concepts fondamentaux de la théorie des groupes, avec une emphase particulière sur les groupes infinis engendrés par une partie finie, et leur étude par des méthodes de nature géométrique. Les contenus suivants sont abordés dans le cadre du cours, en partant d'exemples concrets. • Groupes abéliens, nilpotents, résolubles. • Groupes libres et groupes d'automorphismes d'arbres, théorème de Nielsen-Schreier. • Structure des groupes d'automorphismes d'espaces vectories et des groupes orthogonaux • Groupes linéaires et groupes résiduellement finis. • Problème de Burnside et groupes de torsion • Problème de mot et décidabilité L'équilibre entre les différentes parties et les détails du programme ci-dessus sont susceptibles de varier d'année en année.
Ressources en ligne	Moodle: https://moodle.uclouvain.be/
Bibliographie	C. Drutu and M. Kapovich, Geometric Group Theory. American Mathematical Society Colloquium Publications 63, 2018. P. de la Harpe, Topics in Geometric Group Theory. Chicago Lectures in Mathematics, 2000. J. Meier, Groups, graphs and trees. An introduction to the geometry of infinite groups. London Mathematical Society Student Texts 73, Cambridge UP, 2008. D. Robinson, A course in the theory of groups. (Second edition). Graduate Texts in Mathematics, Springer, 1996. J. Rotman, An introduction to the theory of groups. Graduate Texts in Mathematics, Springer, 1995. J.-P. Serre, Arbres, amalgames, SL2. Astérisque, No. 46. *Société Mathématique de France, Paris,* 1977.
Autres infos	Ce cours bisannuel sera donné en 2023-2024, mais pas en 2024-2025.
Faculté ou entité en charge:	MATH

Programmes / formations proposant cette unité d'enseignement (UE)

Intitulé du programme	Sigle	Crédits	Prérequis	Acquis d'apprentissage
Master [120] en sciences mathématiques	MATH2M	5		
Master [60] en sciences mathématiques	MATH2M1	5		