







5.00 crédits

22.5 h + 22.5 h

Q2

| | |
|---|--|
| Enseignants | Lambrechts Pascal ;Ruelle Philippe ; |
| Langue d'enseignement | Anglais > Facilités pour suivre le cours en français |
| Lieu du cours | Louvain-la-Neuve |
| Préalables | Avoir suivi LMAT1121 et LMAT1131 ou des unités d'enseignement équivalentes dans un autre programme constitue un atout. |
| Thèmes abordés | Cette unité d'enseignement constitue une introduction générale à la théorie des groupes, avec, en perspective, son usage (indispensable) en physique. Les symétries y sont omniprésentes et sont mathématiquement formalisées par la notion de groupe. Le physicien a donc besoin de comprendre comment formuler une symétrie, comment l'exploiter et en mesurer toutes les conséquences. La notion fondamentale est celle de représentation, qui permet de préciser concrètement le statut des quantités physiques par rapport à une symétrie donnée. Plutôt que de se concentrer sur les aspects structurels des groupes, l'unité d'enseignement s'attache à présenter, étudier et utiliser le concept de représentation d'un groupe, et montre l'utilité des méthodes groupales par quelques exemples d'applications. |
| Acquis d'apprentissage | <p>A la fin de cette unité d'enseignement, l'étudiant est capable de :</p> <p>a. Contribution de l'unité d'enseignement aux acquis d'apprentissage du programme (PHYS2M et PHYS2M1) 1.1, 1.5, 2.1, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3, 3.4.</p> <p>b. Acquis d'apprentissage spécifiques à l'unité d'enseignement Au terme de cette unité d'enseignement, l'étudiant.e sera capable de :</p> <ol style="list-style-type: none"> formaliser une symétrie par l'utilisation d'un groupe ; analyser les conséquences d'une symétrie par l'utilisation des représentations du groupe associé ; comprendre l'importance physique de l'utilisation des représentations ; calculer des caractères de représentations ; identifier les types de représentations ; calculer la réduction d'une représentation d'un groupe fini et identifier les sous-espaces invariants associés aux parties irréductibles ; calculer la dimension et l'algèbre d'un groupe de matrices ; identifier et caractériser une représentation de $SU(2)$; calculer des coefficients de Clebsch-Gordan de $SU(2)$. |
| Modes d'évaluation des acquis des étudiants | L'évaluation se fait sur base d'un examen écrit portant sur les notions théoriques et leur application à des problèmes simples mais concrets. On y teste la connaissance, la compréhension et la maîtrise des notions, des techniques et des méthodes vues au cours théorique. L'accent est délibérément mis sur la capacité à analyser une situation nouvelle (mais simple), plutôt que sur la démonstration de résultats mathématiques. Une partie de la note finale tiendra compte, le cas échéant, de l'évaluation continue menée durant le quadrimestre. Cette partie de note servira pour chaque session et ne pourra pas être représentée. |
| Méthodes d'enseignement | <p>Les activités d'apprentissage sont constituées par des cours magistraux et des séances de travaux pratiques. Les cours magistraux visent à introduire les concepts fondamentaux, en les motivant par des exemples qui ont été discutés dans d'autres unités d'enseignement du programme du Bachelier en sciences physiques, et qui sont ici revisités avec un éclairage spécifiquement "groupe". Les résultats les plus utiles sont présentés et les méthodes associées détaillées.</p> <p>Les séances de travaux pratiques visent à se familiariser avec les notions théoriques et les méthodes vues au cours, dans le but de les appliquer à des situations concrètes simples.</p> <p>Les deux activités se donnent en présentiel.</p> |
| Contenu | <p>Le cours comporte deux parties, avec les contenus suivants. En fonction du temps disponible, les parties marquées d'une astérisque ne sont pas discutées.</p> <p>1. Groupes finis :</p> <ul style="list-style-type: none"> notions fondamentales, propriétés et exemples (sous-groupes, produit direct et semi-direct, classes de conjugaison, classes latérales et groupe quotient, illustrations dans les groupes de permutations) ; concept de représentation (motivations et définitions, exemples, distinction réductibles/irréductibles, équivalence de représentations, sommes directes) ; |

| | |
|------------------------------|--|
| | <p>' résultats généraux pour les groupes finis (caractères, relations d'orthogonalité, tables de caractères irréductibles, méthodes de réduction, applications) ;</p> <p>' produits tensoriels de représentations (définition, réduction de produits, utilité pratique des notations tensorielles, exemples) ;</p> <p>' caractérisation mathématique et conséquences d'une symétrie dans un système physique concret (obtention de modes normaux de vibration par identification des parties irréductibles dans l'action du groupe de symétrie) ;</p> <p>' (*) discussion des groupes de permutations (diagrammes de Young, représentations irréductibles associées, dimensions).</p> <p>2. Groupes et algèbres de Lie :</p> <p>' groupe $SO(2)$ (représentation de définition, générateur infinitésimal) ;</p> <p>' généralisation aux groupes de matrices (algèbre d'un groupe, application exponentielle, représentations d'algèbres, constantes de structure et loi de composition du groupe) ;</p> <p>' groupes $SU(2)$ et $SO(3)$ (variétés de groupe, paramétrisations, différences et relation) ;</p> <p>' algèbre $SU(2)$ (représentations irréductibles, réduction de produits tensoriels, coefficients de Clebsch-Gordan) ;</p> <p>' (*) représentations de l'algèbre $SU(3)$ (exemples, structure générale, réduction de produits, applications physiques) ;</p> <p>' (*) représentations des groupes linéaires (méthodes tensorielles, rôle des groupes de permutations, tableaux de Young et formules de dimensions, particularités des groupes orthogonaux, application au tenseur de Riemann).</p> |
| Ressources en ligne | Syllabus disponible sur MoodleUCL. |
| Bibliographie | Syllabus disponible sur MoodleUCL. |
| Faculté ou entité en charge: | PHYS |

| Programmes / formations proposant cette unité d'enseignement (UE) | | | | |
|--|---------|---------|-----------|---|
| Intitulé du programme | Sigle | Crédits | Prérequis | Acquis d'apprentissage |
| Approfondissement en sciences mathématiques | APPMATH | 5 | |  |
| Mineure en mathématiques | MINMATH | 5 | |  |
| Approfondissement en sciences physiques | APPHYS | 5 | |  |
| Master [60] en sciences physiques | PHYS2M1 | 5 | |  |
| Mineure en physique | MINPHYS | 5 | |  |
| Master [120] en sciences physiques | PHYS2M | 5 | |  |