UCLouvain

lmat2240

2022

Low-dimensional topology

5.00 crédits	30.0 h + 15.0 h	Q2

Cette unité d'enseignement n'est pas dispensée cette année académique !

Langue d'enseignement	Anglais > Facilités pour suivre le cours en français
Lieu du cours	Louvain-la-Neuve
Thèmes abordés	Noeuds et diagrammes, les invariants polynomiaux de Jones et d'Alexander, la topologie des surfaces et les noeuds, le groupe fondamental, thèmes spéciaux (les noeuds et les 3-variétés, les invariants homologiques, applications en biologie et chimie). Invariants quantiques des noeuds et 3-variétés, 3- et 4-variétés, homologies des entrelacs et catégorification.
Acquis d'apprentissage	**A la fin de cette unité d'enseignement, l'étudiant est capable de :** 1 **Contribution du cours aux acquis d'apprentissage du programme de master en mathématique.** **A la fin de cette activité, l'étudiant aura progressé dans sa capacité à :** - Connaître et comprendre un socle fondamental des mathématiques. Il aura notamment développé sa capacité à : -- Reconnaître les concepts fondamentaux d'importantes théories mathématiques actuelles. -- Expliquer des théories mathématiques en motivant les énoncés et les définitions par des exemples et des contre-exemples et en mettant en évidence les idées principales. - Faire preuve d'abstraction, de raisonnement et d'esprit critique. Il aura notamment développé sa capacité à : -- Dégager les aspects unificateurs de situations et expériences différentes. -- Raisonner dans le cadre de la méthode axiomatique. -- Construire et rédiger une démonstration de façon autonome, claire et rigoureuse. -- Savoir faire la distinction entre l'intuition de la validité d'un résultat et les différents niveaux de compréhension rigoureuse de ce même résultat. - Faire des communications scientifiques. Il aura notamment développé sa capacité à : -- Structurer un exposé oral, mettre en évidence les éléments clef, distinguer techniques et concepts et adapter l'exposé au niveau d'expertise des interlocuteurs. - Analyser, en profondeur et sous divers points de vue, un problème ou un système complexe pour en extraire les points essentiels et les mettre en relation avec les outils théoriques les mieux adaptés. Il sera notamment capable de : -- Choisir, en connaissant leurs limitations, une méthode et des outils pour résoudre unvproblème mathématique. - Autonomie dans l'apprentissage, et cela en vue de : -- Rechercher dans la littérature mathématique des sources et évaluer leur pertinence. -- Lire et comprendre un texte mathématique avancé et le situer correctement par rapport aux connaissances acquises. Résultats d'apprentissage spécifiques au cours. Le but du cours est de présenter quelques chapitres avancés en topologie de basse dimension afin de préparer l'étudiant à une carrière de recherche dans un domaine connexe. **A la fin du cours, l'étudiant sera capable de :** - Identifier un nœud comme faisant partie de la topologie de l'espace ambiant. - Montrer les propriétés des invariants et les calculer afin de distinguer les nœuds. - Utiliser la topologie des surfaces pour obtenir le genre d'un noeud et l'utiliser pour caractériser les noeuds en termes de noeuds premiers. - Utiliser le groupe fondamental pour étudier la topologie du complément de nœuds. - Étudier de façon autonome un chapitre moderne de la théorie des nœuds.
Modes d'évaluation des acquis des étudiants	L'évaluation se fait sur base d'un test écrit et d'une exposition orale sur l'un des thèmes spéciaux, choisit par l'étudiant. On y teste la connaissance et la compréhension des notions, des exemples et des résultats fondamentaux, la capacité de construire un raisonnement cohérent, la maîtrise des techniques de démonstration introduites pendant le cours. L'examen comporte environ cinq questions. L'étudiant peut aussi choisir la langue de l'examen (anglais ou français).

Méthodes d'enseignement	La partie principal du cours est donné sous forme de cours magistral. Pendant les séances, les étudiants sont appelés à donner des suggestions et formuler des idées pour faire avancer le cours en se basant sur leurs connaissances préalables. Plusieurs exemples et exercices seront fournis pour illustrer et vérifier la compréhension des sujets. La deuxième partie du cours consiste en exposés oraux par les étudiants sur des thèmes spéciaux choisis.
Contenu	Cette activité consiste à introduire le langage de base et certains résultats fondamentaux de la théorie des noeuds pour étudier les interactions avec d'autres sujets, comme la topologie des 3-variétés, la physique et la biologie moléculaire. **Les contenus suivants sont abordés dans le cadre du cours :** - Définitions et concepts de base. Définition de noeud, projections et diagrammes, les mouvements de Reidemeister, la 3-coloriage, le nombre d'enlacement. - Le polynôme de Jones. Le crochet de Kauffman, le polynôme de Jones, le lien entre nombre de croisements d'un noeud alterné et le polynôme de Jones. - Topologie des surfaces appliquée à la théorie des noeuds. la surface de Seifert, la classification des surfaces orientées a bord, la chirurgie sur les surfaces, le nombre d'enlacement comme nombre d'intersection avec la surface de Seifert. - Le genre d'un noeud, l'additivité du genre et décomposition unique des noeuds en somme de noeuds premiers. - Le polynôme d'Alexander. Matrices de présentations des modules, la matrice de Seifert et l'homologie du complément d'un entrelacs, le revêtement cyclique infinie d'un entrelacs, le module d'Alexander, le polynôme d'Alexander et le genre. - Le groupe fondamental et la topologie du complément d'un noeud. Le groupe fondamental et la présentation de Wirtinger, la p-coloriage via le groupe fondamental. - Thèmes spéciaux, exemples : • des polynômes à 2 variables: les polynômes HOMFLY-PT et de Kauffman, • l'invariant de Witten lié au polynôme de Jones, • les noeuds et les 3-variétés, • 3 et 4 narnets (calcul de Kirby), • les tresses, les enchevêtrements et l'algèbre de Temperley-Lieb, • l'homologie de Khovanov, • la théorie des noeuds appliquée à la biologie et à la chimie).
Ressources en ligne	Page web du cours sur moodle
Bibliographie	W. Lickorish: An Introduction to Knot Theory, GTM 175, Springer 1997. J. Roberts: Knot knotes (disponible sur iCampus) (available on iCampus) K. Murasugi: Knot theory and its applications, Birkhäuser, Springer 1996.
Faculté ou entité en charge:	MATH

Programmes / formations proposant cette unité d'enseignement (UE)

Intitulé du programme	Sigle	Crédits	Prérequis	Acquis d'apprentissage
Master [120] en sciences mathématiques	MATH2M	5		
Master [60] en sciences mathématiques	MATH2M1	5		
Master [120] en sciences physiques	PHYS2M	5		