UCLouvain | lmat1235 2022 | Notions de logique mathématique

5.00 crédits	30.0 h + 15.0 h	Q2

Enseignants	Van der Linden Tim ;Vitale Enrico ;
Langue d'enseignement	Français > English-friendly
Lieu du cours	Louvain-la-Neuve
Préalables	LMAT1121, LMAT1131
Thèmes abordés	On commence avec un point de vue naïf sur les ensembles. Dans ce cadre on introduit les ordinaux et les cardinaux, et on en développe une théorie élémentaire qui montre très clairement que ce point de vue naïf n'est pas tenable. On aborde alors la théorie axiomatique des ensembles de Zermelo et Fraenkel. On s'intéresse particulièrement aux problèmes d'indépendance et d'(in)cohérence, prenant comme exemples particuliers l'axiome du choix et l'hypothèse du continu. En parallèle on donne une base du calcul des propositions et des prédicats, c'est-à-dire des structures et langages du premier ordre, dont on a besoin pour bien comprendre les problème qui apparaissent dans la théorie des ensembles.
Acquis d'apprentissage	**A la fin de cette unité d'enseignement, l'étudiant est capable de :** 1 **Contribution du cours aux acquis d'apprentissage du programme de bachelier en mathématique.** **A la fin de cette activité, l'étudiant aura progressé dans sa capacité à :** - Connaitre et comprendre un socle fondamental des mathématiques. Il aura notamment développé sa capacité à: -- Choisir et utiliser des méthodes et des outils fondamentaux de la logique pour résoudre des problèmes de formalisation en mathématique. -- Reconnaître les concepts fondamentaux de certains théories mathématiques actuelles. -- Etablir les liens principaux entre ces théories, les expliquer et les motiver par des exemples. - Dégager, grâce à l'approche abstraite et expérimentale propre aux sciences exactes, les aspects unificateurs de situations et expériences différentes en mathématique. - Faire preuve d'abstraction et esprit critique. Il aura notamment développé sa capacité à : -- Raisonner dans le cadre de la méthode axiomatique. -- Reconnaître les arguments clef et la structure d'une démonstration. -- Construire et rédiger une démonstration de façon autonome. -- Apprécier la rigueur d'un raisonnement mathématique et en déceler les failles éventuelles. **Acquis d'apprentissage spécifiques au cours.** **A la fin de cette activité, l'étudiant sera capable de :** - Raisonner dans le cadre de la logique des propositions et des prédicats, faire une déduction naturelle. - Reconnaitre si un certain groupement d'objets est un ensemble. - Utiliser la théorie des ordinaux et des cardinaux pour déterminer la taille d'un ensemble, et pour comparer les tailles de deux ensembles donnés. - Utiliser l'induction transfinie et le lemme de Zorn. - Comprendre le statut de l'axiome du choix et de l'hypothèse du continu dans le cadre des axiomes de Zermelo--Fraenkel et von Neumann--Bernays--Gödel.
Modes d'évaluation des acquis des étudiants	L'évaluation vise à tester la connaissance et la compréhension des notions, des exemples et des résultats fondamentaux, la capacité de construire un raisonnement cohérent, la maîtrise des techniques de démonstration introduites pendant le cours. L'évaluation consiste en un examen final oral. Pour établir la note finale, on tiendra compte de l'examen oral et de la participation active aux TP.
Méthodes d'enseignement	Les activités d'apprentissage sont constitués par des cours magistraux et des séances de travaux pratiques. Les cours magistraux visent à introduire les concepts fondamentaux, à les motiver en montrant des exemples et en établissant des résultats, à montrer leurs liens réciproques et leurs liens avec d'autres cours du programme de bachelier en sciences mathématiques. Les séances de travaux pratiques visent à apprendre les techniques de base du calcul des propositions et des prédicats, c'est-à-dire des structures et langages du premier ordre.

Contenu	Cette activité vise à expliciter les lois qui gouvernent le raisonnement mathématique au stade de la présentation comme théorie formalisée. On examine les particularités des langages utilisés, les propositions prises comme points de départ, les règles de déduction habituellement admises. L'esprit et la présentation sont du même type que pour un autre cours de mathématique: on donne des définitions, on construit des enchaînements de propositions, on démontre des théorèmes. Les contenus suivants sont abordés dans le cadre du cours. - Logique propositionnelle, algèbres de Heyting et de Boole, consistence et cohérence, théorème de représentation de Dedekind, théorème de complétude de Stone, axiome du choix. - Logique prédicative, conditions de Frobenius et de Beck.
Ressources en ligne	Site moodle. Le site contient le syllabus du cours, les énoncés des exercices pour les séances de travaux pratiques et le plan détaillé du cours.
Bibliographie	• K.J. Devlin, Fundamentals of Contemporary Set Theory, Springer, 1979 • H. Herrlich, G. E. Strecker, Category Theory, 3 ed., Sigma Ser. Pure Math., vol. 1, Heldermann Verlag, 2007 • K. Hrbacek, K.T. Jech, Introduction to Set Theory, 3rd Edition, Marcel Dekker, 1999 • F. W. Lawvere, R. Rosebrugh, Sets for Mathematics, Cambridge University Press, 2003
Faculté ou entité en charge:	MATH

Programmes / formations proposant cette unité d'enseignement (UE)				
Intitulé du programme	Sigle	Crédits	Prérequis	Acquis d'apprentissage
Approfondissement en sciences mathématiques	APPMATH	5		🔍