UCLouvain

lmat1241

2021

Géométrie 2

6.00 crédits	45.0 h + 30.0 h	Q2

Enseignants	Bieliavsky Pierre ;
Langue d'enseignement	Français
Lieu du cours	Louvain-la-Neuve
Préalables	Préalables : LMAT1141 ' Géométrie 1, LMAT1122 ' Analyse mathématique 2, LMAT1131 ' Algèbre linéaire (ou cours équivalents). Le(s) prérequis de cette Unité d'enseignement (UE) sont précisés à la fin de cette fiche, en regard des programmes/formations qui proposent cette UE. *Le(s) prérequis de cette Unité d'enseignement (UE) sont précisés à la fin de cette fiche, en regard des programmes/formations qui proposent cette UE.*
Thèmes abordés	Théorie des surfaces plongées dans l'espace euclidien de dimension trois. Formule de Gauss-Bonnet. Eléments de géométrie hyperbolique plane.
Acquis d'apprentissage	**A la fin de cette unité d'enseignement, l'étudiant est capable de :** 1 **Contribution du cours aux acquis d'apprentissage du programme de bachelier en mathématique.** **A la fin de cette activité, l'étudiant aura progressé dans sa capacité à connaître et comprendre un socle fondamental des mathématiques.** **Il aura notamment développé sa capacité à :** I. Choisir et utiliser des méthodes et des outils fondamentaux de calcul pour résoudre des problèmes de mathématique. II. Reconnaître les concepts fondamentaux de certaines théories mathématiques actuelles. III. Etablir les liens principaux entre ces théories, les expliquer et les motiver par des exemples. **Acquis d'apprentissage spécifiques au cours.** **A la fin de cette activité, l'étudiant sera capable de se familiariser avec les notions de base de géométrie différentielle, plus précisément :** (a) Concevoir la notion de surface plongée dans un contexte global, munie d'un atlas. (b) Utiliser la notion de changement de carte pour concevoir globalement les notions de formes fondamentales et de courbure. (c) Utiliser les techniques de résolution d'équations différentielles dans un cadre géométrique concret : calcul de flots de champs de vecteurs et calcul de géodésiques. (d) Concevoir la notion de caractéristique d'Euler-Poincaré en tant qu'invariant topologique. La contribution de cette UE au développement et à la maîtrise des compétences et acquis du (des) programme(s) est accessible à la fin de cette fiche, dans la partie « Programmes/formations proposant cette unité d'enseignement (UE) ».
Modes d'évaluation des acquis des étudiants	L'évaluation se fait sur base d'un examen écrit portant sur les exercices d'une part (exercices du types de ceux faits aux TD's), et sur la théorie d'autre part (definitions, énoncés des lemmes, propositions, théorèmes et les démonstrations de ceux-ci). Chaque partie compte pour 50% de la note globale. On y teste la connaissance et la compréhension des notions et des résultats fondamentaux, la capacité de construire et d'écrire un raisonnement cohérent, la maîtrise des techniques de calcul.
Contenu	Les contenus suivants sont abordés dans le cadre du cours : 0. Preliminaire: theoreme des fonctions inverses et fonctions lisses entre sous ensemble de R^n (definition).1. Surfaces plongées dans R^3 1.1. Definition 1.2 Plan tangents 1.3 champs de vecteurs 1.4 Enoncé du théorème de Cauchy dans le cas du flot d'un champ de vecteurs sur une surface. 1.5. Crochet de deux champs de vecteurs

	1.6 Premiere forme fondamentale. 2. Introduction au théorème de Stokes (et relation avec l'enoncé vu au cours de physique) 2.1 une-formes differentielles sur une surface plongée (en tant qu'objet dual d'un champ de vecteurs par la premiere forme fondamentale) 2.2 forme d'aire et ses multiples fonctionnels 2.3 Enoncé de la formule de Green (Stokes dans le plan) 3. Etude de la premiere forme fondamentale (PFF) 3.1 Definition de la derivee covariante associee a la PFF (projection tangente de la derivee usuelle) 3.2 Forme locale (symbole de Christoffel) 3.3 Definition du tenseur de Riemann 3.4 Transport parallele d'un vecteur le long d'un chemin. 3.5 Notion d'angle d'holonomie le long d'une boucle 3.6 Courbure algebrique 3.7 Courbure de Gauss 4. Formule de Gauss-Bonnet 4.1 Premiere formulation au niveau local 4.2 Region, triangulation et caracteristique d'Euler-Poincaré 4.3 Formulation globale de la formule de G-B. 5. Introduction à la géométrie du plan hyperbolique 5.1 Le plan hyperbolique comme sphere dans R^{1,2} 5.2 Etude du groupe SL(2,R) 5.3 Le plan hyperbolique comme orbite du groupe SL(2,R) 5.4 Aspects métriques 5.5 Géodésiques comme courbes critiques de la longueur 5.6 Calcul des géodésiques 5.6 Modèle du demi-plan de Poincaré
Ressources en ligne	Le site Moodle contient le syllabus du cours, les énoncés et les solutions des exercices pour les séances de travaux pratiques, le corrigé des examens récents et le plan détaillé du cours. Bibliographie Syllabus disponible sur Moodle.
Bibliographie	• M. do Carmo, Differential geometry of curves and surfaces. • P. Malliavin, Géométrie différentielle intrinsèque. • M. Berger, B. Gostiaux, Géométrie différentielle : variétés, courbes et surfaces. • J. Milnor, Topology from a differentiable viewpoint.
Faculté ou entité en charge:	SC

Programmes / formations proposant cette unité d'enseignement (UE)				
Intitulé du programme	Sigle	Crédits	Prérequis	Acquis d'apprentissage
Mineure en mathématiques	MINMATH	6		
Bachelier en sciences mathématiques	MATH1BA	6	LMAT1121 ET LMAT1141 ET LMAT1131	
Approfondissement en sciences physiques	APPHYS	6		