UCLouvain

lmat2150

*2020*

# Category theory

En raison de la crise du COVID-19, les informations ci-dessous sont susceptibles d'être modifiées, notamment celles qui concernent le mode d'enseignement (en présentiel, en distanciel ou sous un format comodal ou hybride).

| 5 crédits | 30.0 h + 15.0 h | Q1 |
|---|---|---|

**Cette unité d'enseignement n'est pas dispensée cette année académique !**

| | |
|---|---|
| Enseignants | Gran Marino ; |
| Langue d'enseignement | Anglais |
| Lieu du cours | Louvain-la-Neuve |
| Thèmes abordés | Catégories, foncteurs, transformations naturelles. Foncteurs adjoints et équivalences.<br>Limites et colimites. Catégories exactes, additives et abéliennes. Suites exactes et lemmes homologiques. |
| Acquis d'apprentissage | Contribution du cours aux acquis d'apprentissage du programme de master en mathématique.<br>A la fin de cette activité, l'étudiant aura progressé dans sa capacité à :<br>- Connaître et comprendre un socle fondamental des mathématiques. Il aura notamment développé sa capacité à :<br>-- Reconnaître les concepts fondamentaux d'importantes théories mathématiques actuelles.<br>-- Etablir les liens principaux entre ces théories.<br>- Faire preuve d'abstraction, de raisonnement et d'esprit critique. Il aura notamment développé sa capacité à :<br>-- Dégager les aspects unificateurs de situations et expériences différentes.<br>-- Raisonner dans le cadre de la méthode axiomatique.<br>1 -- Construire et rédiger une démonstration de façon autonome, claire et rigoureuse.<br>Acquis d'apprentissage spécifiques au cours.<br>A la fin de cette activité, l'étudiant sera capable de :<br>- Retrouver, dans ses connaissances mathématiques, une multitude d'exemples significatifs de catégories, foncteurs et transformations naturelles.<br>- Etablir le lien d'adjonction entre certains foncteurs et l'équivalence entre certaines catégories.<br>- Construire des limites et des colimites, éventuellement à l'aide de foncteurs adjoints ou d'équivalences entre catégories.<br>- Reconnaître et démontrer des propriétés d'exactitude importantes des catégories exactes et des catégories abéliennes.<br>- Illustrer concrètement les différentes notions et les résultats abstraits dans les catégories des ensembles, des groupes, des groupes abéliens et des groupes topologiques.<br>- - - -<br>*La contribution de cette UE au développement et à la maîtrise des compétences et acquis du (des) programme(s) est accessible à la fin de cette fiche, dans la partie « Programmes/formations proposant cette unité d'enseignement (UE) ».* |
| Modes d'évaluation des acquis des étudiants | **En raison de la crise du COVID-19, les informations de cette rubrique sont particulièrement susceptibles d'être modifiées.**<br>L'évaluation se fait sur base d'un examen oral. On y teste la connaissance et la compréhension des notions, des exemples et des résultats fondamentaux, la capacité de construire un raisonnement cohérent, la maîtrise des techniques de démonstration introduites pendant le cours.<br>L'étudiant peut choisir la langue de l'examen (anglais ou français). |
| Méthodes d'enseignement | **En raison de la crise du COVID-19, les informations de cette rubrique sont particulièrement susceptibles d'être modifiées.**<br>Le cours est donné sous forme de cours magistral, avec de séances d'exercice. Pendant les séances, les étudiants sont invités à donner des suggestions et à formuler des idées pour résoudre les exercices en se basant sur leurs connaissances préalables. Une attention particulière est consacrée à l'analyse des liens entre les nouveaux concepts introduits dans le cours et les autres cours du programme de bachelier et de master en mathématique. |
| Contenu | Cette activité consiste à introduire le langage de base et certains résultats fondamentaux de la théorie des catégories pour expliquer des situations rencontrées dans d'autres cours du programme de bachelier et de master en mathématique.<br>Les contenus suivants sont abordés dans le cadre du cours. |

| | |
|---|---|
| | - Définition et exemples de catégories, foncteurs et transformations naturelles.<br>- Isomorphismes, monomorphismes et épimorphismes dans une catégorie.<br>- Foncteurs adjoints (unité, counité, identités triangulaires) et leurs propriétés fondamentales.<br>- Sous-catégories réflexives, équivalence de catégories.<br>- Exemples de limites et de colimites particulières.<br>- Limites et foncteurs adjoints.<br>- Définition de catégorie régulière et de catégorie exacte, propriétés, exemples. Théorème de Barr-Kock. Catégories de Mal'tsev.<br>- Catégories abéliennes, suites exactes, lemme des cinq, lemme des neuf, lemme du serpent. |
| Ressources en ligne | Site MoodleUCLouvain |
| Bibliographie | Syllabus pour la partie sur les catégories exactes et abéliennes (disponible sur MoodleUCLouvain).<br>F. Borceux : Handbook of categorical algebra, Vol. 1-2 (Cambridge University Press).<br>P. Freyd : Abelian categories (disponible sur MoodleUCLouvain).<br>S. Mac Lane : Categories for the Working Mathematician (Springer).<br>T. Leinster : Basic Category Theory (Cambridge studies in advanced mathematics) |
| Faculté ou entité en charge: | MATH |

| Programmes / formations proposant cette unité d'enseignement (UE) | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Intitulé du programme | Sigle | Crédits | Prérequis | Acquis d'apprentissage |
| Master [120] en sciences mathématiques | MATH2M | 5 | | |
| Master [60] en sciences mathématiques | MATH2M1 | 5 | | |