UCLouvain

lmat1331

2019

Algèbre commutative

Au vu du contexte sanitaire lié à la propagation du coronavirus, les modalités d'organisation et d'évaluation des unités d'enseignement ont pu, dans différentes situations, être adaptées ; ces éventuelles nouvelles modalités ont été -ou seront- communiquées par les enseignant·es aux étudiant·es.

4 crédits	30.0 h + 15.0 h	Q2

Enseignants	Gran Marino ;
Langue d'enseignement	Français
Lieu du cours	Louvain-la-Neuve
Préalables	Cours LMAT1131. *Le(s) prérequis de cette Unité d'enseignement (UE) sont précisés à la fin de cette fiche, en regard des programmes/formations qui proposent cette UE.*
Thèmes abordés	Résolution de systèmes d'équations algébriques. Arithmétique des anneaux de polynômes et élimination. Structure des modules sur un anneau principal et application à la classification des opérateurs linéaires.
Acquis d'apprentissage	1 Contribution du cours aux acquis d'apprentissage du programme de bachelier en mathématique. A la fin de cette activité, l'étudiant aura progressé dans sa capacité à : - Connaitre et comprendre un socle fondamental des mathématiques. Il aura notamment développé sa capacité à : -- Choisir et utiliser des méthodes et des outils fondamentaux de calcul pour résoudre des problèmes de mathématique. -- Reconnaître les concepts fondamentaux de certains théories mathématiques actuelles. -- Etablir les liens principaux entre ces théories, les expliquer et les motiver par des exemples. - Dégager, grâce à l'approche abstraite et expérimentale propre aux sciences exactes, les aspects unificateurs de situations et expériences différentes en mathématique. - Faire preuve d'abstraction et esprit critique. Il aura notamment développé sa capacité à: -- Raisonner dans le cadre de la méthode axiomatique. -- Reconnaître les arguments clef et la structure d'une démonstration. -- Construire et rédiger une démonstration de façon autonome. -- Apprécier la rigueur d'un raisonnement mathématique et en déceler les failles éventuelles. -- Faire la distinction entre l'intuition de la validité d'un résultat et les différents niveaux de compréhension rigoureuse de ce même résultat. Acquis d'apprentissage spécifiques au cours. A la fin de cette activité, l'étudiant sera capable de: - Factoriser les polynômes en plusieurs variables en facteurs irréductibles. - Analyser les systèmes d'équations algébriques pour déterminer s'ils admettent des solutions et représenter celles-ci de manière géométrique. - Déterminer des équations algébriques admettant un ensemble de solutions donné sous forme paramétrique. - Analyser les modules sur un anneau principal pour en déterminer la structure. - Analyser les opérateurs linéaires sur un espace vectoriel pour les réduire à une forme canonique. - - - - *La contribution de cette UE au développement et à la maîtrise des compétences et acquis du (des) programme(s) est accessible à la fin de cette fiche, dans la partie « Programmes/formations proposant cette unité d'enseignement (UE) ».*
Modes d'évaluation des acquis des étudiants	**En raison de la crise du COVID-19, les informations de cette rubrique sont particulièrement susceptibles d'être modifiées.** L'évaluation se fait sur base d'un examen écrit portant à la fois sur la théorie et les exercices. On y teste la connaissance et la compréhension des notions et des résultats fondamentaux, la capacité de construire et d'écrire un raisonnement cohérent, la maîtrise des techniques de calcul.

Méthodes d'enseignement	**En raison de la crise du COVID-19, les informations de cette rubrique sont particulièrement susceptibles d'être modifiées.** Les activités d'apprentissage sont constituées par des cours magistraux intégrant des séances de travaux dirigés. Les cours magistraux visent à introduire les concepts fondamentaux, à les motiver en montrant des exemples et en établissant des résultats, à montrer leurs liens réciproques et leurs liens avec d'autres cours du programme de bachelier en sciences mathématiques. Les séances de travaux dirigés visent à appliquer les méthodes appropriées dans la résolution d'exercices. Les activités se donnent en présentiel.
Contenu	Cette activité consiste à introduire des notions algébriques abstraites liées à la divisibilité, qui ont un rôle essentiel dans tout le cursus de bachelier et de master en sciences mathématiques: idéaux et factorisation dans les anneaux commutatifs, et modules sur les anneaux principaux. Les contenus suivants sont abordés dans le cadre du cours: - Anneaux commutatifs et idéaux - Anneaux locaux - Modules, suites exactes, produit tensoriel - Anneaux noethérierns, théorème de la base de Hilbert. - Polynômes et variétés algébriques affines. - Bases de Groebner des idéaux de polynômes. - Factorisation unique, résultants et élimination dans les anneaux de polynômes. - Existence de solutions de systèmes d'équations algébriques, théorème des zéros de Hilbert. - Localisation - Structure des modules de type fini sur un anneau principal.
Ressources en ligne	Des notes du cours théoriques seront disponibles sur le site MoodleUCLouvain du cours.
Bibliographie	M. Atiyah & I. MacDonald, Introduction to Commutative Algebra, Add. Wesley 1969 (13-01/ATI/ex. 2).
Faculté ou entité en charge:	MATH

Programmes / formations proposant cette unité d'enseignement (UE)

Intitulé du programme	Sigle	Crédits	Prérequis	Acquis d'apprentissage
Bachelier en sciences mathématiques	MATH1BA	4	LMAT1131	
Approfondissement en sciences mathématiques	LMATH100P	4		
Mineure en mathématiques	LMATH100I	4		