UCLouvain

lmat1343

2018

Courbes algébriques

5 crédits	30.0 h + 15.0 h	Q1

Enseignants	Haine Luc ;
Langue d'enseignement	Français
Lieu du cours	Louvain-la-Neuve
Préalables	Analyse complexe LMAT1222. Maîtrise de la langue française du niveau de la dernière année de l'enseignement secondaire.
Thèmes abordés	Fonctions elliptiques de Weierstrass et de Jacobi, courbes elliptiques associées, théorème d'Abel, théorème d'addition, applications choisies en géométrie, en mécanique et en théorie des nombres.
Acquis d'apprentissage	1 Contribution du cours aux acquis d'apprentissage du programme de bachelier en mathématique. A la fin de cette activité, l'étudiant aura progressé dans sa capacité à: - Connaître et comprendre un socle fondamental des mathématiques. Il aura notamment développé sa capacité à: -- Choisir et utiliser des méthodes et des outils fondamentaux de calcul pour résoudre des problèmes de mathématique. -- Reconnaître les concepts fondamentaux de certains théories mathématiques actuelles. -- Etablir les liens principaux entre ces théories, les expliquer et les motiver par des exemples. - Dégager, grâce à l'approche abstraite et expérimentale propre aux sciences exactes, les aspects unificateurs de situations et expériences différentes en mathématique. - Faire preuve d'abstraction et d'esprit critique. Il aura notamment développé sa capacité à: -- Raisonner dans le cadre de la méthode axiomatique. -- Reconnaître les arguments clef et la structure d'une démonstration. -- Construire et rédiger une démonstration de façon autonome. -- Faire la distinction entre l'intuition de la validité d'un résultat et les différents niveaux de compréhension rigoureuse de ce même résultat. - Etre clair, précis et rigoureux dans les activités de communication. Il aura notamment développé sa capacité à: -- Rédiger un texte mathématique selon les conventions de la discipline. -- Structurer un exposé oral, mettre en évidence les éléments clef, distinguer techniques et concepts. Acquis d'apprentissage spécifiques au cours. A la fin de cette activité, l'étudiant sera capable de : - Construire des fonctions holomorphes et méromorphes à l'aide de séries ou de produits infinis. - Appliquer le théorème d'Abel et le théorème d'addition des fonctions elliptiques dans des contextes variés. - Résoudre des problèmes faisant appel à l'utilisation des fonctions et des courbes elliptiques. - - - - *La contribution de cette UE au développement et à la maîtrise des compétences et acquis du (des) programme(s) est accessible à la fin de cette fiche, dans la partie « Programmes/formations proposant cette unité d'enseignement (UE) ».*
Modes d'évaluation des acquis des étudiants	L'évaluation se fait sur base d'un examen oral portant sur la théorie et le travail personnel réalisé durant le semestre, à parts égales. On y teste la connaissance et la compréhension des notions et des résultats fondamentaux, la capacité de résoudre des problèmes et de rédiger les solutions avec rigueur et clarté.
Méthodes d'enseignement	Les activités d'apprentissage sont constituées par des cours magistraux. Les cours magistraux visent à introduire les concepts fondamentaux, à les motiver en montrant des exemples et en établissant des résultats, à montrer leurs liens réciproques et leurs relations avec d'autres cours du programme de bachelier en sciences mathématiques. Les étudiants reçoivent toutes les deux semaies des problèmes qui constituent un travail personnel à réaliser, sur lequel ils remettent un rapport écrit à la fin du semestre.
Contenu	En 2018-2019 le cours portera sur l'étude des surfaces de Riemann compactes et leur lien avec la théorie des courbes algébriques. Riemann fut le premier à comprendre que des fonctions algébriques comme "racine carrée de z" sont bien définies et méromorphes sur un revêtement ramifié du plan complexe auquel on a ajouté un point à

	l'infini. La notion ne fut clarifiée qu'une cinquantaine d'années plus tard par Hermann Weyl, qui le premier introduisit la notion de variété abstraite. Nous étudierons les thèmes suivants dans le cours: 1. Notion de surface de Riemann abstraite, construction de la sphère de Riemann. 2. Construction de la surface de Riemann d'une fonction algébrique, calcul du genre. 3. Courbes elliptiques. 4. Applications à la physique mathématique. Le cours sera illustré par de nombreux exemples tirés en particulier de la théorie des courbes elliptiques, qui topologiquement sont des tores à un trou (surfaces de Riemann de genre 1). Aujourd'hui, les surfaces de Riemann et les courbes algébriques jouent un rôle fondamental dans la théorie des systèmes intégrables, en théorie quantique des champs et en théorie des nombres. Certains de ces thèmes seront abordés en master dans le cadre du cours LMAT2260
Ressources en ligne	Le site Moodle du cours contient le plan du cours, les références bibliographiques utilisées et les énoncés des problèmes à réaliser durant le semestre.
Bibliographie	Roger Godement, Analyse mathématique III, Springer 2002, chapitre 10. Otto Forster, Lectures on Riemann Surfaces, Springer GTM 81, 1981, chapter 1.
Faculté ou entité en charge:	MATH

Programmes / formations proposant cette unité d'enseignement (UE)				
Intitulé du programme	Sigle	Crédits	Prérequis	Acquis d'apprentissage
Approfondissement en sciences mathématiques	LMATH100P	5		