

3 crédits	22.5 h + 15.0 h	Q2
-----------	-----------------	----

Enseignants	Ponce Augusto ;
Langue d'enseignement	Français
Lieu du cours	Louvain-la-Neuve
Préalables	Compétences en mathématique acquises dans les cours LMAT1121, LMAT1122 et LMAT1221. Maîtrise de la langue française de niveau de la dernière année de l'enseignement secondaire.
Thèmes abordés	La mesure extérieure de Lebesgue sur \mathbb{R} . Les mesures extérieures abstraites (selon Carathéodory). Mesures sur une tribu de parties. Fonctions mesurables. Intégration de fonctions mesurables par rapport à une mesure. Théorèmes de passage à la limite sous le signe d'intégration. Les espace L^p . Le théorème de Radon-Nikodym. Mesures produits. Les théorèmes de Fubini et Tonelli. Convergences d'une suite de mesures. Liens avec la théorie des probabilités.
Acquis d'apprentissage	<p>La mesure extérieure de Lebesgue sur \mathbb{R}. Les mesures extérieures abstraites (selon Carathéodory). Mesures sur une tribu de parties. Fonctions mesurables. Intégration de fonctions mesurables par rapport à une mesure. Théorèmes de passage à la limite sous le signe d'intégration. Les espace L^p. Le théorème de Radon-Nikodym. Mesures produits. Les théorèmes de Fubini et Tonelli. Convergences d'une suite de mesures. Liens avec la théorie des probabilités.</p> <p>Acquis d'apprentissage</p> <p>Contribution du cours aux acquis d'apprentissage du programme de bachelier en mathématique. A la fin de cette activité, l'étudiant aura progressé dans sa capacité à :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Connaître et comprendre un socle fondamental des mathématiques. Il aura notamment développé sa capacité à : <ul style="list-style-type: none"> -- Choisir et utiliser des méthodes et des outils fondamentaux de calcul pour résoudre des problèmes de mathématique. -- Reconnaître les concepts fondamentaux de certaines théories mathématiques actuelles. -- Etablir les liens principaux entre ces théories, les expliquer et les motiver par des exemples. - Dégager, grâce à l'approche abstraite et expérimentale propre aux sciences exactes, les aspects unificateurs de situations et expériences différentes en mathématique. - Faire preuve d'abstraction et esprit critique. Il aura notamment développé sa capacité à : <ul style="list-style-type: none"> 1 -- Reasonner dans le cadre de la méthode axiomatique. -- Reconnaître les arguments clef et la structure d'une démonstration. -- Construire et rédiger une démonstration de façon autonome. -- Apprécier la rigueur d'un raisonnement mathématique et en déceler les failles éventuelles. -- Faire la distinction entre l'intuition de la validité d'un résultat et les différents niveaux de compréhension rigoureuse de ce même résultat. <p>Acquis d'apprentissage spécifiques au cours. A la fin de cette activité, l'étudiant sera capable de :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Retracer l'évolution historique des concepts mathématiques introduits dans le cours et des problématiques associées. - Maîtriser, dans un contexte abstrait, les théorèmes fondamentaux d'intégration abordés dans les cours d'analyse précédents pour le cas des espaces euclidiens, en partant de ces derniers et de l'exemple de la mesure extérieure de Lebesgue. - Maîtriser les techniques de preuve propres à la théorie de la mesure. - Reconnaître la présence de certaines structures algébriques dans des familles d'ensembles. - Construire une mesure à partir d'une fonction d'ensemble dénombrablement additive sur une demi-algèbre d'ensembles et à partir d'une suite de mesures convenablement choisies. - Intégrer une fonction mesurable par rapport à une mesure. - Utiliser les Théorèmes de passage à la limite sous le signe d'intégration. - Connaître les principaux liens entre les notions de mesure et de probabilité. <p>----</p>

	<i>La contribution de cette UE au développement et à la maîtrise des compétences et acquis du (des) programme(s) est accessible à la fin de cette fiche, dans la partie « Programmes/formations proposant cette unité d'enseignement (UE) ».</i>
Modes d'évaluation des acquis des étudiants	L'évaluation se fait sur base d'un examen oral portant à la fois sur la théorie et les exercices. La preuve orale comportera deux parties: l'une, théorique, comptera trois questions de cours; l'autre partie comportera deux sujets d'exercices, et il sera demandé aux étudiants de traiter l'un d'eux au choix. La preuve oral teste la connaissance et la compréhension des notions et des résultats fondamentaux, la capacité de construire un raisonnement cohérent, la maîtrise des techniques de calcul.
Méthodes d'enseignement	Les activités d'apprentissage sont constituées par des cours magistraux, des séances de travaux pratiques. Les cours magistraux visent à introduire les concepts fondamentaux, à les motiver en montrant des exemples et en établissant des résultats, à démontrer les résultats principaux, à montrer leurs liens réciproques et leurs liens avec d'autres cours du programme de bachelier en sciences mathématiques. Les séances de travaux pratiques visent à apprendre à choisir et utiliser des méthodes de calcul et à construire des démonstrations. Les deux activités se donnent en présentiel.
Contenu	<p>Cette activité consiste à introduire la notion de mesure et d'intégration, qui ont un rôle essentiel dans tout le cursus de bachelier et de master en sciences mathématiques et en sciences physiques, dans un cadre abstraite, en partant de la notion de longueur d'un ensemble de nombres réels.</p> <p>L'étude de la notion de longueur sur la droite \mathbb{R}, de l'aire sur le plan \mathbb{R}^2 et du volume dans l'espace \mathbb{R}^3 est à la fois un objectif du cours et l'exemple-problème qui motive l'introduction de la notion de mesure abstraite.</p> <p>Les contenus suivants sont abordés dans le cadre du cours.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Une première extension de la longueur d'intervalles. - La mesure de Lebesgue sur \mathbb{R}. - Le critère de mesurabilité de Carathéodory. - La mesure sur une tribu d'ensemble. - Mesures de Stieltjes-Lebesgue-Radon. - Fonctions mesurables. - L'intégrale d'une fonction mesurable par rapport à une mesure. - Théorèmes de convergence (passages à la limite). - Les espace L^p. - Le théorème de Radon-Nikodym. - Mesures produit. - Les théorèmes de Fubini et Tonelli. - Convergences d'une suite de mesures. - Liens avec la théorie des probabilités.
Ressources en ligne	Site iCampus (http://icampus.uclouvain.be/). Le site contient le syllabus du cours, les énoncés des exercices pour les séances de travaux pratiques, autres documents et liens qui répondent aux curiosités des étudiants émergées pendant le cours.
Bibliographie	Syllabus disponible sur iCampus.
Faculté ou entité en charge:	MATH

Programmes / formations proposant cette unité d'enseignement (UE)				
Intitulé du programme	Sigle	Crédits	Prérequis	Acquis d'apprentissage
Approfondissement en sciences mathématiques	LMATH100P	3		