

6 crédits	45.0 h	Q2
-----------	--------	----

Enseignants	Gran Marino ; Vitale Enrico ;
Langue d'enseignement	Anglais
Lieu du cours	Louvain-la-Neuve
Préalables	LMAT2150 - Category Theory (première année de master en sciences mathématiques) ou cours équivalent.
Thèmes abordés	Un ou plusieurs sujets avancés de théorie des catégories. Parmi les sujets possibles : catégories protomodulaires et semi-abéliennes, théorie de Galois catégorique, localisations, systèmes de factorisation et théories de torsion, théories algébriques et monades, théorie des faisceaux et topos, cat-groupes et algèbre homologique.
Acquis d'apprentissage	<p>Contribution du cours aux acquis d'apprentissage du programme de master en mathématique.</p> <p>A la fin de cette activité, l'étudiant aura progressé dans sa capacité à :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Connaitre et comprendre un socle fondamental des mathématiques. Il aura notamment développé sa capacité à : <ul style="list-style-type: none"> -- Reconnaître les concepts fondamentaux d'importantes théories mathématiques actuelles. -- Etablir les liens principaux entre ces théories. - Faire preuve d'abstraction, de raisonnement et d'esprit critique. Il aura notamment développé sa capacité à : <ul style="list-style-type: none"> -- Dégager les aspects unificateurs de situations et expériences différentes. -- Reasonner dans le cadre de la méthode axiomatique. -- Construire et rédiger une démonstration de façon autonome, claire et rigoureuse. - Communiquer de manière scientifique. Il aura notamment développé sa capacité à : <ul style="list-style-type: none"> -- Structurer un exposé oral en l'adaptant au niveau d'expertise du public. - Faire preuve d'autonomie dans ses apprentissages. Il aura notamment développé sa capacité à : <ul style="list-style-type: none"> -- Situer correctement un texte mathématique avancé par rapport aux connaissances acquises. - Démarrer une recherche grâce à une connaissance plus approfondie d'un domaine des mathématiques actuelles. Il aura notamment développé sa capacité à : <ul style="list-style-type: none"> 1 -- Développer de façon autonome son intuition mathématique en anticipant les résultats attendus (formuler des conjectures) et en vérifiant la cohérence avec des résultats déjà existants. -- Poser de façon autonome des questions pertinentes et lucides sur un sujet avancé de mathématique. <p>Acquis d'apprentissage spécifiques au cours (en fonction des thèmes traités).</p> <p>A la fin de cette activité, l'étudiant sera capable de :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Comprendre la notion de commutateur du point de vue catégorique, et l'utiliser pour calculer l'homologie des groupes. - Caractériser les revêtements galoisiens correspondants à différentes structures galoisiennes, en faisant le lien avec les revêtements en topologie algébrique et les extensions galoisiennes en algèbre. - Etudier les propriétés des sous-catégories réflexives et des (semi-)localisations en utilisant les systèmes de factorisation et les opérateurs de fermeture. - Exploiter le point de vue des théories algébriques et le point de vue des monades pour comprendre les structures de l'algèbre générale et leurs propriétés fondamentales. - Utiliser la théorie des faisceaux et les topos pour étudier des problèmes de passage du local au global. Faire le lien entre logique intuitionniste et topos. - Interpréter certaines constructions de l'algèbre homologique et de la théorie des anneaux en termes de cat-groupes. <p>-----</p> <p><i>La contribution de cette UE au développement et à la maîtrise des compétences et acquis du (des) programme(s) est accessible à la fin de cette fiche, dans la partie « Programmes/formations proposant cette unité d'enseignement (UE) ».</i></p>
Modes d'évaluation des acquis des étudiants	L'évaluation peut prendre des formes différentes qui seront fixées par l'enseignant au début de l'activité. Elle peut être basée uniquement sur les présentations faites par l'étudiant pendant le cours, mais elle peut aussi être complétée par un travail à remettre après la fin du cours ou par un examen oral plus traditionnel. Dans le cas d'un travail à remettre ou d'un examen oral, l'étudiant peut en choisir la langue (anglais ou français).

Méthodes d'enseignement	Le cours est donné sous forme de cours magistral. Pendant les séances, les étudiants sont régulièrement appelés à donner leur contribution sous forme de présentation de parties du cours préalablement fixées par l'enseignant.
Contenu	<p>Cette activité consiste à introduire un ou plusieurs sujets avancés de théorie de catégories, en relation avec l'activité de recherche menée par les membres de l'équipe de théorie des catégories.</p> <p>Les contenus suivants sont abordés dans le cadre du cours (en fonction des thèmes traités).</p> <ul style="list-style-type: none"> - Catégories protomodulaires et semi-abéliennes, commutateurs, homologie non abélienne. - Systèmes de factorisation, sous-catégories réflexives, structures galoisiennes, revêtements galoisiens, théorème de classification. - Théories de torsion, opérateurs de fermeture, localisations. - Théories et catégories algébriques, complétion de catégories, foncteurs algébriques et théorème de Birkhoff, monades et algèbres pour une monade, théorème de monadicité. - Faisceaux sur un espace topologique, fonctions étales, faisceau associé, topologie de Grothendieck, ensembles variables et logique intuitionniste du premier ordre. - Cat-groupes et modules croisés, limites dans les bicatégories, cat-groupes de Picard et de Brauer, homologie et K-théorie pour les cat-groupes, cat-groupes d'homotopie.
Ressources en ligne	Site iCampus (http://icampus.uclouvain.be/). En preparation.
Bibliographie	<p>J. Adamek, J. Rosicky, E.M. Vitale : Algebraic Theories (Cambridge University Press)</p> <p>F. Borceux, D. Bourn : Mal'cev, Protomodular, Homological and Semi-Abelian Categories (Kluwer Academic Publishers)</p> <p>F. Borceux, G. Janelidze : Galois Theories (Cambridge University Press)</p> <p>D. Bourn, M. Gran : Torsion theories in homological categories (Journal of Algebra)</p> <p>A. Carboni, G.M. Kelly, G. Janelidze, R. Paré : On localization and stabilization of factorization systems (Applied Categorical Structures)</p>
Faculté ou entité en charge:	MATH

Programmes / formations proposant cette unité d'enseignement (UE)				
Intitulé du programme	Sigle	Crédits	Prérequis	Acquis d'apprentissage
Master [120] en sciences mathématiques	MATH2M	6		