

5.0 crédits

30.0 h + 30.0 h

1q

Enseignants:	Winckelmans Grégoire ; Keunings Roland ; Remacle Jean-François ;
Langue d'enseignement:	Français
Lieu du cours	Louvain-la-Neuve
Ressources en ligne:	https://www.moodleucl.uclouvain.be
Préalables :	<p>Ce cours suppose acquises les notions de base de l'analyse ; plus particulièrement : les équations différentielles ordinaires (EDO) et les méthodes de résolution d'EDO du 1er ordre et du 2ème ordre, les fonctions de plusieurs variables et les dérivées partielles. Il suppose également acquises les notions de gradient, divergence et Laplacien. Enfin, il suppose partiellement acquises la notion d'équation d'onde (dispensée dans le cours de Physique) ainsi que la notion d'équation de diffusion (e.g., diffusion de la chaleur). <i>Le(s) prérequis de cette Unité d'enseignement (UE) sont précisés à la fin de cette fiche, en regard des programmes/formations qui proposent cette UE.</i></p>
Thèmes abordés :	<p>Equations aux dérivées partielles (EDP) : classification (hyperbolique, parabolique, elliptique), liens avec des phénomènes physiques, méthode des caractéristiques pour EDP hyperboliques, solutions en domaine infini (par fonctions de Green), solutions en domaine fini (par séparation des variables) avec opérateurs auto-adjoints, valeurs propres et fonctions propres, orthogonalité et développement de la solution en série de fonctions propres, solutions en domaine 1-D semi-infini (par variable de similitude). Fonctions d'une variable complexe : fonctions élémentaires, point(s) de branchement et coupure(s), limite et continuité, dérivabilité et équations de Cauchy-Riemann, intégration, théorème de Cauchy et formules intégrales de Cauchy, séries, théorème des résidus et applications (intégrales définies), transformations conformes.</p>
Acquis d'apprentissage	<pre>function showorHide (id) { if (document.getElementById (id).style.display != 'none') { document.getElementById (id).style.display = 'none'; } else { document.getElementById (id).style.display = 'block'; } } </pre> <p>Contribution du cours au référentiel du programme AA1.1, AA1.2 AA6.1</p> <p>Acquis d'apprentissage spécifiques au cours</p> <p>À l'issue de ce cours, l'étudiant sera à même de :</p> <p>Définir et expliquer les propriétés fondamentales des différents types d'EDP d'ordre 1 et d'ordre 2, linéaires et quasi-linéaires.</p> <p>Comprendre et différencier les phénomènes physiques fondamentaux régis par des EDP : cas hyperbolique (aussi équation de transport et équation d'onde), cas parabolique (équation de diffusion), cas elliptique (équations de Laplace et de Poisson).</p> <p>Pour chaque type, définir et appliquer des conditions initiales et/ou aux limites (Dirichlet, Neumann, Robin) adéquates.</p> <p>Appliquer la méthode des caractéristiques pour résoudre des EDP d'ordre 1, et pour résoudre l'équation d'onde 1-D.</p> <p>Comprendre la théorie générale sur les opérateurs auto-adjoints : valeurs propres et fonctions propres, orthogonalité des fonctions propres, développement d'une fonction en série de fonctions propres.</p> <p>Appliquer la méthode de séparation des variables pour résoudre l'équation de Laplace dans un rectangle, un (secteur de) cercle, un (secteur d') anneau.</p> <p>Appliquer la méthode de séparation des variables pour résoudre l'équation d'onde dans un segment, un rectangle, un cercle (équation de Bessel).</p> <p>Appliquer la méthode de séparation des variables pour résoudre l'équation de diffusion dans un segment, un rectangle, un cercle.</p> <p>Obtenir la solution de similarité de l'équation de diffusion dans un segment semi-infini : cas avec saut fixe à l'origine, cas avec oscillation temporelle à l'origine.</p> <p>Comprendre la définition des fonctions élémentaires d'une variable complexe, obtenir le(s) éventuel(s) point(s) de branchement d'une fonction et choisir une(des) coupure(s) adéquate(s), évaluer une fonction dans une ou plusieurs branche(s).</p> <p>Comprendre les concepts de limite, continuité et dérivabilité d'une fonction, et faire les liens avec l'équation de Laplace.</p> <p>Obtenir le développement en série d'une fonction.</p> <p>Calculer le(s) pôle(s) d'une fonction, et utiliser le théorème des résidus pour évaluer des intégrales définies.</p> <p>Comprendre le concept de transformation conforme, et pouvoir l'appliquer dans des cas simples.</p> <p><i>La contribution de cette UE au développement et à la maîtrise des compétences et acquis du (des) programme(s) est accessible à la fin de cette fiche, dans la partie « Programmes/formations proposant cette unité d'enseignement (UE) ».</i></p>

Modes d'évaluation des acquis des étudiants :	Les étudiants sont évalués individuellement et par écrit. Eventuellement, une interrogation courte (typiquement 1 heure), portant sur les 6 premiers cours et APE, est organisée par la Commission BTCI, et qui permet à l'étudiant d'évaluer, à mi-parcours, son niveau de compréhension et d'acquisition de compétences ; une solution de référence est alors aussi mise sur le site Moodle du cours. L'examen final est de type long (3 à 4 heures). La note de l'interrogation (le cas échéant) n'intervient dans la note finale que si le calcul basé sur les deux notes (et selon une formule définie par la BTCI) est en faveur de l'étudiant. Les APE (APE1 à APE12) ne sont pas corrigées mais les solutions sont mises sur le site web du cours au fur et à mesure de l'avancement du quadrimestre. Cela permet à l'étudiant d'évaluer en continu son niveau de compréhension et d'apprentissage.
Méthodes d'enseignement :	Le cours est organisé en 12 cours (CM1 à CM12) en grand auditoire, et 12 séances d'apprentissage par exercices (APE1 à APE12) qui sont réalisées, en partie, en groupes tutorés (avec supervision d'un assistant-tuteur par groupe) et, pour le reste, en dehors des groupes tutorés.
Contenu :	Equations aux dérivées partielles (EDP) : EDP d'ordre 1 et d'ordre 2 : présentation, classification (hyperbolique, parabolique, elliptique) et liens avec des phénomènes physiques (équations de transport, d'onde, de diffusion, de Laplace, de Poisson), problème de Cauchy et méthode des caractéristiques pour les EDP hyperboliques, conditions initiales et/ou conditions aux limites (Dirichlet, Neumann, Robin), solutions en milieu infini (par fonction de Green) pour l'équation de diffusion, et pour l'équation de Poisson. Opérateurs auto-adjoints, valeurs propres et fonction propres, orthogonalité des fonctions propres. Développement de fonctions en série de fonctions propres. Problème de Helmholtz. Fonctions de Bessel de 1ère et de 2ème espèces. Méthode de séparation des variables pour problèmes en milieu fini : équation de Laplace en 2-D (rectangle, cercle, anneau, secteur de cercle ou d'anneau) ; équation d'onde en 1-D et en 2-D, équation de diffusion en 1-D et en 2-D. Solutions de similarité pour l'équation de diffusion en milieu 1-D semi-infini. Fonctions d'une variable complexe, $f(z)$: Rappels sur le plan complexe et les nombres complexes. Définition des fonctions élémentaires : z , $\exp(z)$, $\log(z)$, az , $\sin(z)$, $\sinh(z)$, $\arcsin(z)$, etc. Point(s) de branchement et coupure(s), et surfaces de Riemann. Limite et continuité, différentiation (dérivabilité), fonctions holomorphes, fonctions entières, équations de Cauchy-Riemann et liens avec l'équation de Laplace. Intégration dans le plan complexe, théorème de Cauchy et conséquences : formules intégrales de Cauchy, séries de Taylor et de Laurent, pôles et théorème des résidus. Evaluation d'intégrale définies (aussi avec les lemmes de Jordan). Introduction aux transformations conformes et exemples d'applications.
Bibliographie :	Partie EDP : J.-F. Remacle et G. Winckelmans, syllabus « Partie EDP » (avec théorie et exemples d'exercices résolus) , notes complémentaires : « Modèle LWR du trafic routier », « Fonctions de Bessel de 1ère et de 2ème espèces », « Méthodes de résolution de l'équation de diffusion ». Ouvrage de références: Richard Haberman , « Elementary Applied Partial Differential Equations: with Fourier Series and Boundary Value Problems », Prentice Hall. Partie $f(z)$: G. Winckelmans et J.-F. Remacle : notes complémentaires : « Lemmes de Jordan ». Ouvrages de références : Stephen D. Fisher , « Complex Variables » , Dover (fortement recommandé) ; Georges F. Carrier, M. Krook, Carl E. Pearson, « Functions of a Complex Variable : Theory and Practice » , Hod Books. Les documents du cours (syllabus, notes complémentaires, énoncés et solutions des APE, énoncé et solution de l'évaluation intermédiaire (le cas échéant) sont mis à disposition sur le site Moodle du cours.
Faculté ou entité en charge:	BTCI

Programmes / formations proposant cette unité d'enseignement (UE)				
Intitulé du programme	Sigle	Crédits	Prérequis	Acquis d'apprentissage
Bachelier en sciences de l'ingénieur, orientation ingénieur civil	FSA1BA	5	LFSAB1101 et LFSAB1102	