

5.0 crédits

30.0 h + 30.0 h

1q

Enseignants:	Remacle Jean-François (coordinateur) ; Winckelmans Grégoire ; Winckelmans Grégoire (supplée Remacle Jean-François) ;
Langue d'enseignement:	Français
Lieu du cours	Louvain-la-Neuve
Préalables :	LFSAB1102
Thèmes abordés :	<p>Équations aux dérivées partielles (EDP) :</p> <p>--</p> <p>Classification (hyperbolique, parabolique, elliptique) ;</p> <p>--</p> <p>Liens avec des phénomènes physiques ;</p> <p>--</p> <p>Méthode des caractéristiques pour EDP hyperboliques ;</p> <p>--</p> <p>Solutions en domaine infini (par fonctions de Green) ;</p> <p>--</p> <p>Solutions en domaine fini (par séparation des variables) ;</p> <p>--</p> <p>Opérateurs auto-adjoints ;</p> <p>--</p> <p>Orthogonalité et développements en série ;</p> <p>--</p> <p>Solutions en domaine semi-infini (par variable de similitude).</p> <p>Fonctions d'une variable complexe (f(z)) :</p> <p>--</p> <p>Fonctions élémentaires ;</p> <p>--</p> <p>Point(s) de branchement et coupure(s) ;</p> <p>--</p> <p>Limite et continuité ;</p> <p>--</p> <p>Dérivabilité et équations de Cauchy-Riemann ;</p> <p>--</p> <p>Intégration ;</p> <p>--</p> <p>Théorème de Cauchy et formules intégrales de Cauchy;</p> <p>--</p> <p>Séries ;</p> <p>--</p> <p>Théorème des résidus et applications (intégrales définies) ;</p> <p>--</p> <p>Transformations conformes.</p>
Acquis d'apprentissage	<pre> function showorHide (id) { if (document.getElementById (id).style.display != 'none') { document.getElementById (id).style.display = 'none'; } else { document.getElementById (id).style.display = 'block'; } } </pre> <p>Eu égard au référentiel AA du programme « Bachelier en Sciences de l'Ingénieur, orientation ingénieur civil », ce cours contribue au développement, à l'acquisition et à l'évaluation des acquis d'apprentissage suivants :</p> <p>--</p> <p>Connaissances en sciences fondamentales et polytechniques : AA1.1, AA1.2</p> <p>1.1. Appliquer les concepts, lois, raisonnements à une problématique disciplinaire de complexité cadrée.</p> <p>1.2. Décrire des outils de modélisation et de calcul adéquats pour résoudre une problématique disciplinaire cadrée.</p> <p>--</p> <p>Souci de l'éthique : AA5.1</p>

	<p>5.1. Utiliser des ressources bibliographiques pour réaliser et agrémenter un travail, en tenant compte des règles éthiques (sans faire de plagiat). Plus précisément, au terme du cours, l'étudiant sera capable de :</p> <p>--</p> <p>Définir et expliquer les propriétés fondamentales des différents types d'EDP d'ordre 1 et d'ordre 2, linéaires et quasi-linéaires ;</p> <p>--</p> <p>Comprendre et différencier les phénomènes physiques fondamentaux régis par des EDP : cas hyperbolique (équation de transport et équation d'onde), cas parabolique (équation de diffusion), cas elliptique (équations de Laplace et de Poisson) ;</p> <p>--</p> <p>Définir et appliquer les conditions initiales et/ou aux limites (Dirichlet, Neumann, Robin) adéquates pour chaque type ;</p> <p>--</p> <p>Appliquer la méthode des caractéristiques pour résoudre des EDP d'ordre 1, et pour résoudre l'équation d'onde 1-D ;</p> <p>--</p> <p>Comprendre la théorie générale sur les opérateurs auto-adjoints : valeurs propres et fonctions propres, orthogonalité des fonctions propres, développement d'une fonction en série de fonctions propres ;</p> <p>--</p> <p>Appliquer la méthode de séparation des variables pour résoudre l'équation de Laplace dans un rectangle, un (secteur de) cercle, un (secteur d') anneau ;</p> <p>--</p> <p>Appliquer la méthode de séparation des variables pour résoudre l'équation d'onde dans un segment, un rectangle, un cercle (équation de Bessel) ;</p> <p>--</p> <p>Appliquer la méthode de séparation des variables pour résoudre l'équation de diffusion dans un segment, un rectangle, un cercle ;</p> <p>--</p> <p>Obtenir la solution de similarité de l'équation de diffusion dans un segment semi-infini : cas avec saut fixe à l'origine, cas avec oscillation temporelle ;</p> <p>--</p> <p>Comprendre les définitions des fonctions élémentaires d'une variable complexe, obtenir le(s) éventuel(s) point(s) de branchement et définir la(les) coupure(s) ;</p> <p>--</p> <p>Comprendre les concepts de continuité et de différentiation (dérivabilité) dans le plan complexe, et faire les liens avec l'équation de Laplace ;</p> <p>--</p> <p>Obtenir le développement en série d'une fonction ;</p> <p>--</p> <p>Calculer les pôles d'une fonction et utiliser le théorème des résidus pour évaluer des intégrales définies ;</p> <p>--</p> <p>Comprendre le concept de transformation conforme et pouvoir l'appliquer dans des cas simples. <i>La contribution de cette UE au développement et à la maîtrise des compétences et acquis du (des) programme(s) est accessible à la fin de cette fiche, dans la partie « Programmes/formations proposant cette unité d'enseignement (UE) ».</i></p>
<p>Modes d'évaluation des acquis des étudiants :</p>	<p>Les étudiants sont évalués individuellement et par écrit. Une interrogation courte (typiquement 1 heure), portant sur les 6 premiers cours et APE, est organisée par la BTCL (typiquement en semaine S9); elle permet à l'étudiant d'évaluer, à mi-parcours, son niveau de compréhension et d'apprentissage. Un solutionnaire type est aussi mis sur le site web du cours.</p> <p>L'examen final est de type long (3 à 4 heures). La note de l'interrogation n'intervient dans la note finale que si le calcul (selon la formule commune définie par la BTCL) s'avère être en faveur de l'étudiant.</p> <p>Les APE (APE1 à APE12) ne sont pas corrigés mais les solutions sont mises sur le site web du cours au fur et à mesure de l'avancement du quadrimestre. Cela permet à l'étudiant d'évaluer en continu son niveau de compréhension et d'apprentissage.</p>
<p>Méthodes d'enseignement :</p>	<p>Le cours est organisé en 12 cours (CM1 à CM12) en grand auditoire, et 12 séances d'apprentissage par exercices (APE1 à APE12) à réaliser, en partie, en groupe avec supervision d'un assistant-tuteur (les groupes étant définis par la BTCL) et, en partie, seul après la séance (les solutions de chaque APE étant mises sur le site du cours une à deux semaines après chaque séance tutorée).</p>
<p>Contenu :</p>	<p>Équations aux dérivées partielles (EDP) :</p> <p>--</p> <p>EDP d'ordre 1 et d'ordre 2 : présentation, classification (hyperbolique, parabolique, elliptique) et liens avec la physique (équations de transport, d'onde, de diffusion, de Laplace, de Poisson), problème de Cauchy et méthode des caractéristiques pour les EDP hyperboliques, conditions initiales et conditions aux limites (Dirichlet, Neumann, Robin), solutions en milieu infini (par fonction de Green) pour l'équation de diffusion, et pour l'équation de Poisson ;</p> <p>--</p> <p>Opérateurs auto-adjoints et orthogonalité des fonctions propres. Développement de fonctions en série de fonctions propres. Problème de Helmholtz. Fonctions de Bessel de 1ère et de 2ème espèces ;</p> <p>--</p> <p>Méthode de séparation des variables pour problèmes en milieu fini : équation de Laplace en 2-D (rectangle, cercle, anneau, secteur de cercle ou d'anneau) ; équation d'onde en 1-D et en 2-D, équation de diffusion en 1-D et en 2-D ;</p> <p>--</p> <p>Solutions de similarité pour l'équation de diffusion en milieu semi-infini.</p> <p>Fonctions d'une variable complexe ($f(z)$) :</p> <p>--</p> <p>Rappels sur le plan complexe et les nombres complexes ;</p> <p>--</p> <p>Définition des fonctions élémentaires : z, $\exp(z)$, $\log(z)$, az, $\sin(z)$, $\sinh(z)$, $\arcsin(z)$, etc. ;</p> <p>--</p> <p>Point(s) de branchement et coupure(s), et surfaces de Riemann ;</p> <p>--</p>

	<p>Limite et continuité, différentiation (dérivabilité), fonctions holomorphes, fonctions entières, équations de Cauchy-Riemann et liens avec l'équation de Laplace ;</p> <p>--</p> <p>Intégration dans le plan complexe, théorème de Cauchy et conséquences : formules intégrales de Cauchy, séries de Taylor et de Laurent, pôles et théorème des résidus ;</p> <p>--</p> <p>Évaluation d'intégrales définies (aussi avec les lemmes de Jordan) ;</p> <p>--</p> <p>Introduction aux transformations conformes et exemples d'applications.</p>
<p>Bibliographie :</p>	<p>Supports sur le site de cours :</p> <p>--</p> <p>Syllabus partie EDP avec théorie et exemples d'exercices résolus ;</p> <p>--</p> <p>Notes complémentaires : Modèle LWR du trafic routier, Fonctions de Bessel de 1ère et 2ème espèces, Méthode de résolution de l'équation de diffusion, Lemmes de Jordan ;</p> <p>--</p> <p>Énoncés et solutions des APE ;</p> <p>--</p> <p>Énoncé et solution de l'évaluation intermédiaire de S9.</p> <p>Livres de références :</p> <p>--</p> <p>Richard Haberman, Elementary Applied Partial Differential Equations: with Fourier Series and Boundary Value Problems, Prentice Hall ;</p> <p>--</p> <p>Stephen D. Fisher, Complex Variables, Dover (fortement recommandé) ;</p> <p>--</p> <p>Georges F. Carrier, M. Krook, Carl E. Pearson, Functions of a Complex Variable: Theory and Practice, Hod Books.</p>
<p>Cycle et année d'étude :</p>	<p>> Bachelier en sciences de l'ingénieur, orientation ingénieur civil architecte</p> <p>> Bachelier en sciences de l'ingénieur, orientation ingénieur civil</p>
<p>Faculté ou entité en charge:</p>	<p>BTCI</p>