

Banque Centrale Européenne, relations stratégiques internationales et stabilisation de la dette

Charles Figuières *

Remerciements : L'auteur remercie l'équipe éditoriale de Recherches Economiques de Louvain, deux arbitres anonymes, ainsi que Philippe Michel, David de La Croix et l'ensemble des participants au groupe de travail « générations imbriquées » du GREQAM.

1 Introduction

Treize des vingt sept états membres de l'Union Européenne partagent maintenant une même monnaie, gérée par une autorité monétaire commune. La mise en place de cette autorité, la Banque Centrale Européenne (BCE), a érigé un contexte institutionnel spécifique qui pose sous un jour nouveau la question des interactions entre les politiques fiscales et monétaires. Le but de ce travail est de proposer une exploration conceptuelle des conséquences de ce changement institutionnel sur la stabilisation de la dette en Europe.

Il est arrivé que l'endettement d'un pays pose de graves problèmes et conduise même les autorités à la solution extrême de la répudiation totale ou partielle ¹. Même s'ils ne sont pas menacés par ce danger, la plupart des pays industrialisés sont aujourd'hui relativement endettés. En 2005 le rapport dette/PIB était de 65 % aux Etats-Unis, de 158,9 % au Japon et de 42,8 % au Royaume-Uni. En ce qui concerne les pays de la zone euro, ce ratio était en moyenne de 70,8 %, compris entre 27,6 % (Irlande) et 107,5 % (Grèce) ².

Les politiques fiscale et monétaire sont des instruments au moyen desquels les autorités peuvent infléchir l'évolution de l'endettement. Par politique fiscale on entend la partie volontaire du déficit primaire, et la politique monétaire est envisagée comme la partie de la masse monétaire utilisée pour

* INRA, UMR LAMETA, 2 place Viala, 34060 Montpellier, France. E-mail : Charles.Figuieres@supagro.inra.fr.

¹ Parmi les cas de défauts du Prince on peut citer : la France en 1797 qui annule les deux tiers du stock de l'Ancien Régime ; l'Italie sous Mussolini ; le non remboursement de l'emprunt russe à la suite de la révolution bolchévique ; le Mexique en 1982.

² Luxembourg non compris. La part de la dette du Luxembourg dans le PIB était de 6,2 % en 2005. Source : rapport annuel 2006 de la Direction Générale ECFIN de la Commission Européenne, annexe statistique.

racheter des titres émis par l'Etat (le seigneurage). Que sait-on de la façon dont ces instruments interagissent pour stabiliser l'endettement ? Elmendorf et Mankiw (1998) offrent un tour d'horizon très vaste de la littérature sur la dette publique mais pour des contributions plus précisément centrées sur l'interaction des politiques conjecturelles on peut consulter par exemple Sargent et Wallace (1981), Persson (1985), Levine (1993), Nordhaus (1993), Capoen, Sterdyniak et Villa (1994). Des travaux récents adoptent le point de vue que les politiques macroéconomiques sont des instruments entre les mains d'autorités différentes qui poursuivent chacune leur propre objectif (en particulier au sujet de la dette voir Tabellini (1986), Tabellini et La Via (1989), Beetsma et Bovenberg (1997), Van Aarle et al (1997)³). Cette conception des politiques macroéconomiques est fidèle au fonctionnement actuel du secteur public dans les pays développés où les banques centrales se sont peu à peu affirmées en tant qu'acteur économique à part entière. En Europe occidentale elles ont gagné en indépendance vis à vis des gouvernements et, pour certaines d'entre elles, ont composé avec la Banque Centrale Européenne le système européen de banques centrales (SEBC). Cette évolution a trouvé son aboutissement dans le Traité de Maastricht.

Les travaux théoriques qui prennent en compte cette double évolution, autonomisation puis regroupement, avancent la crainte d'un biais de la politique fiscale vers des déficits excessifs (Bovenberg, Kremers et Masson (1991), Levine et Pearlman (1992), Levine (1993), Van Aarle et al (1997)). Une des raisons à l'appui de cette crainte est que les gouvernements risquent de voir dans la banque supranationale une opportunité de financement monétaire plus grande que celle offerte par des banques nationales. Ils percevraient en quelque sorte la BCE comme une ressource commune. La littérature désigne cette situation sous le terme "Tragédie des communs" car, enseigne-t-elle, les comportements non coopératifs se caractérisent dans ce cas par de la surexploitation (Hardin (1968)), c'est-à-dire ici du laxisme fiscal et monétaire.

Aarle, Bovenberg et Raith (1997) se sont précisément intéressés à cette question. Dans une version à deux pays du modèle de Tabellini (1986), ils comparent une situation comportant deux banques nationales avec une situation comportant une BCE. Ils obtiennent en quelque sorte un résultat de neutralité : si les autorités peuvent s'engager, la mise en place d'une Banque centrale commune ne modifie pas l'évolution de la dette. Dans un régime avec engagement, les pays qu'ils étudient dans leur modèle ne subissent aucune externalité, de sorte que centraliser les décisions monétaires n'apporte aucun changement⁴.

³ Plus généralement, pour des travaux qui modélisent les interactions stratégiques entre les politiques macroéconomiques, voir aussi Pindyck (1976), Miller et Salmon (1985a et 1985b), Levine et Pearlman (1992), Levine (1993), Debelle (1994), Bryson et al (1993), Debelle et Fisher (1994), Levine et Brociner (1994), Krichel et al (1994), Bryson (1994).

⁴ Il en va différemment si les autorités, ne pouvant s'engager, adoptent des stratégies avec rétroaction. De telles stratégies sont conditionnelles à l'état du système en tout point du temps, ce qui introduit des interactions de façon artificielle en raison de la définition même de l'espace des stratégies, et fait disparaître le résultat de neutralité.

Une hypothèse clé sous-tend leur travail et explique l'absence d'externalités : le taux d'intérêt n'est pas affecté par les politiques macroéconomiques. Ce contexte particulier restreint la portée des résultats au cas d'économies qui fonctionnent avec des marchés nationaux de capitaux ou, éventuellement, de petites économies ouvertes qui prennent le taux d'intérêt mondial comme donné. La présente note procède à un réexamen de ce résultat de neutralité dans un cadre qui s'écarte de celui de Van Aarle *et al* sur trois points. Tout d'abord nous renonçons à l'hypothèse d'absence d'externalités entre les pays ; en d'autres termes il y a un marché mondial (ou à tout le moins européen) des capitaux. Ensuite, nous étudions une économie qui comporte n pays dont une partie seulement adopte une banque centrale commune ; ainsi nous pouvons aborder aussi l'impact du changement en-dehors de la zone euro. Enfin nous poussons jusqu'au bout l'étude analytique du problème, là où les auteurs précédents présentaient essentiellement des résultats numériques, de façon à saisir au mieux les mécanismes économiques en oeuvre.

L'article est organisé de la façon suivante. La section 2 présente le modèle avec externalités entre les pays. Dans ce nouveau cadre la démarche consiste à comparer une économie composée de plusieurs pays stratégiquement interdépendants avant la création de la BCE (section 3), à une économie où certains pays s'en remettent à cette autorité monétaire commune (section 4). Comme on peut s'y attendre le résultat de neutralité associé au régime avec engagement s'effondre dès lors que les politiques conjoncturelles d'un pays ont un impact sur la contrainte budgétaire des autres pays. Quelles sont alors les conséquences de l'adoption de la BCE tant pour les pays de l'union que pour les autres ? La section 5 donne les réponses originales suivantes : (i) la BCE produit une asymétrie entre les niveaux de dette de long terme au profit des pays de l'union monétaire, (ii) cette asymétrie s'accroît lorsque la taille de l'Union monétaire croît, (iii) les pays qui adoptent la BCE convergent vers un niveau de dette plus bas, au pire identique, à celui qu'ils obtenaient avec une banque nationale, (iv) la BCE améliore la situation des pays hors de l'Union si et seulement si *les externalités monétaires sont plus fortes que les externalités fiscales*⁵, (v) aucune conclusion nette ne se dégage quant à la crainte d'un plus grand laxisme monétaire dans l'Union. La dernière section referme ce travail sur quelques remarques quant à la démarche adoptée.

2 Le modèle

Il s'agit d'une étude en équilibre partiel qui se concentre sur les relations entre gouvernements et Banques Centrales. Nous allons considérer n pays

⁵ Nous définirons dans le corps de l'article ce que nous entendons par là

supposés identiques et toutes les variables nominales d'un pays sont rapportées à son PIB.

2.1 Contraintes budgétaires et interactions sur le taux d'intérêt

Dans chaque pays i , le lien dynamique entre les politiques fiscale et monétaire est donné par l'équation différentielle :

$$(CB_i) \left\{ \begin{array}{l} \dot{d}_i(t) = rd_i(t) + f_i(t) - m_i(t) + \alpha \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n f_j(t) - \beta \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n m_j(t) \\ d_i(0) = d_{0i} \quad t \in R^+, \quad \alpha \geq 0, \beta \geq 0 \end{array} \right\}$$

pour $i = 1, \dots, n$, où

- $d_i(t)$ est la dette publique du pays i à l'instant t , et d_{0i} est sa valeur initiale,
- $\dot{d}_i(t)$ désigne la dérivée de $d_i(t)$ par rapport au temps, i.e. $\frac{d}{dt}d_i(t)$,
- $f_i(t)$ représente le déficit fiscal primaire, c'est-à-dire l'excédent des dépenses publiques sur les recettes fiscales ; c'est une variable d'action aux mains du Gouvernement i ,
- $m_i(t)$ désigne la contrepartie monétaire (le seignuriage) des titres émis par l'état ; c'est aussi une variable d'action gérée, elle, par la Banque Centrale.

Ces équations différentielles se déduisent des contraintes budgétaires nationales, qui énoncent que la dette de chaque pays i évolue de façon à rembourser les intérêts $rd_i(t)$, et le déficit fiscal primaire net de financement monétaire $f_i(t) - m_i(t)$. Il est clair que le prix r sur le marché des capitaux dépend des décisions prises en matière fiscale et monétaire. Au plan empirique, de nombreux travaux montrent l'existence d'interactions entre pays via les taux d'intérêt ; par exemple Benaïm (1999) arrive à cette conclusion au moyen de tests de cointégration⁶. Bernhardsen (2000) confirme aussi cette thèse pour neuf pays européens, mais avec un modèle économétrique, estimé sur données de panel, où les variables expliquées sont les écarts de taux et où on trouve parmi les variables explicatives les déficits publics et les taux d'inflation⁷.

⁶ Benaïm produit aussi des tests de causalité qui permettent de vérifier si les interactions internationales sont de nature asymétrique, les taux américains causant par exemple, au sens de Granger, les taux de la zone euro. Il apparaît que sur les taux courts les Etats-Unis ont une position dominante, mais ceci n'est plus vrai pour les taux longs.

⁷ Pour des études sur le lien entre taux d'intérêt, déficit et inflation, voir encore Linde (2001), Nogues et Grandes (2001), Domenech et al (2001), Cebula (2000), Tseng (2000), Knot et de Haan (1995), Oor, Edey et Kennedy (1995), Phelps (1994).

Les autorités perçoivent-elles ce lien ? La question renvoie à une hypothèse cruciale sur le comportement des agents, de même nature que celle qui permet, en économie industrielle, de fonder la différence entre une firme au comportement concurrentiel ou cournotien. Dans le cas où $\alpha = \beta = 0$ et $n = 2$, on retrouve le modèle de Van Aarle *et al* (1997). Cette écriture avec taux d'intérêt exogène suppose l'absence d'externalité perçue entre les pays. Si on renonce à cette hypothèse, des externalités entre les pays apparaissent au niveau des contraintes budgétaires en raison de la sensibilité du taux d'intérêt aux instruments macroéconomiques. Van Aarle *et al* (1997) étaient parfaitement conscients du caractère discutable de l'hypothèse d'un taux d'intérêt pris comme une donnée, qu'ils justifient pour des raisons techniques (en note du bas de la page 420). En effet avec un taux d'intérêt endogène les contraintes budgétaires ne sont plus linéaires et le traitement technique du modèle, qui n'est plus linéaire quadratique, devient problématique.

Quand $\alpha > 0$ et $\beta > 0$, nous introduisons de façon *ad hoc* le modèle d'interactions perçu par les autorités, qui sont supposées linéaires et préservent ainsi la structure linéaire quadratique du modèle⁸. La modélisation retenue réalise un compromis entre d'une part la nécessité de rendre compte des externalités entre les pays, conformément aux enseignements des études empiriques évoquées plus haut, et d'autre part les difficultés techniques inhérentes au problème ; ce compromis est dicté par la volonté d'obtenir des résultats analytiques sans lesquels une appréhension qualitative du problème reste difficile, voire impossible. Il va de soi que notre choix restreint les conclusions qu'il est possible de tirer de cet exercice⁹.

Il reste à donner des précisions à la fois théoriques et empiriques sur le rôle joué par les grandeurs $F(t) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n f_j(t)$ et $M(t) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n m_j(t)$, au niveau des contraintes budgétaires, i.e. sur le modèle de l'économie utilisé par les autorités.

Selon notre écriture des contraintes budgétaires, $F(t)$ exerce une pression à la hausse sur l'endettement. Cela traduit l'hypothèse que le déficit fiscal mondial moyen a une conséquence indirecte, déstabilisatrice, sur l'ensemble des dettes par le canal du taux d'intérêt. Il s'agit simplement ici d'incorporer les enseignements théoriques des modèles macroéconomiques du type Mundell-Fleming. Ainsi une relance dans un pays accroît le déficit mondial

⁸ Il y a aussi de bonnes raisons théoriques et empiriques de penser que le niveau de dette agrégé a une influence positive sur le taux d'intérêt mondial. En terme formel il faudrait rajouter à droite des égalités la grandeur $+\psi \sum_{i=1}^n d_i$, $\psi \geq 0$. Les résultats présentés dans ce travail restent valides avec cet ajout, mais les conditions et expressions associées sont plus compliquées. Nous reviendrons en conclusion sur les conséquences de cette modélisation plus complète du problème.

⁹ Idéalement on souhaiterait disposer d'une description des marchés financiers et de ses intervenants afin d'endogénéiser le taux d'intérêt. L'absence de ces fondements microéconomiques inscrit l'article dans une démarche résolument macroéconomique.

moyen, crée un déséquilibre entre l'épargne et l'investissement qui, pour être éliminé, doit être suivi d'une augmentation du taux d'intérêt¹⁰. Cette augmentation alourdit ensuite le service de la dette dans tous les pays. Le lien positif entre déficits et taux d'intérêt est au coeur d'une controverse documentée par une importante littérature empirique. Si la plupart des auteurs reconnaissent l'existence d'un tel lien, il ne semble pas se dégager de consensus sur le sens de la causalité. Pour Passet (1997) ce sont les taux d'intérêt qui causent les déficits et non le contraire¹¹. Son argumentation basée sur la chronologie des deux grandeurs est recevable mais ne saurait faire des déficits une variable exclusivement déterminée par les décisions en matière de taux d'intérêt ; ce serait nier toute marge de manoeuvre au Gouvernement en matière budgétaire. Cebula et Koch (1999) avancent la possibilité plus nuancée d'une relation bi-directionnelle.

En second lieu l'endettement baisse avec $M(t)$; le seignuriage mondial moyen a une conséquence indirecte, stabilisatrice, sur la variation de l'endettement de chaque pays par l'effet taux d'intérêt. Ce second effet peut être imputable notamment à l'inflation qui, dans une certaine mesure au moins, doit accompagner l'augmentation de la masse monétaire, et qui érode la valeur réelle du service de la dette (taxe d'inflation) ; l'effet provient aussi de la répercussion sur le marché des titres du changement d'équilibre survenu sur le marché de la monnaie, selon les mécanismes habituels de la courbe LM¹².

Pour fixer les idées le tableau 1 ci-dessous reporte les résultats de régression économétriques récentes. La première ligne par exemple se lit ainsi : dans l'article de Bernhardsen (2000) les variables expliquées sont les écarts de taux d'intérêt par rapport à l'Allemagne et les coefficients estimés attachés aux variables explicatives Déficit et Inflation sont 0.05 et 0.42. L'auteur a procédé à une estimation contrainte, imposant l'égalité des coefficients pour chaque variable explicative d'un pays à l'autre. L'ensemble des estimations présentées ci-dessous sont significatives (à un seuil de 95 %) sauf pour la variable Déficit chez Bernhardsen (2000).

¹⁰ Pour davantage de détails sur le lien théorique entre déficit et taux d'intérêt on peut lire Ball et Mankiw (1995). On peut aussi trouver une présentation pédagogique des effets des politiques économiques de "grandes" économies sur le taux d'intérêt mondial chez Mankiw, 1992, *Macroeconomics*, chapitre 13, en particulier son annexe.

¹¹ Sur cette question de causalité voir aussi Cheng (1998), et Cebula (1997a et 1997b).

¹² Voir aussi Mankiw, 1992, chapitre 13.

Article	Variable expliquée	Déficit	Inflation	Masse mon.	Précisions
Bernhardsen 2000	Ecarts de taux d.int. par rapport à l'Allemagne	0.05	0.42	non disp.	Coefficients contraints
Kuot et de Haan 1995	Taux d.int. nom. moyen européen	4.06E-3	0.406	-3.99E-3	Table 4 page 182
Orr, Edey, et Kennedy 1995	Taux d.int. réels à long terme en diff. premières	0.09	0.5	non disp.	Equ. simult. avec coeff. contraints
Phelps 1994	Taux d.int. court réel mondial	0.2615	-0.0009	non disp.	

Tableau 1 : *L'impact des politiques conjoncturelles sur les taux d'intérêt*

Outre la confirmation empirique d'interactions internationales, les valeurs numériques de ce tableau apportent deux informations supplémentaires : *i*) les deux instruments n'ont pas le même impact sur le taux d'intérêt ; *ii*) la prédominance d'un instrument n'est pas assurée, ainsi chez Phelps la variable déficit est prépondérante alors que l'inflation l'emporte chez Orr, Edey et Kennedy. La comparaison de ces différents résultats reste de toute façon délicate, les auteurs n'utilisant ni les mêmes modèles, ni les mêmes définitions pour les variables - en particulier pour la variable endogène et pour la politique monétaire - ni enfin les mêmes données. En théorie cette différence d'impact n'est pas surprenante puisque les deux types d'instrument n'agissent pas sur le taux d'intérêt *via* des canaux strictement identiques : le premier effet d'une réduction ou d'une augmentation du déficit public c'est de perturber l'équilibre sur le marché des biens, alors que modifier l'offre de monnaie c'est affecter directement l'équilibre des marchés financiers.

2.2 Les objectifs des macro-agents

Les éléments restants du modèle sont identiques à ceux de Van Aarle et al (1997) *modulo* des simplifications qui tiennent à des hypothèses de symétrie. Les pays sont identiques sauf en ce qui concerne les conditions de dette initiales. Dans chaque pays on trouve deux instances de décision distinctes : un gouvernement qui contrôle le déficit fiscal et une banque centrale qui pilote la création monétaire.

Le gouvernement *i* détermine la séquence de déficits primaires $f_i(\cdot)$ de façon à minimiser la fonction de perte intertemporelle :

$$J_i^F = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} [(f_i(t) - \bar{f})^2 + q_g d_i(t)^2] dt, \quad \rho, q_g > 0$$

sous sa contrainte (CB_i). La fonctionnelle J_i^F correspond à une cible de dette nulle et une cible de déficit \bar{f} . Cette dernière provient de considérations macroéconomiques ou politiques exogènes au modèle, comme par exemple les fameux 3 % du Traité de Maastricht.

L'objectif intertemporel de la banque centrale nationale est :

$$J_i^M = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} [(m_i(t) - \bar{m})^2 + q_m d_i(t)^2] dt, \quad q_m > 0$$

Cette fonction de perte présente une cible de dette nulle et de création monétaire \bar{m} qui peut correspondre par exemple à des objectifs en terme de taux de change ou d'inflation.

Le paramètre ρ est le taux préférence pour le présent des agents. Les poids q_g et q_m que chaque catégorie de décideur accorde à la dette dans son objectif total peuvent être différents mais les pays sont symétriques dans la mesure où ils sont composés d'instances monétaires et fiscales parfaitement identiques d'un pays à l'autre.

Dans ce modèle la convergence des fonctions de perte est garantie lorsque le taux d'escompte est supérieur au taux d'intérêt ($\rho > r$), hypothèse courante dans les modèles de croissance et que nous supposons toujours satisfaite dans cet article. L'intuition est la suivante : livrée à elle-même la dette explose au taux r et c'est aux politiques conjoncturelles de contre-carrer cette évolution. Les efforts de stabilisation consentis par les autorités sont d'autant plus faibles que la préférence pour le présent est faible (ρ petit et proche de zéro), et pour des efforts trop faibles la dette peut ne pas converger. Cette condition écarte ce cas de figure explosif¹³.

Les agents poursuivent donc un objectif spécifique, à savoir un usage de leur contrôle $f_i(\cdot)$ ou $m_i(\cdot)$ aussi proche que possible des cibles \bar{f} ou \bar{m} , mais aussi un objectif commun : la stabilisation de la dette. Notons que chaque agent préfère laisser la stabilisation de la dette aux soins des autres de façon à se consacrer à son objectif spécifique : dans chaque pays la Banque centrale bénéficie d'une maîtrise des déficits et des seigneuriages à l'étranger. De même le gouvernement bénéficie d'un financement monétaire ainsi que d'une plus grande discipline fiscale dans les autres pays. En d'autres termes nous sommes en présence d'un problème de passerager clandestin.

3 L'équilibre symétrique avec banques nationales

Pour un gouvernement le problème est de stabiliser sa dette par une utilisation minimale du déficit primaire $f_i(\cdot)$, tout en respectant sa contrainte budgétaire et en prenant comme données les trajectoires fiscales et monétai-

¹³ Pour une discussion du même ordre dans les modèles de croissance, voir Arrow et Kurz (1970), pages 64 à 74.

res des autres agents. Quant à la Banque centrale du même pays, elle s'efforce de minimiser sa perte par le choix d'une trajectoire adéquate pour la création monétaire $m_i(\cdot)$, en respectant sa contrainte budgétaire et compte tenu des trajectoires des autres politiques macroéconomiques. Un équilibre de Nash avec engagement (ou en boucle ouverte) du jeu avec banques nationales est un profil de trajectoires :

$$(f_1^o(\cdot), \dots, f_n^o(\cdot), m_1^o(\cdot), \dots, m_n^o(\cdot))$$

où l'instrument de chaque décideur minimise son critère, les choix des autres étant donnés.

Proposition 1. *Le jeu avec banques nationales admet un unique équilibre de Nash convergent en boucle ouverte.*

Preuve : annexe A.

Selon la proposition 1, quels que soient les niveaux de dette initiaux, les comportements des agents à l'équilibre conduisent les dettes, les déficits et les seigneuriages vers des niveaux de long terme que nous désignerons (d, f, m) .

D'après les calculs de l'annexe A, la valeur stationnaire pour la dette est :

$$d = \frac{(\rho - r)[(1 + \alpha)\bar{f} - (1 + \beta)\bar{m}]}{G + B - r(\rho - r)} \quad (1)$$

avec

- $G \equiv (1 + \alpha)(1 + \alpha/n)q_g$, l'effet sur la dette stationnaire de l'intérêt porté à la dette par les autorités fiscales,
- $B \equiv (1 + \beta)(1 + \beta/n)q_m$, l'effet sur la dette stationnaire de l'attention portée à la dette par les autorités monétaires.

Cette valeur stationnaire pour la dette est positive quand $(1 + \alpha)\bar{f} \geq (1 + \beta)\bar{m}$ et $q_g + q_m > r(\rho - r)$. Ces inégalités découlent en fait d'un souci de cohérence économique du modèle. En effet quand les poids q_g et q_m attachés à la dette sont faibles, et à la limite tendent vers 0, c'est une stratégie dominante pour les agents de choisir leur cible (i.e. $f_i(t) = \bar{f}$ et $m_i(t) = \bar{m}$, pour s'en assurer il suffit de reprendre les conditions d'optimalité donnée dans l'annexe A et voir ce qui se passe lorsque q_g et q_m tendent vers 0). Mais dans le cas où les autorités jouent des stratégies qui se rapprochent des cibles, ces deux inégalités assurent que la dette est conduite vers un niveau positif. Dans la suite on suppose que ces inégalités sont respectées.

Le niveau de dette stationnaire est donc identique pour tous les pays et il est d'autant plus élevé que le nombre de pays est grand : l'importance des externalités subies étant plus grande la stabilisation de la dette est moins efficace. On observera par ailleurs que le niveau de dette d est d'autant plus important que les autorités se désintéressent de l'endettement au bénéfice des autres objectifs, déficits et inflation (q_g et/ou q_m petits).

Les niveaux stationnaires du déficit primaire et du seigneurage :

$$f = -(\rho - r)^{-1}(1 + \alpha/n)q_g d + \bar{f} \tag{2}$$

$$m = -(\rho - r)^{-1}(1 + \beta/n)q_m d + \bar{m} \tag{3}$$

montrent une relation décroissante entre f et d , et une relation croissante entre m et d .

4 L'équilibre avec une Banque Centrale Européenne

Supposons maintenant que les banques centrales de certains pays se regroupent pour former une Banque Centrale Européenne (BCE). Considérons que n_1 pays adoptent une institution monétaire commune et que les $n_2 = n - n_1$ autres pays restent en-dehors de l'union. On note U l'ensemble des pays qui participent à l'union.

Tout financement monétaire dans les pays de l'union provient désormais de la BCE. Comment le seigneurage de la nouvelle banque va-t-il se répartir entre les pays de l'union ? Appelons M_u le seigneurage nominal créé par la BCE, $Y_u = n_1 Y$ le PIB nominal de l'union, et $m_u = M_u / Y_u$ le rapport seigneurage de l'union/PIB de l'union. On suppose que le seigneurage est réparti à parts égales entre les pays de l'union. En définitive, le seigneurage, en termes relatifs, qui revient à un pays i de l'union est :

$$m_i = \frac{M_i}{Y_i} = \frac{\frac{1}{n_1} M_u}{\frac{1}{n_1} Y_u} = m_u \quad i \in U.$$

La dette nationale d'un pays de l'union évolue alors selon :

$$(CB_u) \left\{ \begin{array}{l} \dot{d}_i(t) = r d_i(t) + f_i(t) - m_u(t) + \frac{\alpha}{n} \sum_1^n f_i(t) - \frac{\beta}{n} (n_1 m_u + \sum_{j \notin U} m_j), \\ d_i(t) = d_{0i} \quad t \in R^+, \quad i \in U. \end{array} \right\}$$

Pour la dette d'un pays i hors de l'union, la contrainte budgétaire s'écrit de la même façon mais en substituant $-m_i(t)$ à $-m_u(t)$.

Dans ce nouveau contexte institutionnel la BCE se substitue aux banques centrales nationales de l'union. Le comportement de cette nouvelle autorité se déduit du programme :

$$\min_{m_u(t)} J_u^M = \frac{1}{2} \int_0^\infty e^{-\rho t} \left[(m_u(t) - \bar{m})^2 + q_m \left(\frac{1}{n_1} \sum_{j \in U} d_j(t) \right)^2 \right] dt \tag{4}$$

sous les contraintes (CB_u) . La BCE conserve l'objectif spécifique de la maîtrise de l'inflation, avec la même cible \bar{m} qui prévalait avant le changement

institutionnel ; elle s'intéresse en outre à la stabilisation de la dette moyenne de l'union. C'était la formulation retenue par Aarle, Bovenberg et Raith (1997). Rappelons qu'on retrouve leur analyse à partir du modèle ci-dessus lorsque $n = n_1 = 2$, $\alpha = \beta = 0$.

Quant aux banques centrales hors de l'union et aux n autorités fiscales, leurs objectifs restent inchangés mais ils sont soumis aux nouvelles contraintes budgétaires.

Les agents ont la possibilité de s'engager pour la totalité de leurs actions futures et un équilibre de Nash en boucle ouverte du jeu avec une banque centrale commune est un profil de trajectoires :

$$(\tilde{d}_1(\cdot), \dots, \tilde{d}_n(\cdot), \tilde{f}_1(\cdot), \dots, \tilde{f}_n(\cdot), \tilde{m}_u(\cdot), \{\tilde{m}_j(\cdot)\}_{j \in U})$$

où l'instrument de chaque décideur minimise son critère, les instruments des autres étant donnés.

Encore une fois, on peut montrer que pour toute condition initiale, les politiques fiscales et monétaires font converger l'économie vers un état stationnaire.

Proposition 2. *Le jeu avec une BCE admet un unique équilibre de Nash convergent en boucle ouverte.*

Preuve : annexe B.

Le nouvel état stationnaire, noté $(d_u, f_u, m_u, d_*, f_*, m_*)$, révèle une asymétrie entre les pays. S'agissant des dettes par exemple, les pays de l'union ont un niveau d_u , alors que les pays hors de l'union ont un niveau d_* (voir annexe B). Ces deux valeurs sont dans un rapport de proportionnalité ε :

$$\frac{d_*}{d_u} \equiv \frac{r(\rho - r) - (1 + \alpha/n)q_g - (1 + \frac{n_1}{n}\beta)q_m}{r(\rho - r) - (1 + \alpha/n)q_g - (1 + \beta/n)q_m} \equiv \varepsilon \geq 1 \quad (5)$$

qui dépend des externalités fiscales et monétaires (α et β) et qui croît avec le nombre de pays dans l'union.

Les valeurs stationnaires d_u et d_* sont :

$$d_u = \frac{(\rho - r)[(1 + \alpha)\bar{f} - (1 + \beta)\bar{m}]}{G_u + B_u - r(\rho - r)} \quad (6)$$

$$d_* = \frac{(\rho - r)[(1 + \alpha)\bar{f} - (1 + \beta)\bar{m}]}{G_* + B_* - r(\rho - r)} \quad (7)$$

avec :

- $G_u \equiv (1 + \alpha/n)[(1 + \frac{n_1}{n}\alpha) + \varepsilon \frac{n_2}{n}\alpha]q_g$, l'effet sur d_u du poids accordé à la dette dans l'objectif des autorités fiscales de l'union,

- $B_u \equiv [(1 + \frac{n_1}{n}\beta)^2 + \varepsilon \frac{n_2}{n}\beta(1 + \beta/n)]q_m$, l'effet sur d_u de l'intérêt accordé à la dette par la BCE,
- $G_* \equiv (1 + \alpha/n)[(1 + \frac{n_2}{n}\alpha) + \varepsilon^{-1}\frac{n_1}{n}\alpha]q_g$, l'effet sur d_* du poids accordé à la dette dans l'objectif des autorités fiscales hors de l'union,
- $B_* \equiv [(1 + \beta/n)(1 + \frac{n_2}{n}\beta) + \varepsilon^{-1}\frac{n_1}{n}\beta(1 + \frac{n_1}{n}\beta)]q_m$, l'effet sur d_* de l'intérêt accordé à la dette par les autorités monétaires hors de l'union,

Les niveaux de long terme pour les politiques fiscales et monétaires, dans et hors de l'union, sont donnés par les expressions :

$$f_u = -(\rho - r)^{-1}(1 + \alpha/n)q_g d_u + \bar{f} \quad (8)$$

$$f_* = -(\rho - r)^{-1}(1 + \alpha/n)q_g d_* + \bar{f} \quad (9)$$

$$m_u = (\rho - r)^{-1}(1 + \frac{n_1}{n}\beta)q_m d_u + \bar{m} \quad (10)$$

$$m_* = (\rho - r)^{-1}(1 + \beta/n)q_m d_* + \bar{m} \quad (11)$$

5 Effets du changement institutionnel

On remarquera que lorsque les externalités monétaires sont absentes $\beta = 0$, on a $d_u = d_* = d$, $f_u = f_* = f$ et $m_u = m_* = m$; dans une économie où il n'existe pas d'externalités monétaires internationales, renforcer le poids stratégique des autorités monétaires n'a aucune conséquence, du moins à long terme. Ceci explique le résultat de Aarle, Bovenberg et Raith (1997). Sinon, comme l'a montré la section précédente, la mise en place d'une BCE introduit une asymétrie entre les pays. Peut-on connaître plus précisément les conséquences sur les variables macroéconomiques et les pertes des agents ? Les énoncés qui suivent apportent des éléments de réponse, en commençant par les pays qui forment l'Union.

Proposition 3. *La dette stationnaire en boucle ouverte d_u de l'équilibre avec une BCE est plus basse que celle de l'équilibre avec Banques nationales $d(d_u < d)$ si et seulement si il existe des externalités monétaires entre les pays ($\beta > 0$).*

Le déficit fiscal stationnaire f_u de l'équilibre avec une BCE est plus élevé que celui de l'équilibre avec Banques nationales $f(f_u > f)$ si et seulement si il existe des externalités monétaires entre les pays ($\beta > 0$).

Preuve : annexe C.

La proposition 3 montre donc l'importance des externalités provoquées par les instruments monétaires. Cela se comprend de la façon suivante : créer

une BCE revient à centraliser une partie des décisions monétaires de sorte à guider le nouveau résultat du jeu dans un sens plus favorable aux objectifs monétaires. Pour cette raison l'adoption d'une BCE réduit la dette stationnaire des pays de l'Union. Mais cela s'accompagne d'un déficit fiscal de long terme plus important. Faut-il en conclure un plus grand laxisme monétaire ? Cette crainte d'une « tragédie des communs » pour la BCE est un peu hâtive pour deux raisons.

Tout d'abord, dans un régime stationnaire dettes, déficits et créations monétaires vérifient :

$$0 = rd_i(t) + f_i(t) + F(t) - m_i(t) - M(t).$$

Clairement, un accroissement de $f_i(t) + F(t)$, à politique monétaire inchangée, doit s'accompagner d'une baisse de la dette, en contradiction avec ce que prédirait l'intuition immédiate. La contradiction est levée dès lors que, dans l'analyse d'une telle perturbation, on distingue bien ses effets dans la transition de ses effets sur le régime stationnaire. Ainsi, un accroissement permanent du déficit a bien comme conséquence une variation plus grande de l'endettement en régime non stationnaire, mais conduira (plus vite) à un niveau de dette stationnaire plus bas. Les résultats de la Proposition 3 sont donc *a priori* compatibles avec une création monétaire stationnaire inchangée, voire inférieure à celle qui prévalait sans BCE. La flexibilité du modèle permet dans certains cas de conclure sur cette question. Supposons pour simplifier que tous les pays soient dans l'Union. On a alors le résultat :

Proposition 4. Quand tous les pays sont dans l'Union $n_1 = n$ et quand il existe des externalités monétaires ($\beta > 0$), il y a « tragédie des communs » pour la BCE $m_U > m$ si et seulement si

$$(1 + \alpha)(1 + \alpha/n)q_g > r(\rho - r).$$

Preuve : annexe D.

Exprimons le message de cette proposition d'une autre façon : loin de conduire à une sur-exploitation de la BCE, le changement institutionnel peut produire une réduction de la masse monétaire pourvu que les externalités fiscales soient de faible importance ou/et que les autorités fiscales se préoccupent peu de la stabilisation de la dette. Dans ce dernier cas, les Gouvernements portent tous leurs efforts sur la stabilisation du déficit, ce qui permet à la BCE de stabiliser la dette à un moindre coût en terme de seigneuriage.

Si un plus grand laxisme fiscal dans l'Union ne permet pas de conclure nécessairement à une tragédie des communs, c'est en second lieu parce que, dans un monde interdépendant, il faut aussi vérifier comment les déficits à l'extérieur de l'Union vont évoluer après le changement institutionnel. Une baisse de ces derniers pourrait, par exemple, réduire le taux d'intérêt et exactement neutraliser les conséquences déstabilisatrices de la hausse des déficits de l'Union.

A l'extérieur de l'union, la distinction de deux situations va se révéler décisive. Lorsque l'inégalité suivante :

$$\beta q_m \left[\left(1 + \frac{n_1}{n} \beta \right) - (1 + \beta/n) \varepsilon \right] > (1 + \alpha/n) q_g (\varepsilon - 1) \quad (12)$$

est vérifiée, nous parlerons du cas où *les externalités monétaires dominent les externalités fiscales*.

Pour les pays à l'extérieur de l'union, on a les résultats suivants :

Proposition 5. *La dette stationnaire d_* de l'équilibre avec une BCE est plus basse que celle de l'équilibre avec Banques nationales ($d_* < d$) si et seulement si les externalités monétaires dominent les externalités fiscales.*

Le déficit fiscal stationnaire f_ de l'équilibre avec une BCE est plus élevé que celui de l'équilibre avec Banques nationales ($f_* > f$) si et seulement si les externalités monétaires dominent les externalités fiscales.*

Le seigneurage stationnaire m_ de l'équilibre avec une BCE est moins important que celui de l'équilibre avec banques nationales ($m_* < m$) si et seulement si les externalités monétaires dominent les externalités fiscales.*

Preuve : annexe E.

Remarque : quand les externalités fiscales dominent les externalités monétaires, les conclusions précédentes sont renversées : $d_* > d$, $f_* < f$, $m_* > m$.

A priori l'apparition d'une union monétaire a un effet ambigu sur l'endettement à long terme des pays hors union. Ils peuvent se retrouver plus ou moins endettés. Intuitivement on comprend que l'internalisation d'une partie des externalités monétaires peut avoir deux effets contradictoires sur la dette hors de l'union. Un premier effet, bénéfique pour l'endettement des pays en dehors de l'union, résulte de la réduction des externalités subies. Le second effet, négatif cette fois, est la conséquence d'une réaffectation des efforts de stabilisation au bénéfice de l'union et au détriment de l'endettement hors de l'union. Quand les externalités monétaires dominent les externalités fiscales, c'est le premier effet qui l'emporte. Cependant il n'y a pas d'équivoque sur la situation financière par rapport aux pays de l'union puisque $d_u \leq d_*$.

Quant à la crainte d'une tragédie des communs, de simples calibrations numériques, reportées dans les tableaux 2, 3 et 4 ci-dessous, suffisent à montrer que, si elle n'est pas sans fondements - $m_U > m$ dans l'exemple 1 - elle peut aussi ne pas avoir lieu, quand bien même les déficits ont globalement augmenté : dans l'exemple 2, $f_U > f$ et $f_* = f$, et pourtant $m_U < m$. Ces deux configurations numériques ne diffèrent que par le paramètre q_g . Dans les deux cas, les externalités fiscales dominent les externalités monétaires (ce qui explique que la dette et le seigneurage hors de l'Union n'ont pas baissé, voir Proposition 5).

$q_g = 0.1$	$q_b = 0.7$	$\bar{f} = 0.3$	$\bar{m} = 0$
$\rho = 0.21$	$r = 0.1$	$\alpha = 0.0008$	$\beta = 0.02$

Tableau 2 : Paramètres de l'exemple 1

$q_g = 0.1$	$q_b = 0.7$	$\bar{f} = 0.3$	$\bar{m} = 0$
$\rho = 0.21$	$r = 0.1$	$\alpha = 0.0008$	$\beta = 0.02$

Tableau 3 Paramètres de l'exemple 2

	Exemple 1	Exemple 2
d	40,881	46,012
d_U	40,642	45,709
d_*	40,881	46,012
f	282,826	295,816
f_U	263,043	295,843
f_*	262,826	295,816
m	261,886	294,759
m_U	262,077	294,756
m_*	261,884	294,759

Tableau 4 : Variables macroéconomiques $\times 1000$

En l'absence de fondements microéconomiques l'inégalité (12), et donc la proposition 5, doivent être envisagées avec précaution. Clairement leur principal intérêt est de susciter une réflexion, éventuellement empirique, sur l'importance relative des externalités monétaire et fiscale. Mais il reste impossible d'exploiter la richesse de l'étude microéconomique des comportements sur les marchés, notamment sur le marché financier.

Les modifications apportées aux variables stationnaires par la BCE conduit à se demander comment les pertes des agents ont été affectées¹⁴. Considérons les coûts de long terme. Il suffit pour cela de comparer les coûts instantanés, calculés en l'état stationnaire :

¹⁴ Avec la naissance d'une BCE les Banques centrales des pays de l'Union ont « disparu ». Pour elles la question de savoir comment les pertes ont été affectées ne se pose pas. Seuls les cas des gouvernements, pour tous les pays, et des Banques nationales hors de l'union seront abordés.

- pour une autorité fiscale

$$\bar{J}_i^F = (f_i - \bar{f})^2 + q_g d_i^2,$$

- pour une banque centrale nationale

$$\bar{J}_i^M = (m_i - \bar{m})^2 + q_m d_i^2.$$

Avec les valeurs stationnaires pour les déficits fiscaux et les seigneuriages, on a pour une autorité fiscale :

$$\begin{aligned} \bar{J}_i^F &= [(\rho - r)^{-1}(1 + \alpha/2)q_g d]^2 + q_g d^2 \\ &= [(\rho - r)^{-2}(1 + \alpha/2)^2 q_g^2 + q_g] d^2 \end{aligned}$$

une fonction croissante avec la dette stationnaire, les externalités fiscales entre les pays et le poids donné à l'objectif dette ; plus ce dernier est important plus les gouvernements vont consentir des efforts de stabilisation. En revanche \bar{J}_i^M est une fonction décroissante de la préférence pour le présent. De la même façon pour une autorité monétaire on trouve :

$$\bar{J}_i^M = [(\rho - r)^{-2}(1 + \beta/2)^2 q_m^2 + q_m] d^2$$

Les coûts sont proportionnels au carré des dettes ; ils sont aussi croissants avec les externalités monétaires entre les pays (les autorités monétaires concèdent un seigneuriage stationnaire plus grand) et le poids accordé à la stabilisation de la dette. *A contrario* plus la préférence pour le présent est importante et plus ces coûts sont faibles.

Dans les expressions ci-dessus, pour les autorités fiscales comparer les paiements instantanés revient à comparer les dettes stationnaires. A partir des propositions précédentes il est clair que l'adoption d'une BCE améliore toujours le bien être des gouvernements de l'union. Cette amélioration se caractérise par un niveau de dette plus bas à long terme et un déficit stationnaire plus élevé. Quant aux pays hors de l'union, leur sort peut se dégrader ou s'améliorer selon que les externalités fiscales dominent les externalités monétaires ou sont dominées par elles.

6 Remarques finales

Cet article a donné, au moyen d'un modèle très simple, des réponses à des questions d'actualité concernant la stabilisation de la dette dans l'environnement institutionnel spécifique de l'Europe : la politique monétaire est centralisée alors que les politiques fiscales restent déterminées au niveau national.

Ce travail montre que, dans cette situation d'interactions stratégiques, l'introduction de la BCE modifie les choix sur les variables macroéconomiques. Ainsi la stabilisation de la dette est-elle accrue à l'intérieur de l'Union monétaire, avec pourtant un plus grand laxisme fiscal et sans néces-

sairement de « tragédie des communs » pour la BCE. Au final, une centralisation partielle des décisions (les politiques monétaires) profite à ceux qui la mettent oeuvre. En revanche cette centralisation partielle ne bénéficie pas nécessairement aux autres agents, le résultat final dépendant de deux effets contradictoires ; le premier effet, résultant de la réduction des externalités subies, profite à tous les pays, y compris ceux qui ne participent pas à l'union ; le second effet, négatif pour les pays hors de l'union, est la conséquence d'une réaffectation des stratégies en faveur des objectifs de l'union.

Les conclusions auxquelles nous arrivons sont-elles robustes ? On peut penser que le jeu des effets que nous venons de décrire resterait présent dans une formulation différente du problème dès lors que celle-ci incorpore des externalités entre les pays. Nous avons essayé d'introduire les interactions internationales via un effet de la dette globale sur le taux d'intérêt, c'est-à-dire avec des contraintes budgétaires du type :

$$(CB_i) \begin{cases} \dot{d}_i(t) = \dot{r}d_i(t) + f_i(t) - m_i(t) + \psi D(t), & D(t) = \sum_{i=1}^n d_i(t), \\ d_i(0) = d_{0i} & t \in R^+, \quad \psi \geq 0. \end{cases}$$

Avec cette nouvelle modélisation on perd la possibilité de discuter l'importance relative des externalités monétaires et fiscales et on peut donc s'attendre à des résultats univoques. C'est en effet le cas : l'introduction d'une BCE réduit la dette dans et en-dehors de la zone euro, autrement dit pour les pays à l'extérieur de l'union l'effet réduction des externalités l'emporte.

Il nous semble utile pour finir de faire quelques remarques sur les particularités de ce travail :

- la simplicité du modèle proposé ne permet pas l'étude du marché des capitaux, de ses intervenants et de son équilibre, ce qui permettrait d'endogénéiser le taux d'intérêt. Cela permettrait aussi de donner un contenu plus précis à la typologie des externalités qui conditionne les résultats de la proposition 4. Avec cette nouvelle dimension il faudrait probablement se concentrer sur des résultats numériques, dans une modélisation voisine qui serait un complément précieux à cet article ;
- il faudrait pouvoir tenir compte de différents régimes de change (le taux de change est supposé fixe dans ce travail). Ainsi, avant l'union les changes pouvaient être considérés comme fixes entre les pays du S.M.E. (à l'exception de la Grande Bretagne qui laissait flotter sa monnaie) ; après l'union les régimes de change avec les pays en dehors de l'union peuvent être fixes ou flexibles...
- les concepts de solution les plus adéquats pour décrire les comportements des agents avant et après l'union peuvent être différents de ceux que nous avons utilisés. Ainsi on s'accorde à dire que l'Allemagne était meneur de Stackelberg avant la mise en place de la BCE.

- Le changement institutionnel conduit à de plus forts déficits dans l'Union. Or ceux-ci ne doivent pas dépasser les 3% du PIB. Une extension de ce travail pourrait intégrer cette contrainte.

Annexes

Les démonstrations des propositions 1 et 2 étant longues et calculatoires nous n'en donnons ici que les principales lignes. Une présentation complète est exposée dans Figières (1999).

A Proposition 1

Chaque agent fait face à un problème de contrôle optimal paramétré par les trajectoires de politique macroéconomique des rivaux. On peut donc utiliser le Principe du Maximum pour caractériser les comportements des $2n$ agents. Ainsi les Hamiltoniens des autorités fiscales en valeurs courantes s'écrivent :

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{gi} = & \frac{1}{2}[(f_i(t) - \bar{f}) + q_g d_i^2(t)] \\ & + \lambda_i(t)[r d_i(t) + f_i(t)] - m_i(t) + \frac{\alpha}{n} \sum_1^n f_j(t) - \frac{\beta}{n} \sum_1^n m_j(t) \end{aligned}$$

Du Principe du Maximum on obtient les conditions suivantes d'optimalité :

$$\frac{\partial \tilde{H}_{gi}}{\partial f_i} = f_i - \bar{f} + \left(1 + \frac{\alpha}{n}\right) \lambda_i = 0 \quad \Leftrightarrow f_i = -\left(1 + \frac{\alpha}{n}\right) \lambda_i + \bar{f}$$

$$\dot{\lambda}_i = (\rho - r) \lambda_i - q_{gi} d_i$$

auxquelles s'ajoutent les conditions de transversalité
 $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-rt} \lambda_i(t) d_i(t) = 0$.

Les Hamiltoniens des BC en valeurs courantes sont :

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{bi} = & \frac{1}{2}[(m_i(t) - \bar{m})^2 + q_b d_i(t)^2] \\ & + \sigma_i(t) \left[r d_i(t) + f_i(t) - m_i(t) + \frac{\alpha}{n} \sum_1^n f_j(t) - \frac{\beta}{n} \sum_1^n m_j(t) \right] \end{aligned}$$

D'après le Principe du Maximum les conditions suivantes d'optimalité sont nécessaires :

$$\frac{\partial \tilde{H}_{bi}}{\partial m_i} = m_i - \bar{m} - \left(1 + \frac{\beta}{n}\right) \sigma_i = 0 \quad \Leftrightarrow m_i = \left(1 + \frac{\beta}{n}\right) \sigma_i + \bar{m}$$

$$\dot{\sigma}_i = (\rho - r) \sigma_i - q_b d_i$$

et les conditions de transversalité sont $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-rt} \sigma_i(t) d_i(t) = 0$

Déterminer l'équilibre de Nash du jeu c'est résoudre simultanément toutes les conditions nécessaires d'optimalité, qui sont données ici par les systèmes différentiels :

$$(SD) \begin{cases} \dot{d}_i = r d_i + f_i - m_i + \frac{\alpha}{n} \sum_{j=1}^n f_j - \frac{\beta}{n} \sum_{j=1}^n m_j \\ \dot{f}_i = (\rho - r) f_i + (1 + \alpha/n) q_g d_i - (\rho - r) \bar{f} \\ \dot{m}_i = (\rho - r) m_i - (1 + \beta/n) q_b d_i - (\rho - r) \bar{m} \end{cases}$$

avec les conditions aux bornes, pour $i = 1, \dots, n$. Le principe de la démonstration consiste à calculer l'unique solution convergente du système de dimension $3n$ formé par ces n systèmes de dimension 3, ce qui démontre du même coup l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash convergent.

L'état stationnaire de (SD) est un triplet de solutions constantes (d, f, m) . Identique pour tous les pays, ce triplet est solution du système de trois équations à trois inconnues obtenu en annulant les dérivées dans (SD) . On trouve ainsi pour la dette l'expression (1) du texte.

B Proposition 2

La démarche est identique à celle utilisée dans la proposition précédente et n'en diffère que par les nouvelles contraintes budgétaires et l'apparition d'une autorité monétaire commune pour un sous ensemble de pays. On étudie $n + n_2 + 1$ problèmes d'optimisation dynamique qui, lorsqu'on les regroupe, caractérisent l'équilibre de Nash avec BCE comme solution du système de dimension $2n + n_2 + 1$:

$$(SD_U) \begin{cases} \dot{d}_i = r d_i + f_i - m_U + \frac{\alpha}{n} \sum_1^n f_j - \frac{\beta}{n} (n_1 m_U + \sum_{j \in U} m_j), & i \in U \\ \dot{d}_i = r d_i + f_i - m_i + \frac{\alpha}{n} \sum_1^n f_j - \frac{\beta}{n} (n_1 m_U + \sum_{j \in U} m_j), & i \notin U \\ \dot{f}_i = (\rho - r) f_i + (1 + \alpha/n) q_g d_i - (\rho - r) \bar{f}, & i = 1, \dots, n \\ \dot{m}_U = (\rho - r) m_U - \left(1 + \frac{n_1 \beta}{n}\right) \frac{q_b}{n_1} \sum_{i \in U} d_i - (\rho - r) \bar{m} \\ \dot{m}_i = (\rho - r) m_i - (1 + \beta/n) q_b d_i - (\rho - r) \bar{m}, & i \notin U \end{cases}$$

Le nouvel état stationnaire (d_U, d_*, f, m_U, m) s'obtient comme solution constante de (SD_U) , un système de cinq équations à cinq inconnues. Les valeurs stationnaires d_U et d_* sont présentées dans le corps de l'article.

C Preuve de la proposition 3

Partons de l'expression de d :

$$d = \frac{(1 + \beta)\bar{m} - (1 + \alpha)\bar{f}}{r - G - B}$$

avec

$$- G \equiv (\rho - r)^{-1}(1 + \alpha)(1 + \alpha/n)q_g,$$

$$- B \equiv (\rho - r)^{-1}(1 + \beta)(1 + \beta/n)q_b,$$

et de celle de d_U :

$$d_U = \frac{(1 + \beta)\bar{m} - (1 + \alpha)\bar{f}}{r - G_U - B_U}$$

avec :

$$- G_U \equiv (\rho - r)^{-1}(1 + \alpha/n) \left[\left(1 + \frac{n_1}{n} \alpha \right) \varepsilon \frac{n_2}{n} \alpha \right] q_g,$$

$$- B_U \equiv (\rho - r)^{-1} \left[\left(1 + \frac{n_1}{n} \beta \right)^2 + \varepsilon \frac{n_2}{n} \beta (1 + \beta/n) \right] q_b,$$

$$- \varepsilon \equiv \frac{r(\rho - r) - (1 + \alpha/n)q_g - \left(1 + \frac{n_1}{n} \beta \right) q_b}{r(\rho - r) - (1 + \alpha/n)q_g - (1 + \beta/n)q_b}.$$

On a

$$d_U < d \quad \Leftrightarrow \quad G_U + B_U > G + B$$

L'inégalité à droite, après manipulations, revient à :

$$(1 + \alpha/n) \left[\left(1 + \frac{n_1 \varepsilon n_2}{n} \alpha \right) - (1 + \alpha) \right] q_g$$

$$+ \left[\left(1 + \frac{n_1}{n} \beta \right)^2 + \varepsilon \frac{n_2}{n} \beta (1 + \beta/n) - (1 + \beta)(1 + \beta/n) \right] q_b > 0$$

Or cette dernière inégalité est toujours vérifiée si et seulement si $\beta > 0$.

En ce qui concerne le déficit fiscal, d'après les expressions de f_U et f on a $f_U > f \Leftrightarrow d_U < d$. QED

D Preuve de la proposition 4

D'après les expressions (1) et (6), on peut écrire :

$$\frac{1}{d} = p + q(1 + \beta/n), \tag{13}$$

$$\frac{1}{d_U} = p + q(1 + \beta), \quad (14)$$

avec :

$$p = \frac{(1 + \alpha)(1 + \alpha/n)q_g - r(\rho - r)}{(\rho - r)[(1 + \alpha)\bar{f} - (1 + \beta)\bar{m}]},$$

$$q = \frac{(1 + \beta)q_b}{(\rho - r)[(1 + \alpha)\bar{f} - (1 + \beta)\bar{m}]} > 0.$$

Or d'après (3) et (10), il est possible d'écrire :

$$\frac{m_U - \bar{m}}{m - \bar{m}} = \frac{(1 + \beta)d_U}{(1 + \beta/n)d}$$

ou encore avec (13) et (14) :

$$\frac{m_U - \bar{m}}{m - \bar{m}} = \frac{p(1 + \beta/n)^{-1} + q}{p(1 + \beta)^{-1} + q} > 1 \Leftrightarrow p > 0,$$

et le résultat se déduit de l'expression de p . QED.

E Preuve de la proposition 5

Partons de l'expression de d et de celle de d_* :

$$d_* = \frac{(1 + \beta)\bar{m} - (1 + \alpha)\bar{f}}{r - G_* - B_*}$$

avec :

- $G_* \equiv (\rho - r)^{-1}(1 + \alpha/n) \left[\left(1 + \frac{n_2}{n}\alpha\right) + \varepsilon \frac{n_1}{n}\alpha \right] q_g,$
- $B_* \equiv (\rho - r)^{-1} \left[\left(1 + \frac{n_2}{n}\beta\right)(1 + \beta/n) + \varepsilon^{-1} \frac{n_1}{n}\beta \left(1 + \frac{n_1}{n}\beta\right) \right] q_b.$

On a

$$d_* < d \Leftrightarrow G_* + B_* > G + B$$

L'inégalité à droite, après manipulations, revient à :

$$\beta q_b \left[\left(1 + \frac{n_1}{n}\beta\right) - (1 + \beta/n)\varepsilon \right] > (1 + \alpha/n)q_g(\varepsilon - 1) \quad QED$$

Références

- Arrow K. J. and M. Kurz (1970). *Public Investment, the Rate of Return, and Optimal Fiscal Policy*, Baltimore: John Hopkins Press.
- Ball L. and N.G. Mankiw (1995). “What Do Budget Deficits Do?”, *NBER working paper*, 5263.
- Bas van Aarle, A. Lans Bovenberg, Matthias G. Raith (1997). “Is there a tragedy of a common central bank? A dynamic analysis”, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 21, 417-447.
- Basar, T. and G. J. Olsder [1982] (1995). *Dynamic Non Cooperative Game Theory*, second edition, London and San Diego: Academic Press.
- Beetsma R. W. J. and Bovenberg A. L. (1997). “Central Bank Independence and Public Debt Policy”, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 21(45), pp. 873-94.
- Benaïm S. (1999). “Interdépendances entre les taux d’intérêt à long terme”, *Economie et Sociétés, Série “Monnaie”*, ME, n° 1-2, 9-10, 119-155.
- Bernhardsen T. (2000). “The relationship between interest rate differentials and macroeconomic variables: a panel data study for European countries”, *Journal of International Money and Finance*, 19, 289-308.
- Bovenberg, A. L., J. J. M. Kremers, and P. R. Mason (1991). “Economic and monetary union in Europe and constraints on national budgetary policies”, *IMF Staff Papers*, 38, 374-398.
- Bryson J.H. (1994). “Macroeconomic Stabilization through Monetary and Fiscal Policy Coordination: Implication for European Monetary Union”, *Open Economies Review*, 5(4), 307-26.
- Bryson J.-H., H. Jenssen and D.D. Van Hoose (1993). “Rules, Discretion, and International Monetary and Fiscal Policy Coordination”, *Open Economies Review*, 4(2), 117-32.
- Capoen F., H. Sterdyniak et P. Villa (1994). « Indépendance des Banques centrales, politiques monétaire et budgétaire : une approche stratégique », *Document de travail de l’OFCE*, n° 94-03, juin.
- Cebula R. (1999). “Budget Deficits, Capital Flows and Long-Term Interest Rates: Cointegration Findings for the United Kingdom”, *International Advances in Economic Research*, 5(4), 489-95.
- Cebula R. (1997a). “Structural Budget Deficits and the Ex-Ante Real Long Term Interest Rate: an Analysis of the Direction of Causality”, *Public Finance*, 52(1), 36-49.
- Cebula R. (1997b). “Government Deficits, ex post Real Long-Term Interest Rates and Causality”, *Banca Nazionale del Lavoro Quarterly Review*, 50(202), 325-36.

- Cebula R. and J.V. Koch (1999). "U.S. Federal Budget Deficits: An Exploratory Empirical Note on Determining Factors during the Carter and Reagan Administrations", *Economia Internazionale*, 52(3), 309-15.
- Cebula R. (2000). "Impact of Budget Deficits on Ex Post Real Long-Term Interest Rates", *Applied Economic Letters*, 7(3), 177-79.
- Cheng B. (1998). "The Causality between Budget Deficit and Interest Rates in Japan: An Application of Time Series Analysis", *Applied Economics Letters*, 5(7), 419-22.
- Debelle G.L. (1994). *Central Bank Independence and Inflation*, Massachusetts Institute of Technology Ph.D.
- Debelle G. and S. Fisher (1994). "How Independent Should a Central Bank Be?", in: Fuhrer J. and C. Goals, *Guidelines and constraints facing monetary policymakers: Proceedings of a conference held at Norht Falmouth, Massachusetts, Conference series, n° Boston: Federal Reserve Bank of Boston*, 195-221.
- Domenech R., D. Taguas and J. Varela (2000). "The Effects of Budget Deficit on National Saving in the OECD", *Economic Letters*, 69(3), 377-83.
- Elmendorf D. W. and N. G. Mankiw (1999). *Government Debt*, in: Taylor J. B. and M. Woodford eds, *Handbook of Macroeconomics*, Amsterdam: Elsevier Science, B. V., vol. 1, pp. 1615-1699.
- Figuères C. (1999). « Banque centrale commune, relations stratégiques internationales et stabilisation de la dette », *document de travail GREQAM n° 99A16*.
- Hardin G. (1968). "The Tragedy of the Commons", *Science*, 162, 1243-48.
- Knot K. and J. de Haan (1995). "Fiscal Policy and Interest Rates in the European Community", *European Journal of Political Economy*, 11(1), 171-87.
- Krichel T., P. Levine and J. Pearlman (1996). "Fiscal and Monetary Policy in a Monetary Union: Credible Inflation Targets or Monetized Debt?", *Weltwirtschaftliches-Archiv*, 132(1), 28-54.
- Levine P. (1993). "Fiscal policy coordination under EMU and the choice of monetary instrument", *The Manchester School*, 61, 1-12.
- Levine P., Brociner A. (1994). "Fiscal policy coordination and EMU: a Dynamic Game Approach", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18(3-4), 699-729.
- Levine P. and J. Pearlman (1992). "Fiscal and Monetary Policy Under EMU: Credible Inflation Targets or Unpleasant Monetary Arithmetic?", *CEPR discussion paper* 701.
- Linde J. (2001). "Fiscal Policy and Interest Rates in a Small Open Economy", *Finnish Economic Papers*, 14(2), 65-83.

- Llau P. et J. Percebois (1996). "Déficits et dettes publics, Revue française de finances publiques", *Economie et finances publiques*, 55, 49-64.
- Mankiw G. (1992). *Macroeconomics*, Sixth edition, Worth Publishers.
- Miller M. et M. Salmon (1985a), "Dynamic Games and the Time Inconsistency of Optimal Policy in Open Economies", *Economic Journal (supplement)*, 95(0), 124-37.
- Miller M. et M. Salmon (1985b). *Policy Coordination and Dynamic Games*, in: Buitert W.-H. and Marston R. C. eds, *International Economic Policy Coordination*, New-York and Sydney: Cambridge University Press, 184-213.
- Nogues J. and M. Grandes (2001). "Country Risk: Economic Policy, Contagion Effect or Political Noise?", *Journal of Applied Economics*, 4(1), 125-62.
- Nordhaus W. (1993). "Coordination and Independence in Monetary and Fiscal Policies", *Rivista di Politica Economica*, décembre, 219-250.
- Oor A., M. Edey et M. Kennedy (1995). "The Determinants of Real Long-Term Interest Rates: 17 Country Pooled-Time-Series Evidence", *OCDE Economic Department working paper* n° 155.
- Passet O. (1997). "Le rôle des déficits publics dans la formation des taux d'intérêt", *Revue de l'OFCE*, 0(62), 29-74.
- Persson T. (1985). "Deficits and intergenerational welfare in open economies", *Journal of International Economics*, 19, 67-84.
- Phelps E. S. (1994). *Structural Slump: the Modern Equilibrium Theory of Unemployment, Interest and Assets*, Harvard University Press.
- Pindyck R.-S (1976). "The Costs of Conflicting Objectives in Policy Formulation", *Annals of Economic and Social Measurement*, 5(2), 239-48.
- Sargent T. J. and N. Wallace (1981). "Some unpleasant monetarist arithmetics", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review* 5, 1-17.
- Tabellini G. (1986). "Money, debt and deficits in a dynamic game", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 10, 427-442.
- Tabellini G. and V. La Via (1989). "Money, Deficits and Public Debt in the United States", *The Review of Economics and Statistics*, 71(1), 15-25.
- Tseng K.C. (2000). "The Relationship between Federal Deficits and Real Interest Rates", *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 14(1), 5-15.