Innovation et effet de remplacement du monopole : le cas des ressources non renouvelables

Jean-Christophe Poudou
*LASER, CREDEN**

Introduction

La mise à jour par Arrow (1962) de l'effet de remplacement du monopole est un des résultats pionniers de l'analyse de l'organisation industrielle de l'innovation. Selon cette analyse, la valeur monopolistique d'une innovation réductrice de coût unitaire est 1) sous optimale et 2) inférieure à la valeur de compétition technologique du brevet qui lui correspond.

Nous nous proposons de conduire une réflexion sur la transposition de la problématique « incitation à innover-structure de marché » dans le cadre d'une économie d'une ressource non renouvelable. L'idée est de repositionner le résultat sur l'effet de remplacement du monopole dans un contexte où le produit final écoulé sur le marché est soumis à une contrainte d'épuisabilité. On peut alors penser aux produits dérivés du pétrole et du gaz naturel, ou plus généralement des ressources naturelles. Nous supposons que l'innovation correspond à une invention de procédé (en exploration-production par exemple) et qu'elle est alors orientée dans le sens d'une réduction des coûts unitaires d'extraction.

La problématique traditionnelle est modifiée sous plusieurs aspects[1]. Tout d'abord quelle que soit la structure du marché, l'incitation à innover s'organise différemment du fait de l'épuisabilité des réserves *in situ* (la ressource en terre par exemple). La trajectoire optimale de production, ou

* Université Montpellier I, UFR Sciences Economiques, Espace Richter, Avenue de la Mer, CS 79606, 34960 Montpellier Cedex 2 , France. Tel +33 (0)4 67 15 83 26, jpoudou@univ-montp1.fr

1 Il existe une littérature récente reliant la R&D et les ressources épuisables dans une perspective de croissance endogène, cf. Amigues et al. (2004) et Grimaud et Rouge (2003).

encore d'extraction, est non stationnaire dans le temps et une marge non constante apparaît du fait des arbitrages intertemporels (dits de Hotelling). De plus, le "timing" de l'innovation est naturellement dynamique du fait de la gestion intertemporelle des réserves. Quelle que soit la structure du marché de la ressource, l'incitation à innover (actualisée) évolue au cours du temps. Cette évolution est calée sur la trajectoire des réserves *in situ* qui guide les perspectives de profits (ou de surplus) futurs. Enfin, la compétition potentielle, qui dans la problématique traditionnelle affaiblit l'effet de remplacement du monopole "en place" au profit d'un effet d'efficience (cf. Gilbert et Newbery (1982)), ne pourra s'exprimer que selon une certaine intensité. En effet, elle est reliée d'une part à l'existence d'une technologie de substitution (ou *backstop technology*) qui permet une innovation de produit parfaitement substituable[2] et d'autre part à la détention de droits de propriété (ou de jouissance) sur des gisements de ressource minière dont la taille initiale est *a priori* différente de celle du monopole.

En considérant les incitations à innover totales, actualisées, et évaluées à partir de la *date initiale*, on peut alors montrer que le résultat de sub-optimalité du monopole n'est pas toujours vérifié et parfois même se renverse : en dehors de toute considération stratégique, le monopole minier (exploitant la ressource non renouvelable) exprime une incitation à innover plus importante que la situation concurrentielle (socialement optimale), ceci pour un certain degré de la sensibilité de l'élasticité-prix de la demande. Le monopole minier présente en fait une propension à ne pas « s'endormir sur ses lauriers » lorsque la demande au marché de la ressource est à élasticité « fortement » croissante avec les quantités demandées. Dans le cas d'une innovation en une date quelconque, l'incitation *dynamique* du monopole à innover n'est pas toujours plus faible que celle concurrentielle (socialement optimale). Il en va de même pour les dépenses de R&D optimales correspondantes. Ces phénomènes sont dus à la différence de gestion des ressources selon la structure du marché et par conséquent à l'expression du pouvoir de marché du monopole.

Notre article est organisé de la manière suivante. En section 1, nous dérivons les incitations à innover une technologie réductrice de coût unitaire pour les structures industrielles minières monopolistique et socialement optimale. Afin de comparer ces incitations à innover, nous analysons en section 2, les écarts entre les trajectoires d'extraction pour les deux structures structures étudiées. En section 3, nous effectuons la comparaison de ces incitations à l'aune de la sensibilité de l'élasticité-prix de la demande pour la ressource épuisable. Nous donnons des extensions en section 4 et concluons ensuite.

---

2 Cette problématique a largement été approfondie depuis. Cf. Dasgupta et Stiglitz (1982), Hoel (1983), Hung et Quyen (1993), Harris et Vickers (1995), Amigues et al. (1998).

1 Incitations à innover et trajectoires d'extraction

Sur un horizon *a priori* infini, nous considérons un marché d'une unique ressource non renouvelable au sein duquel la demande est donnée par la relation inverse $p(q)$, où q est l'offre de ressource. La demande est normale ($p'(q) < 0$) et stationnaire ($\partial p/\partial t = 0$). On notera $\eta(q) = -\frac{p(q)}{p'(q)q}$, l'élasticité-prix de la demande avec $\eta(q) > 1, \forall q \geqslant 0$.

Nous analysons ici les différences d'incitations à innover entre une situation de production monopolistique et la situation socialement optimale. L'incitation à innover correspond au gain total actualisé de l'économie issu de l'innovation. De fait la valeur de cette incitation représente la dépense totale de R&D maximale que l'agent ou la firme est prêt à débourser pour s'octroyer l'invention (dès la date initiale[3]). Nous envisageons la potentialité d'une activité de R&D dont le résultat est déterministe[3], à savoir la réduction du coût unitaire d'extraction préalablement fixé[4] à $\bar{c}$, vers un niveau donné $\underline{c}$ tel que $0 < \underline{c} < \bar{c}$. De plus nous nous situons dans le cadre d'un brevet de duration infinie (l'appropriabilité est parfaite).

Nous montrons par la suite que l'effet arrowien de remplacement du monopole n'est pas parfaitement robuste lorsque l'on passe en économie des ressources non renouvelables. Cet effet stipule que dans le cadre de biens reproductibles, le monopole à toujours une incitation à innover (une invention réductrice de coût) inférieure à celle d'une économie concurrentielle (décentralisant l'optimum social si chaque firme actualise au même taux r). Si les ressources sont épuisables, le monopole peut être disposé à investir davantage dans la R&D réductrice de coût que le norme sociale. Ces situations dépendent de la façon dont l'élasticité-prix de la demande pour la ressource varie avec les volumes échangés.

1.1 Incitations totales à innover

L'incitation globale à innover en date initiale éprouvée par la collectivité correspond au gain en bien-être actualisé de l'économie issu de l'innovation (cf. Tirole (1995)). Si c est le coût unitaire constant d'extraction et $u(q) = \int_0^q p(x)dx$ le surplus du consommateur, de manière usuelle (cf. par exemple Hung et Quyen (1993)) le problème du planificateur bienveillant revient à choisir la trajectoire des taux d'extraction $\{q_t^s\}_0^\infty$ qui maximise le bien-être collectif actualisé sous contrainte d'épuisabilité des ressources

$$\max_{\{q_t\}_0^\infty} \int_0^\infty e^{-rt}\left[u(q_t) - cq_t\right] dt \text{ s/c } \dot{S}_t = -q_t \text{ avec } S_0 \text{ donné}$$

[3] Nous relâchons cette hypothèse en extension.

[4] On admet l'hypothèse $\lim_{q\to 0} p(q) > \bar{c}$ qui suggère que la technologie courante permet l'exploitation de la ressource.

De façon traditionnelle en économie des ressources non renouvelables, la définition de la trajectoire optimale de production obeit au principe d'arbitrage de Hotelling (cf. Hotelling (1931)), c'est-à-dire que le surplus marginal net croît au taux d'actualisation r en vigueur ou encore que les surplus marginaux net actualisés sont égaux à toute date[5]. La relation qui régit l'extraction optimale s'écrit donc

$$p\left(q_t^s\right) = \lambda e^{rt} + c \Leftrightarrow q_t^s = p^{-1}\left(\lambda e^{rt} + c\right)$$

Apparaît alors une rente minière de rareté λ, le prix dual de la ressource ou son coût d'opportunité. Les effets de stocks étants nuls, la ressource est épuisée *in fine*. Sans difficulté, on peut constater que la trajectoire d'extraction est temporellement décroissante, celle du prix croissante.

Étant donnée l'optique qui est la nôtre, le taux d'extraction instantané optimal est fonction du coût d'extraction c soit $q_t^s(c)$. Ainsi la valeur maximale bien-être actualisé s'écrit

$$V(c) = \int_0^\infty e^{-rt}\left[u(q_t^s(c)) - cq_t^s(c)\right] dt \quad \text{avec} \quad S_0 = \int_0^\infty q_t^s(c)dt \qquad (1)$$

Si l'on différentie $V(c)$ et la contrainte d'épuisabilité en c, en substituant on a :

$$V'(c) = -\int_0^\infty e^{-rt} q_t^s(c)dt$$

L'incitation globale à innover en date initiale s'écrit alors :

$$\overline{V}^s = V(\underline{c}) - V(\overline{c}) = \int_{\overline{c}}^{\underline{c}} V'(c)dc = -\int_{\underline{c}}^{\overline{c}} V'(c)dc = \int_{\underline{c}}^{\overline{c}} \int_0^\infty e^{-rt} q_t^s(c)dt\,dc \qquad (2)$$

En ce qui concerne la firme en situation de monopole, l'incitation à innover en date initiale est mesurée par le profit total actualisé supplémentaire réalisable en innovant $\underline{c}$. En suivant une trame formellement analogue à la situation optimale[6], on détermine la perte marginale de profit issue d'un accroissement de coût unitaire d'extraction par :

$$\Pi'(c) = -\int_0^\infty e^{-rt} q_t^m(c)dt$$

[5] Si aucun effet de stock (ou d'aménité) n'est pris en compte, ce qui est le cas ici.

[6] Plus formellement, le monopoleur maximise le profit total actualisé sous la même contrainte d'épuisabilité. Soit

$$\max_{\{q_t\}_0^\infty} \int_0^\infty e^{-rt}\left[p(q_t) - c\right] q_t dt \text{ s/c } \dot{S}_t = -q_t$$

Une règle de Hotelling dicte la trajectoire optimale d'extraction soit $m\left(q_t^m\right) = \lambda^m e^{rt} + c \Leftrightarrow q_t^m = m^{-1}\left(\lambda^m e^{rt} + c\right)$.

où $q_t^m(c) = m^{-1}(\lambda^m e^{rt} + c)$, avec $m(x)$ la recette marginale. La recette marginale étant décroissante en q, on voit immédiatement que la trajectoire d'extraction est temporellement décroissante et celle du prix de monopole croissante. L'incitation globale à innover en date initiale du monopole s'écrit donc :

$$\overline{V}^m = -\int_{\underline{c}}^{\overline{c}} \Pi'(c)dc = \int_{\underline{c}}^{\overline{c}} \int_0^{\infty} e^{-rt} q_t^m(c)dt\, dc \tag{3}$$

Notre objectif est ici de comparer les incitations à innover optimale $\overline{V}^s$ et du monopole minier $\overline{V}^m$, pour une invention réductrice de coût. À partir des expressions (2) et (3), on forme la différence $\Delta\overline{V} \equiv \overline{V}^s - \overline{V}^m$ et en posant $\Delta q_t(c) = q_t^s(c) - q_t^m(c)$, on peut l'écrire :

$$\begin{aligned}
\Delta\overline{V} &= \int_{\underline{c}}^{\overline{c}} \int_0^{\infty} e^{-rt}\left(q_t^s(c) - q_t^m(c)\right) dt\, dc = \int_{\underline{c}}^{\overline{c}} \int_0^{\infty} e^{-rt} \Delta q_t(c)dt\, dc \\
&= \int_{\underline{c}}^{\overline{c}} \delta(c)dc
\end{aligned} \tag{4}$$

où $\delta(c) = \int_0^{\infty} e^{-rt}\Delta q_t(c)dt$. Par exemple si $\Delta\overline{V} > 0$, cela signifie que le monopole est moins incité à innover que le planificateur et donc que toute firme concurrentielle. Une autre interprétation est alors que la dépense maximale de R&D qu'une entreprise minière concurrentielle est disposée à supporter est supérieure à celle du monopole. Afin de signer $\Delta\overline{V}$, il suffit donc d'établir le signe de la somme actualisée des différences de niveaux d'extraction entre les deux structures. Cet exercice exige tout d'abord d'évaluer le signe de la différence $\Delta q_t(c)$, ce sera l'objet de la section 2.

Notons, qu'en toute logique, si la non renouvelabilité des ressources est ignorée, on retrouve directement le résultat de Arrow, en passant à la limite pour la taille du gisement S_0 dans (4). En effet, si $S_0 \to +\infty$, alors les deux rentes de rareté sont nulles ($\lambda, \lambda^m \to 0$). Pour tout $c \in [\underline{c}, \overline{c}]$:

$$\forall t,\ q_t^m(c)_{|S_0 \to +\infty} = m^{-1}(c) < q_t^s(c)_{|S_0 \to +\infty} = p^{-1}(c) \tag{5}$$

D'où en substituant (5) dans (4), il vient :

$$\Delta\overline{V} = \frac{1}{r}\int_{\underline{c}}^{\overline{c}} \left[p^{-1}(c) - m^{-1}(c)\right] dc > 0 \tag{6}$$

Ainsi $\Delta\overline{V} > 0$ soit $\overline{V}^m > \overline{V}^s$, c'est l'effet de remplacement mis à jour par Arrow. On voit d'ores et déjà que ce résultat ne pourra être invariablement retranscrit en économie des ressources non renouvelables. En effet l'épuisabilité de la ressource et les différences d'évaluation de sa rareté suivant la structure de marché, impliquent qu'il n'est pas possible d'exclure un renversement de l'inégalité (6). Ceci vient de l'intuition que, pour tout $c \in [\underline{c}, \overline{c}]$, les trajectoires temporelles d'extractions vont se croiser à partir d'une certaine date.

Avant d'exposer et d'interpréter les différents résultats, examinons un exemple en temps discret pour lequel l'effet de remplacement est contredit.

1.2 Un exemple en temps discret

Pour simplifier supposons que l'horizon du problème d'extraction se réduise à deux périodes (0 et 1) et que dans la seconde, la ressource est toujours épuisée. Le facteur d'actualisation en temps discret est alors $\beta = \frac{1}{1+r}$. Envisageons un gestionnaire de la ressource S_0 dont la valeur instantanée de la fonction d'utilité indirecte (séparable) est donné par la différence entre le gain monétaire brut $\gamma(q)$ et le coût $c\ q$. La fonction $\gamma(q)$ est le surplus brut $u(q)$ si le gestionnaire se comporte en planificateur social ou bien la recette $p(q)q$ s'il est monopoleur. Etant donné le principe d'épuisement en seconde période ($S_1 = S_0 - q_0 - q_1 = 0$), seul le niveau d'extraction de première période q_0 est important pour atteindre l'objectif de maximisation de l'utilité totale actualisée Γ, en effet $\Gamma = \sum_{t=0}^{t=1} \beta^t \left(\gamma\left(q_t\right) - cq_t\right) = \gamma\left(q_0\right) - cq_0 + \beta\left[\gamma\left(S_0 - q_0\right) - c\left(S_0 - q_0\right)\right]$.

L'équation d'arbitrage de Hotelling correspondante s'écrit alors[7] : $\gamma'(q_0) - c = \beta\left[\gamma'\left(S_0 - q_0\right) - c\right]$. En résolvant cette équation, il est alors possible de déterminer le niveau d'extraction d'équilibre q_0 comme une fonction de c (paramétrée en β et S_0), ceci pour les deux structures ici étudiées : l'optimum social quand $\gamma(q) \equiv u(q)$ et le monopole si $\gamma(q) \equiv p(q)q$. L'incitation du gestionnaire à réduire c de $\bar{c}$ à $\underline{c}$ (c'est-à-dire à innover) s'ecrit $\overline{V} = \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \left[q_0(c) + \beta\left(S_0 - q_0(c)\right)\right] dc$.

En guise d'exemple, nous calculons les incitations à innover du planificateur social et du monopoleur. Supposons tout d'abord que la demande pour la ressource soit de la forme $p(q;\theta) = \left(\frac{q}{\theta q+2}\right)^{-\frac{1}{2}}$. Cette expression permet de faire apparaître les variations de l'élasticité-prix de la demande au travers du paramètre θ. L'élasticité-prix est croissante (respectivement non croissante) en q si $\theta > 0$ (resp. $\theta \leqslant 0$). Dans le tableau suivant[8], sont reportées les incitations à innover la technologie $\underline{c} = 1/20$ (si $\bar{c} = 1/5$) pour quelques valeurs du paramètre θ

θ	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1
Monopole $\overline{V}^m$	0,128	0,130	0,131	0,133	0,135	0,136	0,139
Optimum $\overline{V}^s$	0,132	0,133	0,133	0,134	0,134	0,135	0,136

Ainsi, lorsque θ est négatif on voit clairement dans ce tableau que $\overline{V}^m < \overline{V}^s$, c'est une illustration de l'effet de remplacement de Arrow. Toutefois si θ est positif alors $\overline{V}^m > \overline{V}^s$: l'effet de remplacement ne joue plus.

[7] Au passage, on retrouve bien l'égalité des surplus marginaux actualisés.

[8] Avec un stock initial normalisé à $S_0 = 1$ et un facteur d'actualisation $\beta = 2/3$. D'autres simulations ont été menées, elles réagissent identiquement.

Comme nous allons l'analyser par la suite, la différence fondamentale entre ces deux situations de demande réside dans la sensibilité de l'élasticité-prix de la demande.

Afin de généraliser cet exemple et donc de statuer sur la validité de l'effet de remplacement dans le cadre des ressources non renouvelables, nous étudions la position relative des trajectoires d'extractions (ou de façon équivalente de prix) monopolistique et optimale en jeu dans la relation (4) que nous désirons signer.

2 Comparaison de l'extraction optimale et de monopole

En simplifiant, la littérature qui traite de la comparaison entre les trajectoires d'extraction monopolistique et concurrentielle se résume aux trois propositions alternatives suivantes[9] :

- Le monopole est *plus conservateur* de la ressource qu'en concurrence. Cette dernière thèse est la plus répandue dans la littérature, elle fut en premier lieu soutenue par Hotelling (1931) (voir aussi Stiglitz (1976), Hung (1978)). Avec nos notations, cela revient à $\Delta q_t(c) > 0$ pour les dates t initiales.
- Les deux trajectoires d'extractions sont *confondues* (Weinstein, Zeckhauser (1975), Stiglitz (1976)), soit $\Delta q_t(c) = 0$ pour tout t.
- Le monopole est *moins conservateur* que l'entreprise concurrentielle ou encore $\Delta q_t(c) < 0$ aux dates t initiales.

Les conditions d'existence de ces trois situations sont à chercher d'une part du côté de la technologie d'extraction et d'autre part de l'élasticité de la demande. Afin de les clarifier, Sweeney (1977), propose une synthèse méthodologique de la comparaison monopole-concurrence en se focalisant sur la « mesure » du biais intertemporel entre les deux structures de marché : la fonction d'imperfection de marché, soit l'écart $g(q_t)$ entre le prix et la recette marginale du monopole

$$g(q_t) = q_t\, p'(q_t) = -\frac{p(q_t)}{\eta(q_t)} < 0 \tag{7}$$

Dans son théorème[10], Sweeney (1977) relie les évolutions temporelles de $g(q_t)$ à la position relative des deux trajectoires d'extraction. De fait, cette approche permet de proposer un classement entre les taux d'extraction initiaux q_0^s et q_0^m, puis à travers les dynamiques d'épuisement, de généraliser ce classement pour une date quelconque t. Par conséquent dans notre cas

[9] Cette typologie est donnée par dans Rotillon (1981), par exemple.

[10] Voir annexe A.

de rendements constants, nous emboitons le pas de Sweeney de manière à préciser les conditions de signature de la différence $\Delta q_t(c)$ et *in fine* $\Delta\overline{V}$ (cf. relation (4)). Dans le lemme suivant nous proposons une comparaison entre les trajectoires du monopole minier et celle socialement optimale en jeu dans notre problème, à travers la signature de $\Delta q_t(c)$.

Lemme *Si, pour tout* $c \in [\underline{c}, \overline{c}]$, *l'élasticité-prix de la demande de ressource est*

i) décroissante ou peu croissante (c'est-à-dire si $\forall q \geqslant 0$, $\eta'(q) \in]-\infty, c/(q(p(q)-c))[$*) alors il existe une date* t_1 *telle que* $\forall t \lesseqgtr t_1$, $\Delta q_t(c) \gtreqless 0$,

ii) croissante (si $\forall q \geqslant 0$, $\eta'(q) = c/q(p(q)-c))$*) alors* $\forall t \geqslant 0$, $\Delta q_t(c) = 0$

iii) fortement croissante (si $\forall q \geqslant 0$, $\eta'(q) \in]c/\left(q(p(q)-c)\right), (\eta(q)-1)/q[$*) alors il existe une date* t_2 *telle que* $\forall t \lesseqgtr t_2$, $\Delta q_t(c) \lesseqgtr 0$.

Preuve. Cf. annexe A. □

Le lemme repère trois situations selon que l'élasticité-prix de la demande de ressource est décroissante ou (fortement) croissante avec les volumes. Dans le premier cas, cela exprime le fait que les consommateurs sont d'autant plus captifs qu'il consomment la ressource; c'est le contraire dans le dernier cas.

Le point *i)* indique que la trajectoire d'extraction optimale est initialement au dessus de celle du monopole, puis du fait de l'épuisement des ressources, forcément en dessous plus tard. C'est la situation « standard » qui survient lorsque l'élasticité-prix de la demande est décroissante des quantités demandées ou peu croissante (soit $\eta'(q) < c/\left(q(p(q)-c)\right)$. La politique d'extraction du monopole est alors plus conservatrice qu'à l'optimum ($\Delta q_t(c) > 0$ aux dates initiales). Dans le point *ii)*, les trajectoires optimale et monopolistique sont confondues. Ce résultat est proche de celui de « mimétisme » de Stiglitz (1976) si les coûts sont nuls et l'élasticité-prix invariante. Ici en effet, comme chez Stiglitz, si $c = 0$ alors $\Delta q_t(c) = 0$ car $\eta'(q) = 0$. En fait cette dernière condition est suffisante mais non nécessaire, le même résultat est obtenu si l'élasticité-prix est légèrement croissante en q, soit exactement[11] $\eta'(q) = c/\left(q(p(q)-c)\right)$. Enfin, le point *iii)* du lemme, indique que dans le cas d'une forte croissance de l'élasticité-prix ($\eta'(q) < c/\left(q(p(q)-c)\right)$), la trajectoire d'extraction optimale est initialement en dessous puis au dessus de celle du monopole. Ce cas semble atypique mais les prix de la ressource sont bien temporellement croissants[12]. Ainsi lorsque la demande se caractérise par une élasticité-prix fortement croissante, le monopole conserve moins la ressource qu'à l'optimum ($\Delta q_t(c) < 0$ aux dates initiales).

[11] La demande inverse est alors de la forme $p(q) = \frac{c}{1-\alpha c e^{-q}}$.

[12] Notamment $\dot{p}\left(q_t^s(c)\right) / \left[p\left(q_t^s(c)\right) - c\right] = r$ selon la règle de Hotelling.

Une intuition de ces résultats consiste à remarquer que pour le monopole, la règle de l'élasticité inverse[13] continue de s'appliquer en économie des ressources : le monopole pratique un prix plus élevé que le prix concurrentiel pour les segments inélastiques de la demande. Cette règle de discrimination intertemporelle par les prix combinée avec le principe d'arbitrage de Hotelling est à la base du résultat. En effet d'après ce principe, le taux d'extraction se réduit au fil du temps[14] et lorsque l'élasticité-prix de la demande est décroissante des volumes, cette dernière suit une trajectoire temporelle croissante[15]. Ainsi les segments inélastiques de la demande « apparaissent » immédiatement, le prix de monopole est initialement plus élevé qu'en concurrence : c'est le point i du lemme. Dans le cas contraire, l'élasticité-prix baisse au cours du temps (car elle est croissante des volumes), les consommateurs deviennent plus captifs de la ressource au fil du temps. Les segments inélastiques de la demande « apparaissent » donc plus tardivement et le prix de monopole passe au dessus de celui de concurrence ultérieurement (cf. point ii du lemme). Enfin, si l'élasticité-prix est peu croissante, la discrimination par les prix est impossible, les prix sont égaux pour les deux structures.

La comparaison entre les trajectoires d'extraction étant menée, nous étudions maintenant l'impact de la structure du marché d'une ressource non renouvelable sur le comportement d'innovation d'une invention « réductrice de coût ».

3 Effet de remplacement de Arrow et marchés miniers

Nous confirmons ici l'idée selon laquelle le résultat de Arrow perd de sa généralité en économie des ressources non renouvelables. À partir des résultats obtenus dans le lemme, il est maintenant possible de signer la somme actualisée des écarts d'extraction $\delta(c)$ et donc $\Delta\overline{V}$ (cf. relation 4). L'expression $\delta(c)$ dépend bien évidemment du profil temporel de la différence des niveaux d'outputs $\Delta q_t(c)$ discuté précédemment mais aussi du facteur d'actualisation e^{-rt}. Il faut de plus noter qu'en vertu de la propriété d'épuisement sur l'horizon, la somme des différences $\Delta q_t(c)$ est nulle. En effet :

$$\int_0^\infty \Delta q_t(c)dt = \int_0^\infty q_t^s(c)dt - \int_0^\infty q_t^m(c)dt = S_0 - S_0 = 0 \qquad (8)$$

[13] Voir par exemple Tirole (1995) au chap. 1. Ici, à partir du principe d'arbitrage de Hotelling (cf. note 6), elle s'écrit dans sa version dynamique $\forall t \geqslant 0$, $\frac{p(q_t^m)-(c+\lambda^m e^{rt})}{p(q_t^m)} = \frac{1}{\eta(q_t^m)}$. C'est l'égalité entre l'indice de Lerner "minier" (du fait de la rente minière courante incorporée au coût) et l'inverse de l'élasticité-prix de la demande.

[14] Du fait de la décroissance de la recette marginale; cet argument est développé en section 1.

[15] C'est le cas étudié par Stiglitz (1976), les consommateurs sont de moins en moins captifs au cours du temps.

À ce niveau, l'intuition semble donc indiquer que si la différence des niveaux d'extractions est d'abord positive puis négative, ensuite par le jeu de l'actualisation, le signe de la somme actualisée des différences $\delta(c)$ sera positif (et *vice versa* respectivement).

Proposition *Pour une innovation technologique « réductrice de coût », soient* $\overline{V}^s$ *l'incitation à innover en concurrence, et* $\overline{V}^m$ *celle du monopole. Si pour tout* $c \in [\underline{c}, \overline{c}]$, *l'élasticité-prix de la demande est :*

i) décroissante ou peu croissante (au sens du lemme) alors $\overline{V}^s > \overline{V}^m$,

ii) croissante alors $\overline{V}^s = \overline{V}^m$

iii) fortement croissante, alors $\overline{V}^s < \overline{V}^m$.

Preuve. Cf. annexe B. □

Le point *i)* de la proposition confirme l'existence de l'effet de remplacement ($\Delta\overline{V} > 0$), les deux autres (*ii* et *iii*, $\Delta\overline{V} \leqslant 0$) le remettent en question. Le résultat de Arrow, établi dans le cadre d'une industrie produisant un bien reproductible, n'est pas garanti lorsque l'industrie offre une ressource épuisable. La variable déterminante est donc la sensibilité de l'élasticité de la demande de ressource aux volumes échangés. Plus cette sensibilité est forte, plus élevée sera l'incitation du monopole à innover. Ainsi dans le point *iii*, pour lequel l'élasticité-prix est à fortement croissante, le monopole est même plus vivement incité à investir dans la R&D qu'une firme concurrentielle.

Intuitivement, le résultat de la proposition s'explique au travers de l'évolution des marges du monopole. En effet d'une manière générale, l'épuisabilité de la ressource contraint la trajectoire d'extraction à la baisse. Ainsi dans le cas d'élasticité décroissante ou peu croissante, la recette marginale nette du monopole minier aura tendance à s'aligner sur la recette moyenne au fil du temps, du fait d'une croissance en valeur de l'élasticité-prix. Ainsi la tendance du monopole à récupérer du surplus social en innovant ne peut véritablement jouer qu'ultérieurement : innover et exercer le pouvoir de marché sont initialement incompatibles. En suivant l'interprétation de Tirole (1995) du résultat de Arrow, si l'élasticité est décroissante ou peu croissante, la réduction de coût due à l'innovation ne s'applique qu'à un petit nombre relatif d'unités extraites par le monopole au cours des périodes initiales, plus précisémént lorsque $t < t_1$. Or par le jeu de l'actualisation, les réductions de coût des périodes initiales sont déterminantes quant à l'évaluation de l'incitation à innover en date $t = 0$. Dans ce cas, le monopole réduit globalement trop peu ses coûts actualisés d'extraction en innovant pour parvenir à s'accaparer le surplus social, il subit initialement et donc globalement l'effet de remplacement.

Par contre, l'effet est diamétralement opposé lorsque l'élasticité est fortement croissante : l'exercice du pouvoir de marché est compatible avec l'innovation dans les périodes initiales. La politique d'extraction non conservatrice du monopole permet à l'innovation de jouer pleinement dès les premières périodes, la réduction des coûts actualisés est globalement plus importante qu'en situation de concurrence.

4 Extensions

En guise d'extensions, nous levons certaines hypothèses de notre analyse : l'immédiateté, la gratuité et la certitude de l'innovation.

4.1 Dynamique des incitations à innover

Le résultat de la proposition suppose que l'incitation à innover de chacune des deux structures industrielles est évaluée en date initiale ($t = 0$) pour laquelle les stocks de ressource sont identiques entre les deux structures. On généralise à présent le résultat pour une date d'invention $\tau \geqslant 0$. Par analogie avec les relations (2) et (3), on définit les incitations à innover le procédé $\underline{c}$ en date τ par $\overline{V_\tau}^i = \int_{\underline{c}}^{\overline{c}} \int_\tau^\infty e^{-rt} q_t^i(c) dt\, dc$, $i = s, m$. Elles sont logiquement décroissantes de la date d'innovation du fait de l'actualisation et de la baisse de l'extraction, en effet $\frac{d\overline{V_\tau}^i}{d\tau} = -\int_{\underline{c}}^{\overline{c}} e^{-r\tau} q_\tau^i(c) dc < 0$. Alors repérer les effets des structures de marché sur ces incitations dynamiques, revient au problème de la signature de $\Delta\overline{V}_\tau \equiv \overline{V_\tau}^s - \overline{V_\tau}^m = \int_{\underline{c}}^{\overline{c}} \int_\tau^\infty e^{-rt}(q_t^s(c) - q_t^m(c)) dt\, dc$ qui est analogue du précédent et le lemme de la section 2 est suffisant pour y répondre. En effet, même si les stocks de ressource *in situ* des deux structures industrielles varient indépendamment, la propriété de cohérence dynamique des solutions $q_t^i(c)$, $i = s, m$, assure leur robustesse[16].

Corollaire 1 *Si $\overline{V}_\tau^s$ est l'incitation concurrentielle à innover en une date $\tau \in \mathbb{R}_+^*$ et $\overline{V}_\tau^m$ celle du monopole, et si l'élasticité-prix de la demande est :*

i) décroissante ou peu croissante alors $\exists \tau_1 < t_1$, tel que $\forall \tau \lesseqgtr \tau_1$, $\overline{V}_\tau^s \gtreqless \overline{V}_\tau^m$,

ii) croissante alors $\forall \tau \in \mathbb{R}_+^*$, $\overline{V}_\tau^s = \overline{V}_\tau^m$,

iii) décroissante , alors $\exists \tau_2 < t_2$, tel que $\forall \tau \lesseqgtr \tau_2$, $\overline{V}_\tau^s \lesseqgtr \overline{V}_\tau^m$.

Preuve. Cf. annexe C. □

Les résultats de la proposition ne se conserve pas le long des sentiers optimaux d'extraction. De fait, ils se renversent. Le phénomène est évidemment à mettre en relation avec l'inversion de tendance dans les trajectoires d'extraction, et donc aux évolutions contrastées des gains actualisés engendrés par l'innovation à la date donnée τ. Si l'élasticité-prix est décroissante ou peu croissante (point i), le monopole minier est initialement plus conservateur que la firme concurrentielle mais l'inverse est vrai ultérieurement. Cela implique que la réduction de coût due à l'innovation s'applique à un nombres d'unités extraites par le monopole de plus en plus important, à tel point que la somme actualisée de ces réductions atteint et même dépasse celle de concurrence, au delà d'une date τ_1. En cette date, l'écart des réserves

[16] Si, pour chaque structure, le problème d'extraction est résolu sur la période $[\tau, \infty[$ étant donné une réserve S_τ^i en τ ($i = s, m$) telle que $S_\tau^i = S_0 - \int_0^\tau q_t^i(c)dt$, la trajectoire optimale est à nouveau $q_t^i(c)$, $\forall t \in [\tau, \infty[$. Par exemple cf. Basar (1989).

restantes est clairement en faveur[17] du monopole (du fait de sa politique conservatrice jusqu'à lors), ainsi la profitabilité future de l'innovation est supérieure à la valeur sociale. À nouveau, l'effet de remplacement semble mis en défaut au delà de la date τ_1 alors que l'élasticité-prix est décroissante.[18]. Lorsque l'élasticité-prix est fortement croissante (point *iii*), des arguments opposés s'appliquent. En effet, la réduction de coût due à l'innovation s'applique à un nombre relatif d'unités extraites de plus en plus faible et donc l'incitation à innover du monopole décroît plus vite qu'en concurrence.

4.2 Timing optimal de l'innovation

L'analyse des incitations à innover initiales ou dynamiques menée jusqu'ici supposait implicitement la gratuité de l'innovation (ou bien l'absence d'un processus de R&D). Enfin de lever cette hypothèse, supposons maintenant que l'innovation soit coûteuse à développer. En suivant Hung et Quyen (1993), nous supposons que la technologie de R&D est représentée par une dépense en capital $K > 0$ supportée lors de l'innovation en date τ. On peut par exemple penser que l'invention a déjà été réalisée et que cette dépense est le coût fixe d'adoption de l'innovation. Bien qu'un peu frustre, cette hypothèse est suffisante pour discuter du timing optimal de l'adoption de la nouvelle technologie car la dépense de R&D actualisée ($e^{-r\tau}K$) est bien décroissante de la date d'invention, signifiant qu'une innovation précoce est plus coûteuse.

Le choix de la date optimale d'innovation $\tau \geqslant 0$ par le planificateur bienveillant s'effectue en maximisant le bien-être actualisé de la collectivité

$$\int_0^{\tau} e^{-rt}\left[u(q_t^s(\bar{c})) - \bar{c}q_t^s(\bar{c})\right]dt + \int_{\tau}^{\infty} e^{-rt}\left[u(q_t^s(\underline{c})) - \underline{c}q_t^s(\underline{c})\right]dt - e^{-r\tau}K$$

alors que celui du monopole revient donc à maximiser le profit total actualisé

$$\int_0^{\tau} e^{-rt}\left[p\left(q_t^m(\bar{c})\right) - c\right]q_t^m(\bar{c})\,dt + \int_{\tau}^{\infty} e^{-rt}\left[p(q_t^m(\underline{c})) - \underline{c}\right]q_t^m(\underline{c})\,dt - e^{-r\tau}K$$

où $q_t^i(c)$,$i = m, s$, sont les taux d'extractions optimaux définis en section 1.

Pour ces deux problèmes, on peut alors montrer (cf. annexe D) que date optimale d'innovation τ_i^* obéit aux conditions suivantes, $\forall i = s, m$

$$\tau_i^* = \begin{cases} 0 & \\ \tau \in \mathbb{R}_+ & 0 \text{ si} \\ \infty & \end{cases} \begin{array}{l} \overline{V}^i > K \\ \overline{V}^i = K \\ \overline{V}^i < K \end{array} \tag{9}$$

[17] En effet, en $t = \tau_1$, $S_{\tau_1}^m > S_{\tau_1}^s$, car $\forall t < t_1, \Delta q_t(c) > 0$.

[18] Ce résultat est moins fort car les deux configurations ne sont pas vraiment comparables : les niveaux de réserves en τ ne plus sont pas égaux.

Ainsi l'innovation est immédiate lorsque l'incitation à innover initialement $\overline{V}^i$ couvre la dépense de R&D K, en revanche si $K > \overline{V}^i$ l'innovation n'est jamais adoptée. Comme on l'a vu précédemment, cette règle « maintenant ou jamais » provient de la décroissance dans le temps des incitations à innover dynamiques : reporter l'innovation réduit les incitations à innover. Ainsi les dates optimales d'innovation sont croissantes de la dépense de R&D requise K, car un accroissement de la dépense de R&D requise au dela de l'incitation $\overline{V}^i$ peut entraîner son abandon.

On peut alors directement comparer le timing de l'innovation dans les deux structures.

Corollaire 2 *Si la dépense requise de R&D* $K > \max\{\overline{V}^s, \overline{V}^m\}$ *et si l'élasticité-prix de la demande est :*

i) décroissante ou peu croissante alors $\tau^{s*} < \tau^{m*}, \forall K \leqslant \overline{V}^m$ *et* $\tau^{s*} = \tau^{m*} = 0, \forall K > \overline{V}^m$

ii) croissante alors $\tau^{s*} = \tau^{m*}, \forall K$

iii) décroissante alors $\tau^{m*} < \tau^{s*}, \forall K \leqslant \overline{V}^s$ *et* $\tau^{s*} = \tau^{m*} = 0, \forall K > \overline{V}^s$

Preuve. Directement à partir de (9) et de la proposition. □

La structure du marché agit sur la décision d'innovation. Lorsque l'équilibre du marché rend les consommateurs de moins en moins captifs au fil du temps (quand l'élasticité-prix est décroissante), la politique de discrimination intertemporelle du monopole se heurte avec sa politique d'innovation : on l'a vu, l'exercice du pouvoir de marché réduit les incitations à innover. Ainsi alors que la R&D est « peu » coûteuse ($K \leqslant \overline{V}^m$) c'est-à-dire que les opportunités technologiques sont favorables, le monopole ne parvient pas à innover alors qu'il est socialement optimal de le faire. En revanche, lorsque les consommateurs deviennent de plus en plus captifs au fil du temps (quand l'élasticité-prix est fortement croissante), les politiques de discrimination intertemporelle et d'innovation du monopole sont compatibles : l'exercice du pouvoir de marché accroît les incitations à innover, le monopole adopte l'innovation immédiatement alors qu'il serait socialement préférable de l'abandonner.

4.3 Incertitude sur la taille de l'invention

Jusqu'ici nous avons supposé que le processus de R&D sous-jacent à notre analyse était déterministe. La R&D est bien évidemment une activité aléatoire et une des manières de capter cette incertitude est de supposer que la taille de l'invention est stochastique. Plus précisément, l'incertitude sur le résultat de la R&D conduit à ce que la baisse des coûts due à la nouvelle technologie $\underline{c}$ soit *a priori* distribuée sur $[0, \overline{c}]$ selon une loi de probabilité $F(\cdot)$. Ainsi $F(c)$ est la probabilité que le coût d'extraction $\underline{c}$ soit inférieur ou égal à c. Si l'on transpose les concepts d'incitations à innover $\overline{V}^i$ à leur espérance $\mathcal{E}\overline{V}^i$, les discussions sur l'effet de remplacement peuvent être réitérées. En effet par exemple pour la firme concurrentielle (neutre à l'égard du risque) à partir de (2), on peut définir $\mathcal{E}\overline{V}^s = -\int_0^{\overline{c}}\int_{\underline{c}}^{\overline{c}} V'(x)dxdF(c)$ et en intégrant par parties, il vient

$$\begin{aligned}\mathcal{E}\overline{V}^s &= -\left[\left(\int_{\underline{c}}^{\overline{c}} V'(x)dx\right)F(c)\right]_0^{\overline{c}} - \int_0^{\overline{c}} V'(c)F(c)dc \\ &= \int_0^{\overline{c}} F(c)\int_0^{\infty} e^{-rt}q_t^s(c)dtdc\end{aligned}$$

Identiquement $\mathcal{E}\overline{V}^m = \int_0^{\overline{c}} F(c)\int_0^{\infty} e^{-rt}q_t^m(c)dtdc$. Ainsi les écarts $\Delta\mathcal{E}$ des incitations à innover espérées entre les deux structures obéissent aussi à la proposition car on peut écrire[19] $\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}\overline{V}^s - \mathcal{E}\overline{V}^m = \int_0^{\infty} e^{-rt}\Delta q_t\left(\widetilde{c}\right)dt$. L'incertitude sur la taille de l'innovation ne joue pas vraiment sur la structure de l'effet de remplacement mais simplement sur son niveau.

5 Conclusions

Dans cet article nous avons analysé l'impact de la structure de marché sur les incitations à innover lorsque le produit final écoulé sur le marché est une ressource non renouvelable. Dans ce cadre, nous avons montré que le résultat standard de Arrow, l'effet de remplacement du monopole, perd de sa généralité. Deux phénomênes apparaissent. D'une part, l'effet de remplacement n'est plus valide si l'élasticité-prix est fortement croissante (par rapport aux quantités demandées) car pour le monopole, l'exercice du pouvoir de marché dans les périodes initiales, ne rentre pas en conflit avec l'adoption de l'innovation. D'autre part, même si l'élasticité-prix est décroissante ou peu croissante, la poursuite de l'exploitation minière conduit à ce que, pour une certaine date d'innovation, l'incitation à innover du monopole minier dépasse celle de la société. Là encore le résultat de Arrow est remis en cause.

En extrapolant notre analyse, on peut penser que la concentration de certains secteurs industriels de ressources naturelles n'est pas obligatoirement néfaste pour la dynamique de R&D. Alors que les substituts à certaines ressources se font attendre (on peut penser aux produits pétroliers pour les usages dits "nobles" tels les transports), les consommateurs sont de plus en plus captifs au fur et à mesure de l'épuisement de ces ressources, les opportunités d'innovation technologique apparaissent plus favorables pour les firmes détenant du pouvoir de marché.

19 En appliquant le théorème de la moyenne, où $\widetilde{c} \in \left]0, \overline{c}\right[$.

Annexes

A. Preuve du lemme

On se base sur Sweeney (1977), p 132. Ses résultats peuvent se résumer au théorème suivant :

Théorème de Sweeney (1977)[20]

Supposons que $q_0^s > 0$ *ou* $q_0^m > 0$

(a) Si $\forall t > 0,\ e^{-rt}g(q_t^m)/g(q_0^m) < 1$ *(Evolution normale) :* $g(q_0^m) \gtrless 0 \Rightarrow q_0^m \gtrless q_0^s$.

(b) Si $\forall t > 0,\ e^{-rt}g(q_t^m)/g(q_0^m) = 1$ *(Evolution exponentielle), (i) et si l'épuisement des réserves est total dans chaque régime de marché*[21] *alors* $q_0^m = q_0^s$.

(c) Si $\forall t > 0,\ e^{-rt}g(q_t^m)/g(q_0^m) > 1$ *(Evolution rapide) et si l'épuisement des réserves est total dans chaque régime de marché :* $g(q_0^m) \gtrless 0 \Rightarrow q_0^m \lesseqgtr q_0^s$.

(d) Si $g(q_0^m) = 0$ *alors* $g(q_0^m) \gtrless 0 \Rightarrow q_0^m \lesseqgtr q_0^s$ □

En vue de la comparaison concurrence-monopole, nous appliquons le théorème de Sweeney sachant que sous notre hypothèse de coûts d'extraction unitaires positifs et constants, l'épuisement est effectif pour les deux structures (en temps fini ou infini selon $p(0)$). Il s'agit donc d'évaluer les variations temporelles de $e^{-rt}g(q_t^m)$.

D'après (7) dans le texte, on peut former les expressions suivantes ($\forall c \in [\bar{c}, \underline{c}]$), $\forall t \geqslant 0$

$$g(q_0^m(c)) = -\frac{p(q_0^m(c))}{\eta(q_0^m(c))} < 0 \quad \text{et} \quad e^{-rt}\, g(q_t^m(c)) = -e^{-rt}\,\frac{p(q_t^m(c))}{\eta(q_t^m(c))} < 0 \tag{A.1}$$

En dérivant (A.1), la variation temporelle de $e^{-rt}\, g(q_t^m(c))$ est définie par (sachant que $dq/dt = (dp/dt)/p'(.)$, et en omettant les arguments c) :

$$\begin{aligned}\frac{d\,(e^{-rt}g(q_t^m))}{dt} &= \frac{e^{-rt}}{\eta(q_t^m)} r\, p(q_t^m) - \frac{\eta'(q_t^m)}{\eta(q_t^m)}\,(p(q_t^m)\dot{q}_t^m - \dot{p}(q_t^m)) \\ &= \frac{e^{-rt}}{\eta(q_t^m)}\left[r\, p(q_t^m) - \dot{p}(q_t^m)\left(1 + \eta'(q_t^m)\, q_t^m\right)\right]\end{aligned} \tag{A.2}$$

Or en différentiant la condition d'arbitrage du monopole (cf note 6), on peut déterminer $\dot{p}(q_t^m)$. En effet $\forall t, \dot{m}(q_t^m) \equiv \frac{dm(q_t^m)}{dt} = r\,\lambda^m e^{rt} = r\,(m(q_t^m) - c)$.

20 Le domaine de validité de ce théorème implique un cadre certain et des coûts d'extractions croissants convexes en l'extraction et indépendants du niveau des réserves *in situ*.

21 C'est-à-dire $S_0 = \int_0^\infty q_t^i dt,\ i = m, s$.

Or $\dot{m}(q_t^m)$ s'écrit $\forall t$

$$\begin{aligned}\dot{m}(q_t^m) &= \dot{p}(q_t^m)\left(1-\frac{1}{\eta(q_t^m)}\right)+p(q_t^m)\frac{\eta'(q_t^m)\,\dot{q}_t^m}{\eta(q_t^m)^2}\\ &= \dot{p}(q_t^m)\frac{\eta(q_t^m)-1-\eta'(q_t^m)q_t^m}{\eta(q_t^m)}\end{aligned}$$

Et en égalisant à $r\,(m(q_t^m)-c)$ et en isolant $\dot{p}(q_t^m)$, il vient :

$$\dot{p}_t^m \equiv \dot{p}(q_t^m) = r\eta(q_t^m)\frac{m(q_t^m)-c}{\eta(q_t^m)-1-\eta'(q_t^m)\,q_t^m} \qquad (A.3)$$

Sous l'hypothèse[22] $\forall q \geqslant 0,\ \eta'(q) < \frac{\eta(q)-1}{q}$, le prix monopolistique est croissant car le numerateur de (A.3) est sans ambiguïté positif ($m(q_t^m)-c = \lambda^m e^{rt}$). On peut alors relier les variations temporelles de $e^{-rt}g(q_t^m)$ à la sensibilité de l'élasticité-prix ($\eta'(q)$), car en substituant (A.3) dans (A.2), on a

$$\frac{d\left(e^{-rt}g(q_t^m)\right)}{dt} = \frac{re^{-rt}}{\eta(q_t^m)}\left[p(q_t^m)-\frac{p(q_t^m)\left(\eta(q_t^m)-1\right)-\eta(q_t^m)c}{\eta(q_t^m)-1-\eta'(q_t^m)\,q_t^m}\left(1+\eta'\left(q_t^m\right)q_t^m\right)\right] \qquad (A.4)$$

Cherchons à présent quelle fonction $\eta'(q)$ rendre stationnaire la mesure d'imperfection de marché actualisée $e^{-rt}g(q_t^m)$. En annulant (A.4), il vient $\eta'(q_t^m) = \frac{c}{q_t^m(p(q_t^m)-c)} > 0$ Ainsi si pour tout $q \geqslant 0$, $\eta'(q) = c/q\,[p(q)-c]$, la fonction d'imperfection de marché actualisée $e^{-rt}g(q_t^m)$ est stationnaire. En posant $\eta'(q) = x$ et différentiant (A.4) en à x, il vient $\forall q \geqslant 0, \forall t \geqslant 0$ (on supprime les indices) :

$$\frac{d(e^{-rt}g(q))/dt}{dx} = -\frac{e^{-rt}}{\eta(q)}\left[p(q)\left(\eta(q)-1\right)-\eta(q)c\right]\left[\frac{\eta(q)q}{\left(\eta(q)-1-xq\right)^2}\right] < 0$$

Il résulte de cette dernière relation que la fonction d'imperfection de marché actualisée sera croissante (resp. décroissante) si la sensibilité $\eta'(q)$ de l'élasticité-prix par rapport q est bornée supérieurement (resp. inférieurement) par la fonction $c/\left[q\left(p(q)-c\right)\right]$, soit :

$$\forall t \geqslant 0,\ \frac{d\left(e^{-rt}g(q_t^m(c))\right)}{dt} \gtrless 0 \Leftrightarrow \forall q,\ \eta'(q) \lesseqgtr \frac{c}{q\left(p(q)-c\right)} \qquad (A.5)$$

22 Sous l'hypothèse $\eta'(q) \geqslant \frac{\eta(q)-1}{q}$, la croissance de l'élasticité-prix de la demande implique la non concavité du profit instantané du monopole sans que pour autant la demande soit « anormale ». Il en résulte que la décroissance de la recette marginale n'est pas assurée. La condition d'arbitrage de à la Hotelling n'est plus valide.

De plus l'allure de $e^{-rt}g(q_t^m(c))$ nous donne aussi un classement des rythmes de croissance des prix. En effet, on a vu ci-dessus que le prix de monopole est temporellement croissant, il en est de même du prix concurrentiel car $\forall t \geqslant 0$, $\dot{p}_t^s \equiv \dot{p}(q_t^s(c)) = r[p(q_t^s(c)) - c] > 0$. Comparons à présent ces rythmes de croissance en faisant apparaître la fonction d'imperfection g et son allure $\dot{g}$. Soit

$$\dot{p}_t^s = r\left[p(q_t^s) - c\right] \quad \text{et} \quad \overbrace{\dot{p}_t^m + \dot{g}(q_t^m)}^{\dot{m}(q_t^m)} = r\left[\overbrace{p(q_t^m) + g(q_t^m)}^{=m(q_t^m)} - c\right]$$

En formant la différence $\dot{p}_t^m - \dot{p}_t^s$ et en effectuant la comparaison à prix et quantités égaux $(q_t^m(c) = q_t^s(c) = q_t)$, il vient $\dot{p}_t^m - \dot{p}_t^s = rg(q_t) - \dot{g}(q_t)$. Ainsi selon que $e^{-rt}g(q_t)$ est croissant (resp. non croissant) $\dot{p}_t^m - \dot{p}_t^s > 0$ (resp. $\dot{p}_t^m - \dot{p}_t^s \leqslant 0$) pour tout t[23]. À partir de (A.5) et puisque $p'(q) < 0$, on peut donc écrire

$$\forall t \geqslant 0, \dot{q}_t^s(c) \gtreqless \dot{q}_t^m(c) \Leftrightarrow \forall q \geqslant 0, \eta'(q) \lesseqgtr \frac{c}{q\left(p(q) - c\right)} \tag{A.6}$$

En invoquant maintenant le théorème de Sweney, la condition sur $\eta'(q)$ dans (A.5) et (A.6), nous permet d'évaluer la variation relative des taux d'extractions dans les deux structures de marché. Selon le positionnement de $\eta'(q)$, nous pouvons donc repérer trois situations.

1. *Elasticité-prix décroissante* soit $\forall q \geqslant 0$, $\eta'(q) \in \left]-\infty, c/\left(q(p(q) - c)\right)\right[$, sous cette condition, d'après (A.5) $e^{-rt}g(q_t^m(c))$ est (temporellement) croissant soit $0 > e^{-rt}g(q_t^m(c)) > g(q_0^m(c)), \forall t > 0$, et en vertu du théorème de Sweeney *(a)*, il vient immédiatement : $g(q_0^m(c)) < 0 \Rightarrow q_0^m(c) < q_0^s(c)$. Or selon (A.6) l'extraction monopolistique décroît moins vite qu'à l'optimum, ce qui nous permet d'affirmer directement qu'il existe une date t_1, telle que : $\forall t \lesseqgtr t_1$, $q_t^m(c) \lesseqgtr q_t^s(c)$, soit $\Delta q_t(c) \gtreqless 0$.
2. *Elasticité croissante* soit $\forall q \geqslant 0$, $\eta'(q) = c/\left(q(p(q) - c)\right) > 0$. Toujours d'après (A.5) et (A.6), $e^{-rt}g(q_t^m(c))$ est constant $0 > e^{-rt}g(q_t^m(c)) = g(q_0^m(c))$ et $\dot{q}_t^s(c) = \dot{q}_t^m(c)$, pour tout t. En invoquant le point (b) du théorème de Sweeney, il vient $\forall t \geqslant 0$, $q_t^m(c) = q_t^s(c)$, soit $\Delta q_t(c) = 0$.
3. *Elasticité « fortement » croissante*, soit $\forall q \geqslant 0$, $\eta'(q) \in \left]c/\left(q(p(q) - c)\right), \left(\eta(q) - 1\right)/q\right[$, analogiquement on voit que $e^{-rt}g(q_t^m(c))$ est décroissant soit $0 > g(q_0^m(c)) > e^{-rt}g(q_t^m(c))$ et en vertu du théorème de Sweeney *(c)* : $g(q_0^m(c)) < 0 \Rightarrow q_0^m(c) > q_0^s(c)$. La relation (A.6) nous montre que l'extraction monopolistique décroît maintenant plus vite qu'à l'optimum, il existe donc une date t_2, telle que $\forall t \lesseqgtr t_2$, $q_t^m(c) \gtreqless q_t^s(c)$, soit $\Delta q_t(c) \lesseqgtr 0$.

23 Plus directement $\dot{p}_t^s - \dot{p}_t^m = r\left\{p(q) - c - \frac{[\eta(q)-1]\,p(q) - \eta(q)\,c}{\eta(q) - 1 - \eta'(q)\,q}\right\}$, expression qui s'annule si $\eta'(q) = c/\left(q(p(q) - c)\right)$.

B. Preuve de la proposition

Tout d'abord, on voit aisément que si l'élasticité-prix est croissante ($\forall q \geqslant 0$, $\eta'(q) = c/\left(q(p(q) - c)\right)$), le point *ii)* du lemme conduit à l'égalité $\Delta q_t(c) = 0, \forall t \geqslant 0$ et donc $\Delta \overline{V} = \int_{\underline{c}}^{\overline{c}} \int_0^\infty \left(e^{-rt} \times 0\right) dtdc = 0$.

Passons maintenant aux deux configurations de demande restantes (décroissante et fortement croissante). D'après le lemme, il existe toujours une date t_i, $i = 1, 2$, pour laquelle les taux d'extractions sont égaux, c'est-à-dire telle que $\Delta q_{t_i}(c) = 0$. D'aprês le lemme, en deça et au delà de ces dates, les différences $\Delta q_t(c)$ gardent des signes constants. Il est donc possible de réécrire $\int_0^\infty \Delta q_t(c)dt$ identiquement nulle (cf. (8)) sous la forme de deux sommes soit $\int_0^\infty \Delta q_t(c)dt = \int_0^{t_i} \Delta q_t(c)dt + \int_{t_i}^\infty \Delta q_t(c)dt = 0$. Or par application du théorème de la moyenne[24], on sait qu'il existe une date $\theta_i^1 \in \left]0, t_i\right[$, $\forall i = 1, 2$, telle que

$$\int_0^{t_i} \Delta q_t(c)dt = \Delta q_{\theta_i^1}(c) \left(\int_0^{t_i} dt\right) = \Delta q_{\theta_i^1}(c)t_i \tag{$B.1$}$$

Ainsi

$$\int_0^\infty \Delta q_t(c)dt = 0 \Leftrightarrow \int_{t_i}^\infty \Delta q_t(c)dt = -\Delta q_{\theta_i^1}(c)t_i \tag{$B.2$}$$

De même, en appliquant encore le théorème de la moyenne sur $\delta(c)$, existent des dates $\theta_i^2 \in \left]0, t_i\right[$ et $\theta_i^3 \in \left]t_i, \infty\right[$ $\forall i = 1, 2$, telles que :

$$\delta(c) = \int_0^{t_i} e^{-rt} \Delta q_t(c)dt + \int_{t_i}^\infty e^{-rt} \Delta q_t(c)dt$$

$$\Leftrightarrow \delta(c) = e^{-r\theta_i^2} \int_0^{t_i} \Delta q_t(c)dt + e^{-r\theta_i^3} \int_{t_i}^\infty \Delta q_t(c)dt \tag{$B.3$}$$

En substituant (B.2) et (B.1) dans (B.3), il vient $\delta(c) = \left(e^{-r\theta_i^2} - e^{-r\theta_i^3}\right)$ $\Delta q_{\theta_i^1}(c)t_i$. Étant donné que la différence $e^{-r\theta_i^2} - e^{-r\theta_i^3}$ est toujours positive, car par définition $\theta_i^2 < t_i < \theta_i^3$, $\forall i = 1, 2$, l'expression $\delta(c)$ est du signe de $\Delta q_{\theta_i^1}(c)$. Enfin puisque par définition $\theta_i^1 < t_i$, il suffit de se reporter au lemme pour déterminer le signe $\Delta q_{\theta_i^1}(c)$ et prouver la proposition car $\Delta \overline{V} = \int_{\underline{c}}^{\overline{c}} \delta(c)dc$:

- *i) si* $\forall q \geqslant 0, \eta'(q) \in \left]-\infty, c/\left(q(p(q) - c)\right)\right[$, $\Delta q_{\theta_1^1}(c) > 0 \Rightarrow \delta(c) > 0, \Delta \overline{V} > 0$
- *ii) si* $\forall q \geqslant 0, \eta'(q) = c/\left(q(p(q) - c)\right)$, $\Delta q_t(c) = 0 \Rightarrow \delta(c) = \Delta \overline{V} = 0$
- *iii) si* $\forall q \geqslant 0, \eta'(q) \in \left]c/\left(q(p(q) - c)\right), \left(\eta(q) - 1\right)/q\right[$, $\Delta q_{\theta_2^1}(c) < 0 \Rightarrow \delta(c) < 0, \Delta \overline{V} < 0$

---

24 Soient f et g deux fonctions réelles. Si f est de signe constant sur $[a, b]$ alors on sait qu'il existe $c \in]a, b[$ tel que $\int_a^b f(x)g(x)dx = g(c) \int_a^b f(x)dx$.

C. Preuve du corollaire 1

Soient $\forall\tau \in \mathbb{R}_+^*$, $\delta_\tau(c) = \int_\tau^\infty e^{-rt}\Delta q_t(c)dt$ et $\Delta\overline{V}_\tau = \int_{\underline{c}}^{\overline{c}} \delta_\tau(c)dc$.

i) $\forall q \geqslant 0$, $\eta'(q) \in \left]-\infty, c/\left(q(p(q)-c)\right)\right[$. D'après l'annexe B ci-dessus et le lemme : $\delta_0(c) = \delta(c) > 0$ et $\frac{d\delta_\tau(c)}{d\tau} = -e^{-r\tau}\Delta q_\tau(c) \lesseqgtr 0$, $\forall\tau \lesseqgtr t_1$. De plus $\delta_{t_1}(c) < 0$ car toujours d'après le lemme $\forall t \geqslant t_1, \Delta q_t(c) < 0$. Donc entre les dates 0 et t_1, $\delta_\tau(c)$ est monotone décroissant en τ et change de signe, d'où l'existence d'une date $\tau_1 \in \left]0, t_1\right[$, telle que $\delta_{\tau_1}(c) = 0$. Ainsi $\forall\tau \lesseqgtr \tau_1, \Delta\overline{V}_\tau \gtreqless 0$.

ii) $\forall q \geqslant 0$, $\eta'(q) = c/\left(q(p(q)-c)\right)$. D'après le lemme, $\forall\tau, \delta_\tau(c) = 0$, $\Delta\overline{V}_\tau = 0$.

iii) $\forall q \geqslant 0$, $\eta'(q) \in \left]c/\left(q(p(q)-c)\right), \left(\eta(q)-1\right)/q\right[$. De manière analogue au cas *i)* $\delta_0(c) = \delta(c) < 0$; $\frac{d\delta_\tau(c)}{d\tau} = -e^{-r\tau}\Delta q_\tau(c) \gtreqless 0$, $\forall\tau \lesseqgtr t_2$ et $\delta_{t_2}(c) > 0$. Donc entre les dates 0 et t_2, $\delta_\tau(c)$ est monotone croissant en τ et change de signe d'où l'existence d'une date $\tau_2 \in \left]0, t_2\right[$, telle que $\delta_{\tau_2}(c) = 0$. Ainsi $\forall\tau \lesseqgtr \tau_2, \Delta\overline{V}_\tau \lesseqgtr 0$.

D. Annexe à la sous-section 4.2.

Tout d'abord notons $W(\tau, c) = \int_\tau^\infty e^{-rt}\left[u(q_t^s(c)) - cq_t^s(c)\right]dt$, le bien-être maximal (pour c) à partir de la date τ, avec $S_\tau = s$ un niveau de stock quelconque. Si $S_\tau = s$ alors par changement de variable $W(\tau, c) = e^{-r\tau}W(0, c)$ avec maintenant $S_0 = s$.

On résoud maintenant le problème d'innovation du planificateur de la sous-section 4.2, soit

$$\max_{\tau\geqslant 0} \int_0^\tau e^{-rt}\left[u(q_t^s(\overline{c})) - \overline{c}q_t^s(\overline{c})\right]dt + \int_\tau^\infty e^{-rt}\left[u(q_t^s(\underline{c})) - \underline{c}q_t^s(\underline{c})\right]dt - e^{-r\tau}K$$

qui s'écrit donc $\max_{\tau\geqslant 0}\Phi(\tau) = W(0,\overline{c}) - W(\tau,\overline{c}) + W(\tau,\underline{c}) - e^{-r\tau}K$ avec la restriction que le stock en τ soit sur sa trajectoire optimale soit $s = S_\tau^{s*}$. En remarquant que $\Phi(\tau)$ se réécrit $\Phi(\tau) = (1-e^{-r\tau})W(0,\overline{c}) + e^{-r\tau}W(0,\underline{c}) - e^{-r\tau}K$, la condition nécessaire d'optimalité s'écrit

$$\tau_s^*\left[-re^{-r\tau_s^*}\left(W(0,\underline{c}) - W(0,\overline{c}) - K\right)\right] = 0 \qquad (D.1)$$

Or par analogie avec (2) on reconnait l'expression $W(0,\underline{c}) - W(0,\overline{c})$ comme l'incitation à innover immédiatement si le stock est $S_0 = S_{\tau_s^*}^{s*}$. Or par définition c'est aussi l'incitation dynamique $\overline{V}_{\tau_s^*}^s$ quand le stock est sur sa trajectoire optimale[25]. On peut donc écrire (D.1) sous la forme $-r\tau_s^* e^{-r\tau_s^*}$

[25] On pourrait le montrer par construction ce qui est plus fastidieux.

$\left(\overline{V}^s_{\tau^*_s} - K\right) = 0$. Enfin, cette condition n'est suffisante[26] que si $\overline{V}^s_{\tau^*_s} > K$ et dans ce cas la solution est bien $\tau^*_s = 0$, soit $\overline{V}^s > K$. Si $\overline{V}^s_{\tau^*_s} < K$, $\Phi(\tau)$ est convexe, donc $\tau^*_s \to \infty$, solution si $\Phi(0) < \Phi(\infty)$ soit $W(0, \underline{c}) - K < W(0, \overline{c})$ ou encore $\overline{V}^s < K$. Enfin si $\overline{V}^s_{\tau^*_s} = K$, $\tau^*_s \in \mathbb{R}_+$. Le cas du monopole est isomorphe, en remarquant que $W(\tau, c) = \int_\tau^\infty e^{-rt}\left[p(q_t^m(c)) - c\right] q_t^m(c)dt$.

Références

Amigues J.-P., P. Favard, G. Gaudet et M. Moreaux (1998), "On the optimal order of natural resource use when the capacity of the inexhaustible substitute is limited", *Journal of Economic Theory*, 80(1), pp. 153-70.

Amigues J.-P., A. Grimaud et M. Moreaux (2004), "Optimal endogenous sustainability with an exhautible resource through dedicated R&D", *Les Cahiers du LERNA*, 04.17.154.

Arrow K. (1962), *Economic welfare and the allocation of resources for invention in The Rate and Direction of Inventive Activity*, Princeton U.P., pp. 609-626.

Basar T. (1989), "Time Consistency and Robustness of Equilibria", in *Non-Cooperative Dynamic Games in Dynamic Policy Games in Economics*, F. van der Ploeg et A. de Zeeuw (Eds), Elsevier.

Dasgupta P. et J.E Stiglitz (1982), "Market Structure and Resource Depletion : a Contribution to the Theory of Intertemporal Monopolistic Competition", *Journal of Economic Theory*, vol. 28, pp. 128-164.

Gilbert R. et D. Newbery (1982), "Preemptive Patenting and the Persistence of Monopoly", *American Economic Review*, vol. 72(3), pp. 514-526.

Grimaud A., L. Rouge (2003), "Non Renewable Resources and Growth with Vertical Innovations : Optimum, Equilibrium and Economic Policies", *Journal of Environmental Economics and Management*, vol. 45, pp. 433-453.

Harris C. et J. Vickers (1995), "Innovation and Natural Resources : a dynamic game with uncertainty", *Rand Journal of Economics*, vol. 26(3), pp. 418-430.

Hoel M. (1983), "Monopoly Resource Extraction under the presence of Predetermined Substitute Production", *Journal of Economic Theory*, vol. 30(1), pp. 201-212

Hotelling H. (1931), "The Economics of Exhaustible Resources", *Journal of Political Economy*, vol. 39(2), pp. 137-175

Hung N.M. (1978), *Over-Conservation of Natural Resource Under Monopoly*, miméo.

[26] On vérifie que $\Phi''(\tau) = -r^2 e^{-r\tau}\left(\overline{V}^s_\tau - K\right) \leqslant 0$ si $\overline{V}^s_\tau \geqslant K$. Sinon $\Phi(\tau)$ est convexe.

Hung N.M. et N.V. Quyen (1993), *Dynamic Timing Decisions Under Uncertainty : Essays on Invention, Innovation and Exploration in Resources Economics*, vol. 406, Coll. Lectures Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer-Verlag, Berlin, 1994.

Rotillon G. (1981), *Gestion Optimale des Ressources Epuisables avec ou sans Renouvellement*, Thèse de Doctorat, U. Panthéon Sorbonne.

Stiglitz J. E. (1976), "Monopoly and the rate of extraction of Exhaustible Resources", *American Economic Review*, vol. 66, pp. 655-661.

Sweeney J.L. (1977), "Economics of Depletable Resources : Market Forces and Intertemporal Biais", *Review of Economic Studies*, vol. 44(136), pp. 205-221

Tirole J. (1995), « Théories de l'Organisation Industrielle », Economica, Paris. (vol. I & II).

Zeckhauser R.J. et M.C. Weinstein (1975), "Optimal Consumption of Depletable Resources", Quartely Journal of Economics, vol. 89(3), pp. 371-392.