

Systèmes de retraite par répartition, mode de calcul des droits à pension et croissance

Gilles Le Garrec*

*EUREQua, Université de Paris I** et Université de Paris 9*

1 Introduction

Les pays industrialisés vieillissent. Cet état de fait incontournable et connu depuis fort longtemps est au cœur du débat sur l'avenir de nos systèmes publics de retraite. Gérés en grande majorité par répartition, ceux-ci voient leur ratio de dépendance, c'est à dire le rapport entre le nombre de retraités et celui des actifs, prendre des proportions inquiétantes. Evalué à 35,8 en France en 1990¹, celui-ci devrait atteindre 70,1 à l'horizon 2040. Si l'on veut garantir des retraites toujours identiques, il faudra donc impérativement augmenter soit le niveau des cotisations, soit la durée de cotisation. Devant ce problème de financement des retraites, certains pays à l'instar du Chili en 1981 n'ont pas hésité à privatiser leurs systèmes de retraites, substituant alors la capitalisation à la répartition. Mais on peut se demander si une telle décision est justifiée. Outre le terrible coût lié au passage d'un système à l'autre, la supériorité relative du système de retraite basé sur la capitalisation n'est pas d'une évidence indiscutable. Avant de trancher ce débat pour la France, il apparaît donc fondamental d'étudier en profondeur

* Je tiens à remercier Pierre Cahuc, David Weil et Oded Galor, ainsi que tous les participants du séminaire « modèles à générations imbriquées » de l'Université de Paris 1 pour leurs nombreux conseils. Je remercie également deux rapporteurs anonymes pour leurs commentaires. Enfin, je tiens particulièrement à remercier Frédéric Dufourt pour ses innombrables relectures constructives ; cet article lui doit beaucoup. Néanmoins je reste seul responsable des éventuelles erreurs ou omissions restantes.

** 106-112 Bd de l'Hôpital 75647 Paris cedex 13.

Email : legarrec@univ-paris1.fr

¹ Sur la base du ratio nombre d'inactifs de 60 ans et plus pour cent personnes d'âge actif (20-59 ans) retenu par l'INSEE.

(plus qu'une simple analyse comptable) les inconvénients et avantages des différents systèmes.

Une telle étude comparative a été traditionnellement opérée dans le modèle à générations imbriquées introduit par Allais (1947), Samuelson (1958) et Diamond (1965). Dans ce modèle, l'impact d'un système public de retraite par répartition est la diminution de l'épargne, de sorte que dans un régime de sous-accumulation, sa mise en œuvre a tendance à réduire la croissance². Dans ces conditions, bien qu'au sens strict on se trouve sur un optimum parétien, son remplacement par un système en capitalisation peut paraître justifié dans une optique générationnelle, à condition d'accepter un faible sacrifice des toutes premières générations au profit de l'ensemble des générations suivantes.

Néanmoins, la simplicité de ce modèle de référence fait douter de la pertinence de ses résultats. En particulier, les choix de l'individu sont limités à l'arbitrage entre consommation et épargne, et ne permettent pas une prise en compte fine de la complexité du comportement des agents face aux décisions vis à vis de la retraite. Dans la plupart des programmes publics de retraite le calcul des droits à pension d'un salarié dépend de ses revenus ainsi que de son nombre d'annuités, c'est à dire la durée de son activité salariale. Sala-i-Martin (1996) rappelle que, pour 130 des 139 pays où l'information est disponible, la pension d'une personne est effectivement liée à l'histoire de ses salaires et à une durée de cotisation minimale. La règle générale est donc un système de retraite proportionnel aux salaires, très peu de pays (comme par exemple les Pays-Bas, le Danemark, la Norvège) ayant un système de retraites forfaitaires effectivement assimilable à des transferts intergénérationnels forfaitaires. En France, la durée minimale de cotisation donnant droit à une pension à taux plein, après avoir été longtemps de 37,5 ans, est passée à 40 ans, et le rapport Charpin sorti courant 1999 préconise une augmentation de cette durée qui serait alors de 42 ans, et ce pour un âge minimum légal de départ à la retraite inchangé, c'est à dire 60 ans. Or le modèle à générations imbriquées standard ne permet pas de différencier les systèmes proportionnels de retraites des systèmes de transferts intergénérationnels forfaitaires octroyant des pensions identiques pour tous. Face à ces insuffisances du modèle de référence, il apparaît donc indispensable d'enrichir la structure de base afin de mieux rendre compte de la diversité des systèmes de retraites par répartition. L'une des possibilités intéressantes consiste à introduire dans le modèle standard la possibilité pour l'individu de s'éduquer (Le Garrec, 1998). Face à deux systèmes de calcul des droits à pension (proportionnel ou forfaitaire), l'individu évalue alors l'incitation à entreprendre des études plus ou moins longues (et donc à investir en capital humain).

En outre, l'étude de l'impact des deux systèmes de retraite par répartition dans un cadre de croissance endogène est intéressante. Malgré l'importance grandissante des transferts, la plupart des recherches concer-

² Cf. Michel P. (1993)

nant les déterminants de la croissance économique à long-terme continue de les ignorer. Pourtant, depuis Barro (1990), une partie de la littérature s'est concentrée sur les effets positifs de l'investissement public et les effets négatifs de la consommation publique et des taxes distorsives. Les transferts, dont le versement des droits à pension constitue une part importante, sont appréhendés comme un mécanisme socialement utile mais qui requiert d'être financé par des taxes distorsives (Cf. Alesina et Rodrik (1994)). Or d'un point de vue croissance, les distorsions générées par les taxes sont généralement vues comme nuisibles. Il est alors surprenant de constater, dans une régression sur différents pays intégrant les transferts (Barro, 1991), que la seule composante des dépenses publiques qui soit positivement corrélée à la croissance est celle des transferts (SS) (la consommation publique GC étant négativement corrélée et l'investissement public GI non significatif) :

$$Gr7085 = -0,000 - 0,015 \ln(GDP70) - 0,129 GC - 0,228 GI + 0,111 SS + 0,217 I$$

$$(0,004) \quad (0,047) \quad (0,155) \quad (0,054) \quad (0,041)$$

$$R2 = 0,39; s.e. = 0,0182; obs. = 74,$$

où ont été inclus le log du produit par tête ($\ln(GDP70)$) et la part de l'investissement (I) (la variable d'intérêt est le taux de croissance moyen annuel du produit par tête tirée de Summers et Heston, 1988). Des conclusions encore plus fortes sont obtenues par Cashin (1993) à partir de données de panel pour un ensemble de 20 pays de l'OCDE : dans son étude, les transferts semblent être la seule composante des dépenses publiques positivement corrélée avec le taux de croissance.

Étant donné la part importante qu'occupent les versements des droits à pension dans la totalité de ces transferts, il semble donc probable que ces droits aient une influence positive (et non négative) sur la croissance économique. Il devient alors important de proposer un modèle qui tente de rendre compte théoriquement d'une telle observation. Or dans un modèle de type "Learning-by-doing" (sans capital humain et qui ne différencie pas les différents systèmes par répartition) cette possibilité est exclue puisque toute fiscalité qui a pour conséquence une réduction de l'épargne réduit la croissance économique (voir notamment Saint-Paul, 1990). Pour sa part, Artus (1993), en utilisant un modèle particulier où les agents revendent leur capital humain aux entreprises pendant leur retraite, montre que le système de retraite proportionnel peut être favorable à la croissance.

Cet article aura donc comme double objectif l'explication de l'observation faite sur la croissance économique ainsi que la comparaison des deux systèmes polaires de retraite par répartition afin d'en tirer des recommandations normatives quant à la méthode de calcul des droits à pension. Le papier est organisé de la manière suivante : la section 2 expose un modèle canonique, dont l'investissement en capital humain sera le moteur de la croissance; la section 3 étudie les conséquences des deux systèmes de retraite par répartition sur la croissance équilibrée de l'économie en équilibre général; enfin la section 4 étudie l'efficacité des deux systèmes de retraite,

quel système, s'il y en a un, est préférable socialement dans l'économie et à quel niveau.

2 Le modèle

Le modèle est une variante du modèle à générations imbriquées qui permet aux individus un investissement dans leur éducation.

L'économie est caractérisée par un bien unique à la fois bien de consommation et réserve de valeur sous forme de capital physique. En l'absence de monnaie, ce bien est choisi comme numéraire. Les consommateurs détiennent le capital et le louent aux entreprises en début de période pour le récupérer en fin de période avec un rendement égal au taux d'intérêt.

La population se compose d'un grand nombre d'individus tous identiques et croît d'un facteur n à chaque période : $N_t = (1 + n)N_{t-1}$, $\forall t$. Ce facteur n permet de caractériser la structure de la population : plus n est faible, plus la proportion de retraités dans l'économie sera élevée.

2.1 Les individus

2.1.1 Structure générale

Chaque individu, non altruiste, vit pendant deux périodes et ses préférences sont caractérisées par la fonction

$$U(c_t, d_{t+1}) = \ln c_t + \beta \ln d_{t+1}, \quad (1)$$

où c_t est la consommation de première période de vie d'un individu né en t , d_{t+1} sa consommation de deuxième période de vie, et où β est le facteur d'escompte.

Pendant la première période, chaque individu doit partager son unité de temps entre des études non rémunérées visant à acquérir du capital humain et une activité salariée. Nous supposons en outre que les individus héritent du capital humain de la génération précédente et que cet héritage accroît l'efficacité de la technologie d'accumulation du capital humain suivant des rendements constants. En résumé, le processus d'accumulation du capital humain du consommateur représentatif est caractérisé par :

$$Z_t = Bh_t^\delta \bar{Z}_{t-1}, \quad (2)$$

où Z_t est le niveau de capital humain d'un individu né en t , \bar{Z}_{t-1} le capital humain moyen de la génération précédente, et h_t l'investissement temporel en éducation³. Cette modélisation de la technologie d'accumulation se

³ On suppose que $B \geq \left(1 + \frac{1}{\delta}\right)^\delta$ afin de garantir que le taux de croissance des connaissances reste toujours positif.

démarque des formes traditionnellement retenues en autorisant un effet instantané de l'investissement en capital humain sur le niveau de ce capital, et non un effet différé d'une période. On peut en fait distinguer deux types d'éducation : les études de bases obligatoires (primaires et en partie secondaires) et les études facultatives, dont les supérieures. Les premières constituent bien un investissement (en terme d'effort principalement) durant la jeunesse qui se rentabilisera plus tard lors de la vie active. Par contre, les études supérieures résultent d'un arbitrage qui s'opère sur une même période : sacrifier une partie de son temps en période active afin de compléter les compétences de base acquises lors de la jeunesse, et ce pour une rentabilité quasi-immédiate. Notre spécification de la technologie d'accumulation vise donc plutôt à rendre compte des études du second type, les autres étant maintenues à un niveau implicite.

Durant cette première période, les individus vont épargner et consommer leur revenu net des prélèvements proportionnels du système de retraite.

La contrainte budgétaire de première période de vie est donc :

$$c_t + s_t = (1 - h_t)Z_t w_t (1 - \tau_t), \quad (3)$$

où s_t est l'épargne d'un individu né en t , $Z_t w_t$ son salaire brut durant l'activité salarié et τ_t le taux de cotisation du système de retraite auquel il est soumis.

En seconde période de vie, les individus récupèrent avec intérêts leur épargne placée auprès des entreprises, et ils dépensent l'intégralité de leur revenu pour leur consommation courante. La contrainte budgétaire de l'agent représentatif est alors :

$$d_{t+1} = R_{t+1} s_t + p_{t+1}, \quad (4)$$

où p_{t+1} est la pension perçue à la retraite par un individu né en t , et $R_{t+1} = 1 + r_{t+1}$ est le facteur d'intérêt rémunérant l'épargne en t .

2.1.2 Plans de consommation optimaux

Dans le cadre des modèles traditionnels (sans capital humain) on sait que le mode de calcul des droits à pension, qu'il soit proportionnel ou forfaitaire, n'a pas d'influence sur les décisions de consommation des agents. Cependant, l'introduction de la possibilité pour les individus de s'éduquer est de nature à modifier ce résultat. Il convient alors d'étudier explicitement l'impact des deux modes de calcul.

- Calcul forfaitaire des droits à pension.

Lorsque les droits à pension sont établis sur la base d'un montant forfaitaire, tous les individus reçoivent une pension identique, indépendante de leurs cotisations et indépendante de leur durée de cotisation. On a alors

$p_{t+1} = \bar{p}_{t+1}$. Dans ce cas, la résolution du problème du consommateur aboutit aux conditions d'optimalité suivantes :

$$s_t = \frac{\beta}{1 + \beta} (1 - h_t)(1 - \tau_t) Z_t w_t - \frac{1}{1 + \beta} \frac{\bar{p}_{t+1}}{R_{t+1}}, \quad (5)$$

et

$$h_t = \frac{\delta}{1 + \delta} = h^0, \quad (6)$$

où h^0 est l'investissement en éducation en l'absence de système de retraite.

Ainsi, dans le cas d'un tel calcul des droits à retraite, l'introduction d'un système de retraites n'a pas d'influence sur la durée des études.

• Calcul proportionnel des droits à pension.

Dans les systèmes de retraites existants qui calculent les droits à pension en fonction de l'histoire des salaires, la garantie d'une pension à taux plein est sujette à une durée de cotisation minimale. Si cette durée légale n'est pas atteinte, des pénalités sont retenues. En notant $1 - \bar{h}$ cette durée, le calcul des droits à pension présenté dans Pestieau et Stijns (1997) est le suivant : si la durée minimale est atteinte, c'est à dire si $h_t \leq \bar{h}$ (équivalent à $1 - h_t \geq 1 - \bar{h}$), alors on a $p_{t+1} = \bar{\theta}_{t+1} Z_t w_t$, où $\bar{\theta}_{t+1}$ est le taux de réversion garanti par le système de retraite; dans le cas inverse $h_t > \bar{h}$, le niveau de la pension est donné par $p_{t+1} = \frac{1-h_t}{1-\bar{h}} \theta_{t+1} Z_t w_t$. La formule résumant le niveau des droits à pension peut être donnée par $p_{t+1} = \frac{1 - \max\{h_t; \bar{h}\}}{1 - \bar{h}} \theta_{t+1} Z_t w_t$. Dans cette configuration, la résolution du problème du consommateur aboutit à :

$$s_t = \left[\frac{\beta}{1 + \beta} (1 - h_t)(1 - \tau_t) - \frac{1}{1 + \beta} \frac{\bar{\theta}_{t+1}}{R_{t+1}} \frac{1 - \max\{h_t; \bar{h}\}}{1 - \bar{h}} \right] Z_t w_t, \quad (7)$$

et

$$h_t = \begin{cases} h^0 & \text{si } \bar{h} < h^0 \\ \hat{h}_t & \text{si } \bar{h} \geq \hat{h}_t, \\ \bar{h} & \text{si } \bar{h} < \hat{h}_t \end{cases}, \quad (8)$$

où $\hat{h}_t = \frac{\delta \left(1 - \tau_t + \frac{\bar{\theta}_{t+1}}{R_{t+1}} \right)}{(1 - \tau_t)(1 + \delta)} > h^0$.

On observe donc que la présence d'un système de retraite établi sur la base d'un calcul proportionnel génère une incitation à s'éduquer davantage (par rapport à la situation de référence sans système de retraite) si le nombre d'annuités requis pour une pension à taux plein est atteint⁴. En effet, le fait que le niveau des droits à pension soit lié au salaire d'activité et que la

⁴ Ce résultat est totalement indépendant de la forme de la fonction d'utilité retenue puisque le problème est séparable : le niveau d'investissement en capital humain est obtenu par maximisation de revenu actualisé de cycle de vie

perception des cotisations se réalise uniquement durant la période salariale conduit l'individu à réaliser un arbitrage : au delà du seuil de référence h^0 , l'accroissement pour l'individu de son temps consacré aux études réduit dans un premier temps sa masse salariale $(1 - h_t)Z_t w_t$, mais accroît le niveau de la pension perçue la période suivante. En outre, il réduit sa durée de cotisation (ce qui diminue le montant total des prélèvements subis au cours de sa période active). Au total, les deux derniers effets dominant, de sorte que l'individu « investit » davantage dans le système de retraite via un supplément d'éducation.

Par contre, ce mécanisme d'incitation disparaît si l'individu n'a pas atteint la durée de cotisation requise. En effet, sa pension se trouve d'autant diminuée qu'il lui manque des années de cotisation. Dans ces conditions, une augmentation de la durée d'étude, si elle permet bien d'augmenter le niveau de son salaire, ne permet plus une augmentation « rentable » du niveau de sa pension. On remarque également que si la durée de cotisation minimale requise excède la durée de la période salariale choisie par les individus en l'absence de système de retraite, alors le système de retraite n'a aucun impact sur le niveau d'investissement en capital humain, comme dans le cas d'une retraite forfaitaire.

2.2 Les entreprises

On considère un secteur caractérisé par une entreprise représentative qui produit l'unique bien suivant une technologie Cobb-Douglas :

$$Y_t = F(K_t, Z_t L_t) = AK_t^\alpha (Z_t L_t)^{1-\alpha}, \quad \alpha < 1,$$

où Y_t est le niveau de la production en bien dans l'économie, K_t le stock de capital physique et L_t le nombre de travailleurs.

En définissant par $k_t = \frac{K_t}{Z_t L_t}$ le capital par unité de travail efficace, on obtient, sous l'hypothèse d'une dépréciation totale du capital, les conditions d'optimalité résultant de la maximisation du profit :

$$R_t = A\alpha k_t^{\alpha-1}, \quad (9)$$

$$w_t = A(1 - \alpha)k_t^\alpha \quad (10)$$

Ces conditions établissent l'égalité traditionnelle entre coûts marginaux et rendements marginaux du capital physique et du travail.

2.3 Equilibre des caisses de retraite

Quel que soit le mode de calcul du montant des pensions, la gestion en répartition implique que l'organisme responsable redistribue les cotisations

prélevées directement aux retraités sans que ces cotisations aient été au préalable investies. L'équilibre emplois-ressources qui en résulte s'écrit donc :

$$\sum_{i=1}^{N_t} p_{i,t+1} = \sum_{i=1}^{N_{t+1}} \tau_{t+1}(1 - h_{i,t+1})Z_{i,t+1}w_{t+1},$$

où l'indice i se rapporte à un individu i .

On déduit alors de cette condition d'équilibre le niveau de la pension dans le cas d'un calcul forfaitaire :

$$\bar{p}_{t+1} = (1 + n)\tau_{t+1}\overline{(1 - h_{t+1})Z_{t+1}w_{t+1}}, \quad (11)$$

où $\overline{(1 - h_{t+1})Z_{t+1}w_{t+1}}$ est la masse salariale réelle moyenne durant la période $t + 1$.

Et de la même façon, on peut déterminer le taux de réversion proposé aux individus ex-ante et qui garantit ex-post l'équilibre de la caisse de retraite, lorsque le niveau des pensions est calculé de façon proportionnelle :

$$\bar{\theta}_{t+1} = \frac{1 - \bar{h}}{1 - \max\{h_t, \bar{h}\}} \tau_{t+1}(1 + n) \frac{\overline{(1 - h_{t+1})Z_{t+1}w_{t+1}}}{\bar{Z}_t w_t} \quad (12)$$

Puisque la taille de la population est grande, l'individu est conscient qu'il n'a aucune influence sur le niveau moyen d'équilibre des variables, que ce soit le salaire ou l'investissement en capital humain. Dès lors la pension forfaitaire ainsi que le taux de réversion sont considérés de façon paramétrique par les individus.

3 Impact des systèmes de retraite par répartition

À l'aide des relations de comportements précédemment obtenues et des équilibres de marchés, on établit dans un premier temps les équations de l'équilibre général dynamique. Ces équations nous permettront dans un deuxième temps d'établir l'état de croissance équilibrée de l'économie dans lequel on étudiera l'impact des deux systèmes de retraite. Quant à l'analyse de la dynamique du modèle, on se reportera à l'annexe A.

3.1 L'équilibre concurrentiel symétrique

À l'équilibre symétrique, c'est à dire $\bar{h}_t = h_t, \forall t$, la relation définissant la demande d'éducation dans le cas d'une retraite proportionnelle, si on considère la situation où la durée de cotisation minimale n'est pas contraignante (solution intérieure), obtenue par (8), (9), (10), (11) et (12), est la suivante :

$$h_t = \frac{\delta}{1 + \delta} + \frac{\tau_{t+1}(1 + n)}{(1 - \tau_t)(1 + \delta)\alpha A} (1 - h_{t+1})Bh_{t+1}^\delta \frac{k_{t+1}}{k_t^\alpha} \quad (13)$$

On rappellera que dans le cas forfaitaire, le système de retraite n'a pas d'influence sur la demande d'éducation comme l'indique la relation (6).

Pour déterminer l'équilibre général dynamique, il suffit d'établir l'équilibre offre/demande uniquement sur deux des trois marchés de l'économie (capital, travail, bien), le troisième l'étant automatiquement par la loi de Walras.

L'équilibre du marché du travail est donné par :

$$L_t = (1 - h_t)N_t, \forall t$$

et celui du marché des capitaux par :

$$K_{t+1} = N_t s_t, \forall t$$

En combinant ces deux équilibres ainsi que (5) et (11) (ou 7, 8 et 12), avec (9) et (10) on obtient la relation de bouclage macroéconomique, valable quel que soit le mode de calcul des droits à pension :

$$(1 - h_{t+1})h_{t+1}^\delta \frac{\alpha + \tau_{t+1} \frac{1-\alpha}{1+\beta}}{\alpha} k_{t+1} = \frac{\beta(1 - \tau_t)(1 - \alpha)A}{(1 + \beta)(1 + n)B} (1 - h_t)k_t^\alpha \quad (14)$$

Le modèle est ainsi résumé par les équations (6) et (14) dans le cas des pensions forfaitaires, par les équations (13) et (14) en ce qui concerne les pensions proportionnelles. On va s'intéresser maintenant à l'état de croissance régulière de l'économie et étudier dans les deux cas considérés l'impact des systèmes de retraite par répartition.

3.2 Etude de l'état de croissance régulière

En croissance régulière, l'économie sera caractérisée par : $v_t = v, \forall t, v = h, k, \tau$. On va étudier dans une première partie l'impact sur l'économie du système de retraite forfaitaire, puis envisager dans une seconde partie celui du système proportionnel.

3.2.1 Les retraites forfaitaires

La demande d'éducation comme on l'a déjà vu, est indépendante dans ce cas du système par répartition. On a donc : $h = h^0, \forall \tau$.

L'équation (14) donne quant à elle :

$$h = \left[\frac{\beta(1 - \tau)(1 - \alpha)\alpha A}{(1 + n)B [\alpha(1 + \beta) + \tau(1 - \alpha)]} \right]^{\frac{1}{\delta}} k^{\frac{\alpha-1}{\delta}} \quad (15)$$

Elle définit une fonction entre h, k et τ telle que $\frac{\partial h}{\partial k} < 0, \frac{\partial h}{\partial \tau} < 0, \lim_{k \rightarrow 0} h = +\infty$ et $\lim_{k \rightarrow +\infty} h = 0$. On peut interpréter cette relation de bouclage

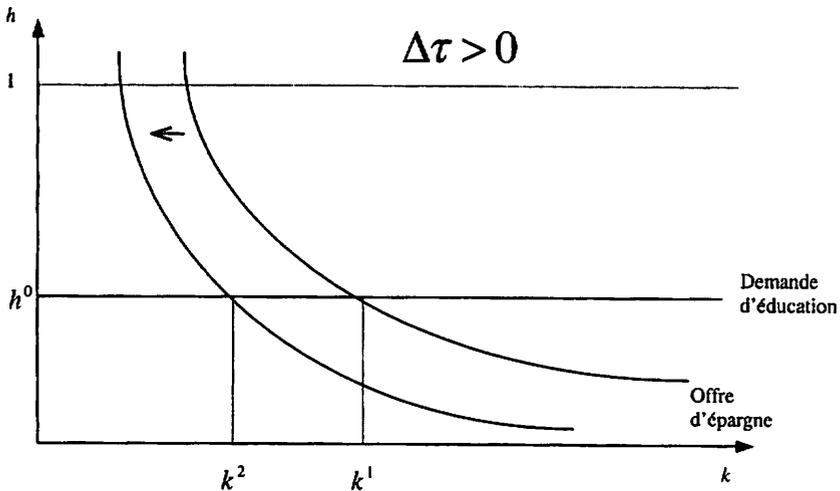


Figure 1 : Impact d'un système forfaitaire.

macroéconomique comme une fonction représentant une offre d'épargne. Les interprétations des sens de variation de cette offre d'épargne sont les suivantes :

→ $\frac{\partial h}{\partial \tau} < 0$: une hausse du taux de cotisation du système de retraite, en réduisant le besoin de revenus futurs, entraîne une baisse de l'épargne privée et donc du capital physique dans l'économie. Cette baisse implique une diminution de la rentabilité marginale du capital humain qui entraîne une baisse de sa demande et aboutit à la réduction de h .

→ $\frac{\partial h}{\partial k} < 0$: une baisse de l'intensité capitaliste est équivalente à une hausse du taux d'intérêt (relation 9) et donc renchérit le coût d'usage du facteur capital et entraîne l'augmentation de la demande du facteur capital humain⁵.

Proposition 1. *Le taux d'intérêt est une fonction croissante et l'investissement en capital humain est indépendant du taux de cotisation d'un système de retraite par répartition dont les droits à pension sont calculés de façon forfaitaire.*

Preuve. Le taux d'intérêt est une fonction décroissante de l'intensité capitaliste (relation 9), et on observe immédiatement le lien inverse entre taux de cotisation et intensité capitaliste (figure 1).

⁵ Cet effet est non ambigu pour une technologie à facteurs substituables. Par contre pour une technologie à élasticité de substitution strictement inférieur à l'unité, l'équation (15) ferait apparaître une parabole qui atteindrait un maximum en k , et l'effet de k sur h est donc inversé dans la partie croissante. Le modèle serait dans ce cas caractérisé par deux équilibres (s'ils existent).

3.2.2 Les retraites proportionnelles

Dans le cas des systèmes de retraite calculant les droits à pension de façon proportionnelle au salaire, en état de croissance régulière l'équation (13) qui caractérise la solution intérieure devient :

$$h = \frac{\delta}{1 + \delta} + \frac{\tau(1 + n)}{(1 - \tau)(1 + \delta)\alpha A} (1 - h) B h^\delta k^{1 - \alpha} \quad (16)$$

Cette équation détermine une fonction implicite entre h , k et τ telle que $\frac{\partial h}{\partial k} > 0$, $\frac{\partial h}{\partial \tau} > 0$, $\lim_{k \rightarrow 0} h = h^0$ et $\lim_{k \rightarrow +\infty} h = 1$ (Cf. annexe B). Les interprétations des sens de variation de cette demande d'éducation sont les suivantes :

→ $\frac{\partial h}{\partial \tau} > 0$: comme on l'avait déjà observé dans la section 2, le système de retraite par répartition établi sur la base d'un calcul proportionnel des droits à pension génère une incitation à s'éduquer davantage. En effet, les deux effets positifs (augmentation du niveau de la pension et diminution de la durée de cotisation) dominent l'effet négatif (diminution de la masse salariale).

→ $\frac{\partial h}{\partial k} > 0$: une augmentation de l'intensité capitalistique k est équivalente à une diminution de la rémunération de l'épargne privée (baisse du taux d'intérêt). Il s'ensuit donc une baisse d'incitation à épargner et conduit l'individu à choisir le *placement* alternatif, c'est à dire le système de retraite. Ainsi l'individu va s'éduquer plus afin d'augmenter le niveau de sa pension.

Cette demande d'éducation ainsi que l'offre d'épargne (qui est identique au cas des retraites forfaitaires, c'est à dire représentée par la relation 15) déterminent l'équilibre (intérieur) de croissance équilibrée (dont l'existence est assurée). L'augmentation du taux de cotisation au système de retraite par répartition dont les droits à pension sont calculés en rapport des salaires individuels d'activité accroît toujours le niveau du taux d'intérêt, et ceci sans ambiguïté, ce qui ne semble pas être le cas (à ce niveau de l'analyse) pour l'investissement en éducation. Il y a en effet opposition entre deux effets antagonistes : augmentation du taux d'intérêt (déplacement vers la gauche de la courbe représentant le bouclage macroéconomique) ce qui a un effet négatif sur l'éducation et augmentation de la demande d'éducation (déplacement vers la droite de la courbe représentant cette demande).

Proposition 2. *L'investissement en capital humain est une fonction croissante du taux de cotisation d'un système de retraite par répartition qui garantit à un individu une pension en proportion de l'historique de ses salaires tant que sa durée de cotisation reste supérieure à la durée minimale lui donnant droit à une pension à taux plein. Si tel n'est pas le cas, l'investissement en capital humain devient indépendant du taux de cotisation. Le taux d'intérêt est quant à lui toujours une fonction croissante de ce taux de cotisation.*

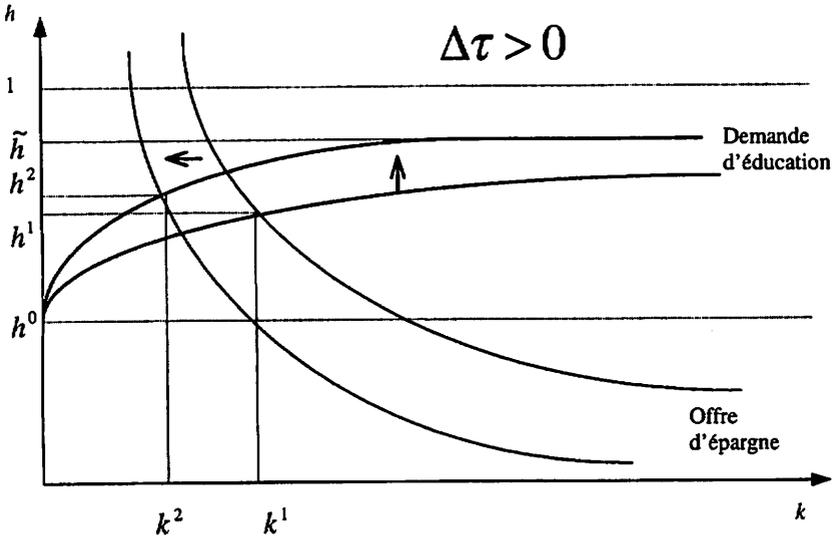


Figure 2 : *Impact d'un système proportionnel.*

Preuve. Le niveau d'investissement en capital humain (en solution intérieure) s'obtient explicitement à partir des équations caractérisant le modèle en présence d'un système de retraites proportionnelles à l'état de croissance équilibrée (15) et (16) :

$$h(\tau) = \frac{\delta[\alpha + \tau(1 - \alpha)]}{\alpha(1 + \delta) + \tau(1 - \alpha) \left(\frac{1}{1-\alpha}\right)}, \tag{17}$$

et on obtient $\frac{dh}{d\tau} > 0$ et $\frac{d^2h}{d\tau^2} > 0$ ⁶.

Mais lorsque l'individu n'a pas assez cotisé, d'après la relation (8),

- soit $\tilde{h} < h^0$ et alors $h = h^0$,
- soit $\tilde{h} < h(\tau)$ et $h = \tilde{h}$.

Les relations (8), (15), (16), et (17) sont résumées par la figure 2.

On obtient donc que l'effet incitatif du système de retraite sur l'investissement en capital humain l'emporte toujours sur l'effet négatif induit par l'augmentation du taux d'intérêt tant que la durée de cotisation effective est supérieure au seuil donnant droit à une pension à taux plein.

⁶ On vérifie bien que l'on a : $h(0) = h^0$ et $h(1) = \frac{\delta}{\delta + \alpha + \frac{1-\alpha}{1+\beta}} < 1$

3.3 Croissance économique et mode de calcul des droits à pension

En état de croissance équilibrée, on déduit des équilibres de marchés ainsi que de la relation (2) le taux de croissance g de l'économie, qui est déterminé par :

$$1 + g = \frac{Y_t + 1}{Y_t} = (1 + n)Bh^\delta \tag{18}$$

Proposition 3. *Le taux de croissance de l'économie est une fonction :*

- *indépendante du taux de cotisation du système de retraite par répartition si les droits à pension sont déterminés de façon forfaitaire (figure 3),*
- *croissante du taux de cotisation si les droits à pension d'un individu sont liés à l'historique de ses salaires, tant que la durée de cotisation est supérieure à la durée minimale donnant droit à une pension à taux plein (figure 4a),*
- *indépendante de celui-ci autrement (figures 4b et 4c).*

Preuve. Découle directement des propositions 1 et 2.

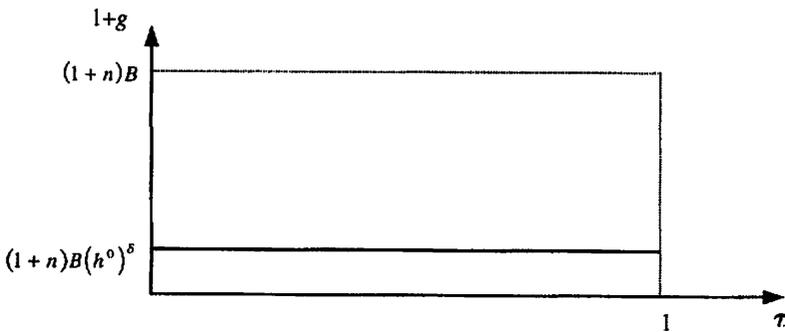


Figure 3 : Croissance et système de retraite forfaitaire.

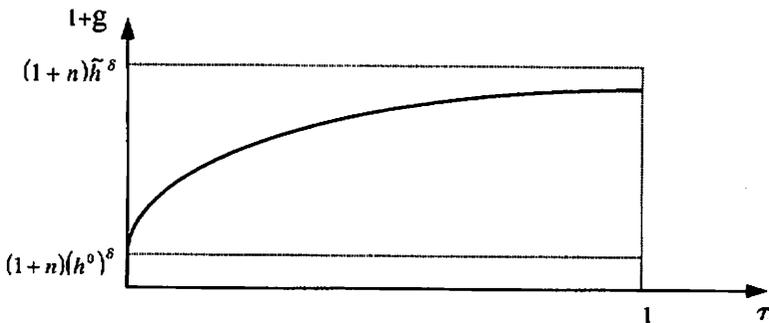


Figure 4a : Croissance et système de retraite proportionnel ($\tilde{h} \geq h(1)$).

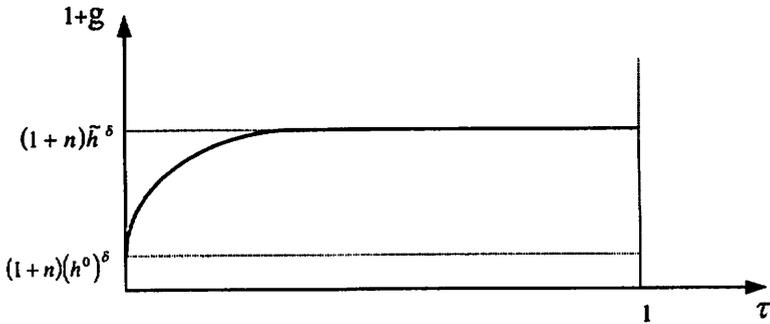


Figure 4b : *Croissance et système de retraite proportionnel ($\tilde{h} < h(1)$).*

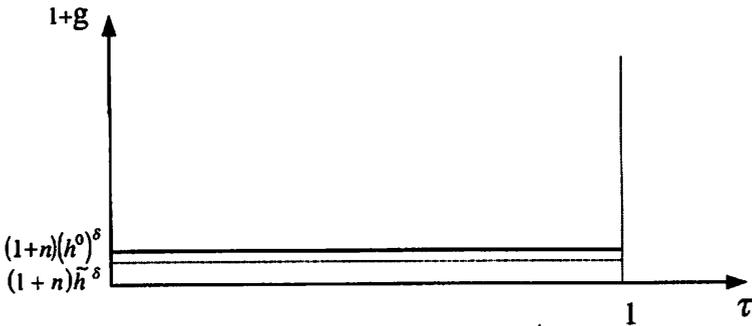


Figure 4c : *Croissance et système de retraite proportionnel ($\tilde{h} < h^0$).*

Ce modèle très simple semble donc bien rendre compte de l'observation des faits, à savoir que l'existence d'un système public de retraite par répartition (comme part importante des transferts), qui lie le niveau des pensions à l'historique des salaires d'un individu, est favorable à la croissance économique. En particulier, si on considère le cas français où la durée de cotisation minimale a été longtemps de 37,5 ans pour un âge légal de départ à la retraite de 60 ans, il est clair que cette durée minimale n'était pas contraignante au sens où nous l'entendons dans ce papier. Par contre ce n'est peut-être plus le cas actuellement avec une durée de cotisation minimale de 40 ans. Et ce ne sera certainement plus le cas si les recommandations du rapport Charpin sont suivies.

Ces résultats confirment encore l'importance d'inclure un cycle de vie complet au modèle à générations standard, prenant en particulier compte des décisions d'éducation, pour une étude pertinente des retraites. Une différence entre le système de pensions proportionnelles et les transferts intergénérationnels forfaitaires est en effet mise en évidence. Savoir quel système est plus efficace pour l'économie est maintenant possible. C'est ce qui va être l'objet de la dernière section. Ainsi que l'évaluation optimale des taux de cotisation et de la durée de cotisation minimale.

4 Efficacité et taille optimale des systèmes de retraites par répartition

Il est plus difficile de déterminer l'efficacité d'un système de retraite par répartition que celle d'un système en capitalisation. En effet dans le dernier cas, les cotisations sont placées sur les marchés financiers, et au terme de la période active, les prestations correspondent au versement des cotisations augmentées des intérêts. L'efficacité d'un tel système est donc assimilable à l'efficacité des marchés financiers, et leur indicateur d'efficacité est leur rendement, c'est à dire le taux d'intérêt. En procédant par analogie, on détermine dans une première partie un indicateur d'efficacité d'un système de retraite par répartition, qu'on assimilera à son rendement, ainsi qu'un indicateur comparatif au système par capitalisation, son rendement relatif. Ce travail nous permettra dans une seconde partie d'étudier les systèmes de retraite par répartition d'un point de vue social, et d'en évaluer l'organisation optimale : calcul des taux de cotisation optimaux, et durée minimale optimale donnant droit à une pension à taux plein.

4.1 Rendements des systèmes de retraite par répartition

Définition 1. On appelle rendement d'un système de retraite par répartition ψ_t le rapport entre la pension touchée et les cotisations versées par un individu :

$$1 + \psi_t = \Psi_t = \frac{P_{t+1}}{\tau_t(1 - h_t)Z_t w_t}$$

Proposition 4. Le rendement d'un système de retraite par répartition est égal au taux de croissance de l'économie. On en déduit d'après la proposition 3 qu'il est une fonction :

- indépendante de son taux de cotisation si les droits à pension sont déterminés de façon forfaitaire,
- croissante de son taux de cotisation si les droits à pension d'une personne sont liés à l'historique de ses salaires tant que la durée de cotisation est inférieure à la durée limite donnant droit à une pension à taux plein,
- indépendante autrement,
- croissante dans tous les cas du taux de natalité, ou autrement dit décroissante de la proportion de retraités dans l'économie.

Preuve. De par la définition 1, et avec les relations (11) (ou 8 et 12) et (2) on calcule bien à l'état de croissance équilibrée : $\Psi = (1 + n)Bh^\delta$.

Définition 2. On appelle rendement relatif d'un système de retraite par répartition ρ_t le taux qu'il faudrait appliquer à l'épargne privée en plus du taux d'intérêt pour rendre ce placement actuariellement équivalent à celui de la caisse de retraite : $1 + \rho_t = \frac{\Psi_t}{R_t}$. Plus il est faible, et plus l'efficacité en

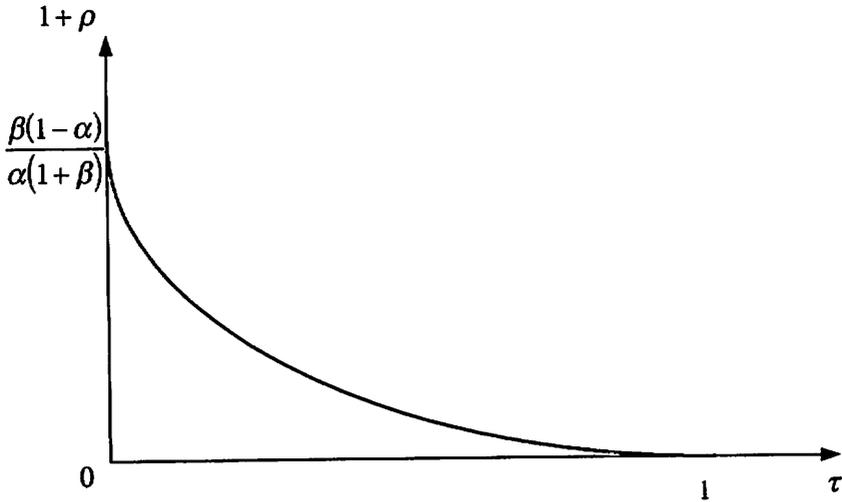


Figure 5 : *Rendement relatif d'un système de retraite par répartition.*

terme de rendement du système de retraite est faible par rapport à l'épargne privée.

Proposition 5. *Quelque soit le mode de calcul des droits à pension, le rendement relatif d'un système de retraite par répartition est une fonction :*

- *décroissante et convexe du taux de cotisation (figure 5),*
- *indépendante de la proportion de retraités dans l'économie.*

Preuve. On a d'après les relations (9) et (15) :

$$1 + \rho = \frac{\beta(1 - \tau)(1 - \alpha)}{\alpha(1 + \beta) + \tau(1 - \alpha)}, \quad (19)$$

et on vérifie bien que $\frac{d\rho}{d\tau} < 0$ et $\frac{d^2\rho}{d\tau^2} > 0$.

Ainsi on observe que si le vieillissement de la population réduit bien le rendement du système par répartition, il réduit également le rendement de l'épargne privée de telle sorte que le rendement relatif du système public reste inchangé, mettant en cause le fait que celui-ci soit devenu totalement inefficace. De plus, si l'augmentation du taux de cotisation peut augmenter le rendement du système de retraite par répartition dans le cas proportionnel, cette éventuelle augmentation est toujours plus faible proportionnellement que celle du taux d'intérêt ce qui conduit à une diminution de son rendement relatif. Ces éléments vont nous permettre d'analyser les conséquences des systèmes de retraites par répartition sur un critère social utile pour évaluer leur taille optimale.

4.2 Tailles optimales des deux systèmes de retraite

Pour juger de l'intérêt à introduire un système de retraite par répartition, nous allons prendre comme critère d'évaluation la somme intertemporelle des utilités indirectes des individus, V_t pour un individu né en t . En supposant que les générations successives sont pondérées par un facteur γ inférieur à l'unité, le critère utilitariste est le suivant :

$$S_t = \sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t V_t$$

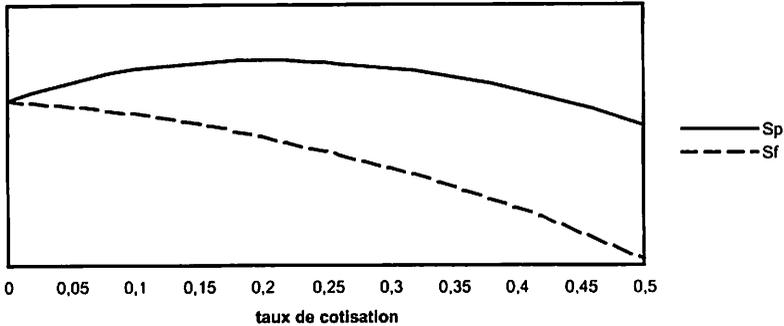
Critère qui, en état de croissance équilibrée, est équivalent à :

$$S(\tau) = \begin{cases} \beta \ln R + (1 + \beta) \ln w \\ + (1 + \beta) \ln[1 + \tau \rho] \\ + \frac{1 + \beta}{1 - \gamma} \ln \Psi + (1 + \beta) \ln(1 - h) \end{cases} \quad (20)$$

Cinq éléments entrant de façon positive dans le critère social sont identifiables : le taux d'intérêt, le salaire, le rendement relatif du système de retraite, le taux de croissance (soit encore le rendement de ce système) et enfin la durée de travail salarié. D'après les relations (6), (8), (9), (10), (15) et (16), ce critère est donc fonction du taux de cotisation τ quelque soit le système de retraite par répartition envisagé, et fonction de la durée de cotisation minimale $1 - \hat{h}$ donnant droit à une pension à taux plein pour le système proportionnel. Une augmentation du taux de cotisation des deux systèmes de retraites va avoir pour effet d'augmenter le taux d'intérêt et réduire le salaire ainsi que leur rendement relatif. Par contre seul le système proportionnel peut avoir un effet incitatif sur la durée d'investissement en capital humain, et donc accroître la croissance économique (et donc son propre rendement) mais aussi réduire la durée d'activité salariale; ceci bien sur si la durée de cotisation n'est pas contraignante. Si tel n'est pas le cas, l'incitation à s'éduquer davantage n'existe plus et le niveau d'investissement en capital humain devient constant et égal à $\max\{\hat{h}; h^0\}$. On remarque également que la proportion de retraités n'est pas un paramètre intervenant dans l'optimisation. Par conséquent le taux de cotisation optimal est indépendant de la structure démographique de la population, ce qui implique que la vérification de l'équilibre de la caisse de retraite ne doit se faire à l'optimum social qu'avec adaptation du taux de remplacement.

Pour un étalonnage standard ($\alpha = 0,3$; $\beta = 0,6$; $\delta = 0,12$; $\gamma = 0,95$), il apparaît sur le figure 6 que le maximum du critère est obtenu pour un taux de cotisation nul si on considère le système forfaitaire (Sf), pour un taux égal à 20proportionnel non sujet à la durée minimale de cotisation (Sp).

Figure 6



Les trois tableaux ci-dessous représentent les taux de prélèvement optimaux des systèmes de retraite par répartition (à gauche pour le proportionnel et pour une durée de cotisation non contraignante⁷, à droite pour le forfaitaire; les résultats sont donnés en pourcentage) suivant les quatre paramètres du modèle intervenant : α représentant l'importance du capital physique dans le processus de production, β le facteur d'actualisation du futur des individus, δ l'efficacité de l'éducation et γ l'importance donnée par le planificateur aux générations futures.

$\alpha \setminus \delta$	0,05	0,12	0,3
0,2	(23; 12, 5)	(31, 5; 12, 5)	(42, 4; 12, 5)
0,3	(8, 7; 0)	(20; 0)	(34, 4; 0)
0,4	(0; 0)	(2, 4; 0)	(20, 9; 0)

Tableau 1 : $\gamma = 0,95$ et $\beta = 0,6$

$\alpha \setminus \delta$	0,05	0,12	0,3
0,2	(18, 1; 12, 5)	(23, 4; 12, 5)	(31, 2; 12, 5)
0,3	(2, 1; 0)	(9, 3; 0)	(19, 9; 0)
0,4	(0; 0)	(0; 0)	(2, 45; 0)

Tableau 2 : $\gamma = 0,9$ et $\beta = 0,6$

⁷ On obtient de façon évidente que pour maximiser le critère utilitariste, dans le cas des retraites proportionnelles, la durée minimale de cotisation permettant d'obtenir une pension à taux plein ne doit pas contraindre le niveau d'investissement en capital humain

$\alpha \setminus \delta$	0,05	0,12	0,3
0,2	(30; 16, 2)	(35, 5; 16, 2)	(46, 3; 16, 2)
0,3	(12, 9; 0)	(24, 5; 0)	(38, 8; 0)
0,4	(0; 0)	(7, 3; 0)	(25, 8; 0)

Tableau 3 : $\gamma = 0,95$ et $\beta = 0,7$

Des valeurs obtenues dans les tableaux 1, 2 et 3, on peut interpréter l'impact des variables du modèle sur les taux de cotisation optimaux, et différencier les effets suivant qu'ils sont communs aux deux systèmes ou non. Sur le plan des similitudes, on observe les effets de β et α :

- plus α est faible, plus l'importance du capital physique est faible dans le processus de production, et donc moins la baisse de l'épargne et du capital est néfaste,
- plus β est élevé, plus les individus sont patients, et plus la hausse du taux d'intérêt est valorisée par ceux-ci.

Pour les autres variables importantes du modèle, δ et γ , leurs effets sont différents selon que l'on considère un système ou l'autre. Leurs effets transitent par la variation du capital humain, donc il est évident qu'il n'y a aucun effet sur le taux optimal du système forfaitaire. Par contre sur le système proportionnel, on observe :

- plus δ est élevé, plus l'augmentation de l'investissement en capital humain induit par l'introduction de ce type de caisse de retraite gérée par répartition produit un effet favorable élevé,
- plus γ est élevé, plus l'effet d'augmentation de la croissance économique est valorisé par le planificateur.

Dans la grande majorité des cas, le taux optimal du système qui calcule les droits à pension en fonction de l'histoire des salaires est différent de 0 alors qu'on peut remarquer exactement l'inverse pour le système forfaitaire. Dans tous les cas, le système proportionnel domine l'autre au sens du critère utilitariste choisi, à condition que la durée de cotisation légale donnant droit à une pension à taux plein ne limite pas l'investissement en capital humain.

5 Conclusion

La corrélation positive existant entre croissance économique et système public de retraite, que les modèles de base sont incapables de rendre compte, est bien reproduite dans cet article. Le mécanisme développé ici d'incitation à l'éducation est donc un candidat crédible permettant d'expliquer cette observation empirique. En effet, pour des pays comme la France

et l'Italie par exemple, la durée minimale légale donnant droit à une pension à taux plein semblait être suffisamment faible pour ne pas nuire à l'investissement en capital humain.

Par contre on observe que les évolutions récentes vont vers une augmentation de ces durées de cotisation. L'objectif déclaré de ces augmentations est d'inciter les salariés à retarder leur départ à la retraite afin de contrer les effets du vieillissement sur le ratio de dépendance, nombre de retraités sur nombre d'actifs. Or on observe que le taux de participation de la main d'œuvre après l'âge minimal légal de départ à la retraite est très faible, et de plus en plus faible. Il est facile d'en déduire que les salariés partent en fait à la retraite dès qu'ils en ont la possibilité. Dès lors, si l'âge légal de départ à la retraite reste inchangé, suivant les conclusions de notre papier il est à craindre que l'ajustement se fasse par une possible réduction de la durée des études, réduction qui serait alors nuisible à la croissance économique. L'ajustement préconisé ici face à un vieillissement de la population est la réduction des droits à pension, étant donné un taux de cotisation optimal.

Il faut néanmoins recentrer les conclusions du papier en fonction du cadre d'analyse retenu. En effet, un cadre à agents homogènes ne permet pas de rendre compte de la dimension redistribution intragénérationnelle. Si on considère des non-qualifiés et des qualifiés, qui cotiseront moins longtemps puisqu'ils ont entrepris des études supérieures, alors on déduit qu'un système proportionnel sans durée minimale de cotisation est anti-redistributif. D'où l'existence de cette durée minimale qui ne peut s'expliquer dans le présent papier.

Dans le même ordre d'idée, il faut nuancer la nette supériorité du système proportionnel face au forfaitaire. Leur caractère est en effet fondamentalement différent : le système forfaitaire garantit à tous une retraite minimale, alors que le système proportionnel tend à garantir à chaque individu une retraite en proportion du niveau de vie atteint durant la période de vie active. Il n'est pas alors étonnant que le second supplante le premier dans un modèle où il n'y a aucune préoccupation de redistribution intragénérationnelle. Pour intégrer cette dimension, il serait intéressant d'étendre le modèle à des agents hétérogènes à la manière de Belan (1995).

Enfin, si l'on a bien justifié la présence dans l'économie du système de retraite par répartition (proportionnel) malgré toute démographie défavorable, rien ne nous permet de tirer des conclusions sur l'introduction de fonds de pension (à cotisations obligatoires) comme il en est question en France. Cette introduction doit-elle se faire en symbiose avec le système public actuel en répartition, ou bien le système par fonds de pension domine-t-il ce dernier et doit-il donc le remplacer ?

Annexe A : dynamique

Quel que soit le système de retraite par répartition envisagé, forfaitaire ou proportionnel, la dynamique complète s'obtient analytiquement. Si on considère un changement du taux de cotisation de τ^1 à τ^2 en $T = 1$, on obtient à partir des équations (6), (8), (12) et (13) :

$$h_{t+T} = h(\tau_{t+T+1},$$

où

$$h(\tau) = \begin{cases} h^0 \quad \forall \tau \text{ pour le système forfaitaire} \\ \min \left\{ \frac{\delta[\alpha + \tau(1 - \alpha)]}{\alpha(1 + \delta) + \tau(1 - \alpha) \left(\frac{1}{1+\beta} + \delta \right)} ; \max\{\tilde{h}; h^0\} \right\} \text{ pour le proportionnel} \end{cases}$$

et

$$R_{t+T} = \alpha A X(\tau^2, \tau^2)^{\xi_{T \geq (\alpha^{T-1}-1)}} X(\tau^1, \tau^2)^{\xi_{T \geq 1} \alpha^{T-1}(\alpha-1)}$$

$$X(\tau^1, \tau^2)^{-\alpha^T} (1 - h_{t+T})^{1-\alpha} h_{t+T}^{\delta(1-\alpha)}$$

$$\text{où } X(i, j) = \frac{\beta(1-i)(1-\alpha)A\alpha}{(1+\beta)(1+n) \left[\alpha + j \frac{1-\alpha}{1+\beta} \right]} \frac{(1-h(j))^{1-\alpha}}{h(j)^{\delta\alpha}} \text{ et } \xi_{T \geq 1} = \begin{cases} 0 & \text{si } T < 1 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

Il est alors aisé de montrer que ces deux dynamiques se représentent par la figure 7.

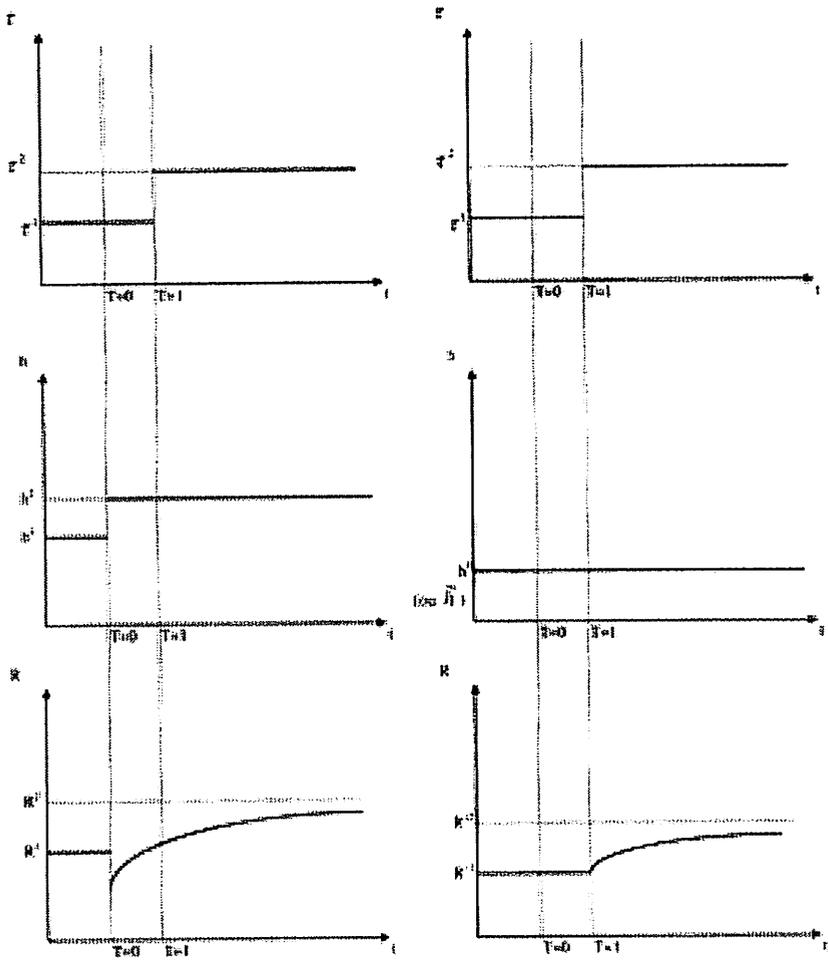


Figure 7 : *Dynamique du modèle (à gauche le système proportionnel en situation de solution intérieure : à droite le système forfaiteur et le système proportionnel en solutions de coin – qualitativement identiques).*

Annexe B : existence de la relation de demande d'éducation

L'existence et le sens de variation de la relation de demande d'éducation en solution intérieure définie par la fonction implicite $h = \frac{\delta}{1+\delta} + \frac{\tau(1+n)}{(1-\tau)(1+\delta)\alpha A} (1-h)h^\delta k^{1-\alpha}$ s'observent facilement sur la figure 8.

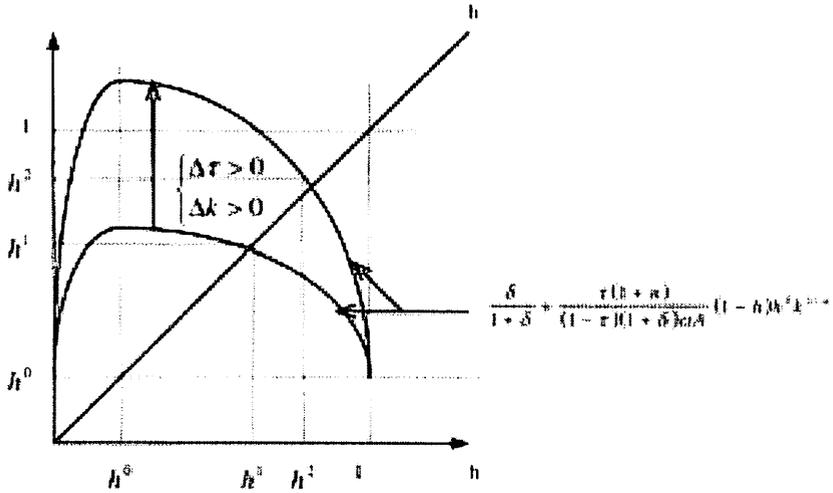


Figure 8 : Existence de la relation de demande d'éducation.

References

- Alesina, A. et D. Rodrik (1994), "Distributive politics and economic growth", *Quarterly Journal of Economics*, vol 109, pp 465-490.
- Allais M. (1947), *Economie et intérêt*, Imprimerie nationale, Paris.
- Artus P. (1993), « Bien-être, croissance et système de retraite », *Annales d'Economie et de Statistique*, n°31, pp 101-127.
- Barro R. J. (1990), "Government spending in a simple model of endogeneous growth", *Journal of Political Economy*, vol 98.
- Barro R. J. (1991), "Economic growth in a cross-section of countries", *Quarterly Journal of Economics*, pp 407-443.
- Belan P. (1995), « Systèmes de retraite et redistribution intragénérationnelle », *DT-GREQAM n°95A27*.
- Cashin P. A. (1993), "Public spending and growth in a panel of OECD economies", *Mimeo, Yale University*.
- D'Autume A. et P. Michel (1994), « Education et croissance », *Revue d'Economie Politique*, vol 104(4), pp 457-499.
- Diamond P. (1965), "National debt in a neoclassical growth model", *American Economic Review*, vol 55, pp 1126-1150.
- Le Garrec G. (1998), « Systèmes de retraites par répartition, éducation et optimalité », *document de travail MAD*, Université de Paris 1.
- Michel P. (1993), « Le modèle à générations imbriquées, un instrument d'analyse macroéconomique », *Revue d'Economie Politique*, vol 103(2), pp 191-220.
- Pestieau P. et J-P. Stijns (1997), "Social security and retirement in Belgium", *NBER WP n°6169*.
- Saint-Paul G. (1992), "Fiscal policy in an endogeneous growth model", *Quarterly Journal of Economics*, novembre, pp 1243-1259.
- Sala-i-Martin X. (1996), "A positive theory of social security", *Journal of Economic Growth*, June, pp 277-304.
- Samuelson P. A. (1958), "An exact consumption-loan model of interest with or without the social contrivance of money", *Journal of Political Economy*, vol 66, pp 467-482.
- Summers R. et A. Heston. (1988), "A new set of international comparisons of real product and price levels", *Review of Income and Wealth*, vol 34.