

# Taux d'intérêt et taux de change réel dans un modèle à horizons finis\*

Karine Gente\*\*  
CEDERS

## 1 Introduction

La détermination d'un taux de change réel d'équilibre a fait l'objet d'études économétriques<sup>1</sup>, dont les fondements microéconomiques restent contestables. À part Stein (1995) qui déduit les formes réduites du modèle NATREX d'un programme de contrôle optimal stochastique, les relations testées sont le plus souvent *ad-hoc* ou issues de préoccupations normatives (FEER, DEER<sup>2</sup>). D'un point de vue théorique, le taux de change réel d'équilibre est le plus souvent étudié dans le cadre de l'agent représentatif d'une petite économie ouverte à deux secteurs de production. La distinction de deux secteurs de production dont un est exclusivement réservé à l'usage domestique permet de représenter le taux de change réel comme le prix relatif du bien non échangeable par rapport au bien échangeable, le prix du bien échangeable étant déterminé selon l'hypothèse de parité des pouvoirs d'achat sur le marché mondial. Le taux de change réel d'équilibre est alors le prix relatif qui satisfait la condition d'équilibre du marché du bien non échangeable. Les travaux de Balassa (1964) et Samuelson (1964) expliquent ce prix relatif par des facteurs de long terme; tandis que dans la lignée de Sachs (1982), s'est développée une catégorie de modèles qui pren-

---

\* Je remercie les participants aux journées Générations Imbriquées qui ont eu lieu à la Maison des Sciences Economiques à Paris les 19 et 20 Mars 1999, et plus particulièrement Jean-Pierre Vidal, ainsi que deux rapporteurs anonymes de cette revue.

\*\* CEDERS - 14 avenue Jules Ferry, 13621 Aix-en-Provence. e-mail : kgente@romarin.univ-aix.fr

<sup>1</sup> Sur ce point, voir Froot et Rogoff (1995).

<sup>2</sup> L'estimation de FEER est réalisée dans Williamson (1994) et plus récemment par Clark et MacDonald (1998).

ment en compte à la fois les facteurs d'offre et de demande pour expliquer le comportement du taux de change réel d'équilibre<sup>3</sup>.

Ces travaux théoriques utilisent l'hypothèse d'un petit pays preneur de prix sur le marché mondial des capitaux. Le taux d'intérêt domestique y est exclusivement déterminé par le taux d'intérêt mondial; d'où l'appellation d'*économie dépendante* utilisée par Salter (1959) et Swan (1960), pour décrire une économie qui subit passivement les fluctuations d'un taux d'intérêt mondial exogène. Sans contrainte d'endettement, le pays dispose d'une offre illimitée de capitaux dont le coût est fixe, égal au taux d'intérêt mondial exogène. Cet article a pour objectif d'étudier les conséquences de long terme sur le taux de change réel d'équilibre, le stock de capital et la dette, d'une modification de ce taux d'intérêt mondial.

Cette question théorique fait référence à la situation économique des pays émergents qui, endettés en devises, deviennent étroitement dépendant des fluctuations des taux d'intérêt mondiaux. Ce problème peut être illustré par les récentes crises asiatiques. Les fluctuations du dollar et des taux d'intérêt américains ont provoqué des *mésalignements*, c'est à dire des niveaux du taux de change nominal et de l'inflation incompatibles avec les fondamentaux. Pour tenter de maintenir les parités fixes avec le dollar américain, les banques centrales asiatiques ont vainement engagé leurs réserves de changes, ne pouvant empêcher la crise. Cet exemple permet de mettre en évidence la nécessité de connaître la réponse du taux de change réel d'équilibre à une variation du taux d'intérêt mondial. Ainsi, étant donné la modification du niveau d'équilibre du taux de change réel, les autorités pourront minimiser le *mésalignement* dans le but de préserver la devise des attaques spéculatives. Dans un système de change nominal fixe, le niveau du taux de change réel d'équilibre pourra indiquer aux banques centrales le niveau d'inflation compatible avec l'équilibre macroéconomique du pays.

Or, pour étudier les effets du taux d'intérêt mondial sur l'économie domestique, le cadre de l'agent représentatif s'avère inapproprié. En effet, le modèle de croissance optimale dans une petite économie ouverte requiert l'égalité entre le taux de préférence pour le présent et le taux d'intérêt mondial. Avec l'hypothèse de l'agent représentatif, la richesse (resp. la dette) devient infinie si le taux de préférence pour le présent est inférieur (resp. supérieur) au taux d'intérêt mondial. Il suit qu'il faut imposer l'égalité entre le taux de préférence pour le présent et le taux d'intérêt. Par conséquent, la consommation est constante, et une modification exogène du taux d'intérêt n'a aucune influence sur le taux de croissance de la consommation de l'agent. Ce cadre théorique d'un agent dont la durée de vie est infinie, ne permet pas non plus de déterminer la position financière nette de l'économie domestique vis-à-vis du reste du monde. Or, intuitivement, l'impact d'une variation du

<sup>3</sup> À la suite du modèle intertemporel à deux secteurs de Sachs (1982), Frenkel et Razin (1996) ont privilégié les facteurs de demande, tandis que Brock (1988), Sen et Turnovsky (1989), Brock et Turnovsky (1994) ont expliqué les fluctuations du compte courant et indirectement le taux de change réel par la dynamique de l'investissement.

taux d'intérêt sur l'économie devrait différer en fonction des avoirs ou des dettes que détient l'économie domestique sur l'étranger.

Pour satisfaire l'intuition, le modèle développé ici s'éloigne du cadre standard de l'agent représentatif et utilise l'hypothèse de jeunesse perpétuelle développée par Blanchard (1985). Cette alternative consiste à considérer des agents égoïstes qui n'entretiennent aucun lien intergénérationnel. En l'absence de legs entre les générations, les agents disparaissent avant d'avoir accumulé toute la richesse de l'économie. Ce résultat s'oppose à celui de l'agent représentatif à durée de vie infinie, dont le comportement est analogue à celui d'une dynastie d'agents altruistes préoccupés par le bien-être de leurs descendants. De ce fait, le respect de la condition de transversalité ne nécessite plus l'égalité entre le taux de préférence pour le présent et le taux d'intérêt mondial. La consommation agrégée varie en fonction de l'écart entre le taux d'intérêt et le taux de préférence pour le présent. Il suit qu'à long terme, en annulant les deux équations dynamiques, la consommation et la richesse stationnaires peuvent être pleinement caractérisées.

Le cadre théorique du modèle de jeunesse perpétuelle a déjà été appliqué à la modélisation d'une économie ouverte. Matsuyama (1987) étudie ainsi la dynamique du compte courant. Mais l'étude du comportement du taux de change réel nécessite l'introduction d'un second secteur de production dans l'économie, réservé exclusivement à l'usage domestique. Frenkel et Razin (1996) ont utilisé le modèle de jeunesse perpétuelle à deux secteurs pour analyser l'impact des dépenses budgétaires sur le taux de change réel d'équilibre; celui-ci étant déterminé par l'équilibre du marché domestique, c'est à dire par la consommation agrégée et le niveau de l'offre exogène. Un travail similaire figure dans Buitier (1988), avec une modélisation du bloc d'offre basée sur la répartition de l'offre globale au sein des deux secteurs.

Dans l'objectif d'une analyse de long terme, le modèle présenté ici se situe d'emblée à un horizon de moyen terme, en négligeant les coûts d'ajustement sur le stock de capital. Ses caractéristiques sont la modélisation du bloc d'offre – absente de Frenkel et Razin (1996) – et la distinction de deux secteurs de production dans le cadre défini par Matsuyama (1987). Ainsi, tous les mécanismes de transmission d'une modification du taux d'intérêt au sein de l'économie sont explicités, tandis que l'état régulier n'est pas affecté par l'ajustement instantané du stock de capital au niveau désiré. Les décisions de production sont issues du programme intertemporel de la firme représentative, qui utilise deux technologies distinctes pour produire un bien échangeable et un bien non échangeable. Parallèlement, les consommateurs disposent de deux biens de consommation et accumulent de la richesse qui se répartit entre des titres échangeables sur le marché mondial, et des titres de propriété sur le capital de l'entreprise. Dans ce cadre, le taux de change réel d'équilibre est la valeur du prix relatif du bien non échangeable par rapport au bien échangeable compatible avec l'équilibre du marché domestique.

À l'inverse de Agénor (1998), le modèle ne nécessite pas la prise en compte d'un bloc monétaire pour considérer l'influence du taux d'intérêt sur

les décisions d'épargne. En utilisant des agents égoïstes, le modèle permet de distinguer les effets d'une modification du taux d'intérêt mondial sur l'ensemble de l'économie selon la position financière du pays et l'intensité relative en capital de chaque secteur. Avec des rendements constants, la réponse du taux de change réel dépend des intensités relatives en capital de chaque secteur, tandis que les réactions de la dette et du stock de capital diffèrent également en fonction de la position financière nette de l'économie domestique vis-à-vis du reste du monde.

Les deux sections suivantes exposent les fondements microéconomiques, l'agrégation et le bouclage du modèle. La section 4 décrit l'état régulier. La section 5 explique l'effet d'une hausse du taux d'intérêt mondial sur l'économie domestique en fonction de la position financière nette du pays vis-à-vis du reste du monde.

## 2 Les comportements microéconomiques

L'économie comporte des consommateurs hétérogènes, et une firme représentative qui produit deux biens distincts. Le taux d'intérêt exogène  $r$  est supposé déterminé sur le marché mondial. Les agents et la firme maximisent leurs objectifs intertemporels. À chaque instant, ils affectent leurs ressources de façon optimale entre les deux biens. L'élément central de cet arbitrage intratemporel est le prix relatif du bien non échangeable  $R$  que l'on assimile au taux de change réel. En définissant ainsi le taux de change réel, on fait appel à l'hypothèse de parité des pouvoirs d'achat sur les biens échangeables. En effet, le prix relatif du bien non échangeable s'écrit  $R = \frac{P_N}{p_T} = \frac{P_N}{eP_T}$ , où  $P_N$  est le prix du bien non échangeable,  $e$  le taux de change nominal, et  $P_T$  le prix du bien échangeable. Par la suite, le prix du bien échangeable est choisi comme numéraire.

### 2.1 Les agents

Le cadre théorique est celui développé par Blanchard (1985). Les agents sont hétérogènes du point de vue de leur date de naissance  $s$ , et n'entretiennent aucun lien avec les générations à venir. Leur horizon de vie est aléatoire. Le fonctionnement du système fait appel à une compagnie d'assurance. Celle-ci garantit le remboursement des prêts des agents décédés, et permet aux agents vivants de jouir de façon permanente de la richesse qu'ils laisseront en disparaissant. La probabilité de décès à chaque période est  $p$ .<sup>4</sup> À chaque instant,  $p$  agents apparaissent dans l'économie, de sorte que la population est constante et normalisée à 1. Le fonctionnement concurrentiel du système d'assurance implique que  $p$  est le montant de la prime. Par conséquent, le

<sup>4</sup> Plus rigoureusement,  $pdt$  est la probabilité de décès durant l'intervalle  $dt$ .

rendement effectif de l'épargne est le taux d'intérêt mondial majoré de la probabilité de décès. De même, l'incertitude concernant la durée de la vie accroît la préférence pour le présent  $\beta$  du risque de décès  $p$ , soit un taux effectif de  $\beta + p$ .

Les préférences instantanées dépendent de la consommation de bien échangeable  $c_T$  et de bien non échangeable  $c_N$  :

$$u(c_N, c_T) = \log c_N^{1-\theta} c_T^\theta$$

avec  $\theta \in ]0, 1[$ .

On désigne par  $c$  le flux de consommation du bien composite, et  $\pi$  l'indice de prix de ce bien. À partir de Obstfeld et Rogoff (1995),  $\pi$  représente la dépense minimale  $Z$  nécessaire à l'achat d'une unité de bien composite  $c$  :  $Z = c_T + R c_N$  avec  $R$  le taux de change réel.

Le prix du bien échangeable est choisi comme numéraire, de sorte que la dépense  $Z$  et donc la consommation  $\pi c$  sont exprimées en termes de bien échangeable.

Formellement, le problème d'optimisation d'un agent né en  $s$ , vivant à la date  $t \geq s$  et doté d'une richesse  $a(s, t)$  se résout en deux temps. Le programme intratemporel s'écrit :

$$c = \max_{c_N, c_T} (c_T)^\theta (c_N)^{1-\theta}$$

$$\text{s.c. : } R c_N + c_T = \pi c$$

L'objectif étant strictement concave, les conditions du premier ordre sont nécessaires et suffisantes :

$$\frac{c_N}{c_T} = \frac{1}{R} \cdot \frac{1-\theta}{\theta} \quad (1)$$

L'équation ci-dessus permet de déduire l'indice des prix comme une fonction croissante du taux de change réel<sup>5</sup> :

$$\pi = R^{1-\theta} \theta^{-\theta} (1-\theta)^{-(1-\theta)}$$

Chaque agent dispose d'une unité de travail indivisible. Le revenu du travail  $w(t)$  est indépendant de l'âge des agents. Il sera déduit du programme de maximisation de la firme représentative. À l'inverse, la richesse financière dépend de l'âge des agents. En effet, en l'absence de lien intergénérationnel entre les agents, la richesse d'un *jeune* est nulle :  $a(s, s) = 0$ . Le programme intertemporel s'écrit alors :

$$\max_{c_z} \int_t^\infty \log c(z) e^{-(p+\beta)(z-t)} dz$$

$$\text{s.c. } \dot{a}(s, z) = (r+p)a(s, z) - \pi(z)c(s, z) + w(z) \quad \forall z \geq t \geq s$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} a(s, z) e^{-(r+p)z} \geq 0, \quad a(s, t) = a_0$$

<sup>5</sup> On obtient :  $c_T = \theta \pi c$  et  $R c_N = (1-\theta) \pi c$ .

L'équation d'Euler correspondante s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{c} &= [r_c - \beta] c \\ r_c &= r - \frac{\dot{\pi}}{\pi} \end{aligned} \quad (2)$$

L'équation (2) définit l'évolution de la consommation optimale d'un agent. Comme dans Dornbusch (1983), la dynamique de la consommation individuelle dépend de l'écart entre le *taux d'intérêt réel du point de vue du consommateur* ( $r_c$  correspond d'après l'équation (2) au taux d'intérêt mondial déflaté du taux de croissance de l'indice des prix) et le taux de préférence pour le présent. Au niveau individuel, ce résultat est identique à celui obtenu avec le modèle de l'agent représentatif. Cette propriété est liée à l'existence d'un bien qui ne s'échange que dans l'économie domestique. En substituant l'expression de l'indice des prix à la consommation dans l'équation (2), on montre que le taux de croissance de la consommation est lié négativement à celui du prix relatif en fonction du paramètre  $\theta$  :

$$\dot{c} = \left[ r - (1 - \theta) \frac{\dot{R}}{R} - \beta \right] c$$

Le cas d'une petite économie ouverte à deux secteurs de production s'inscrit entre les deux situations extrêmes d'une économie fermée ( $\theta = 0$ ) et d'une économie ouverte à un seul bien ( $\theta = 1$ ). Dans une économie fermée, le taux d'intérêt réel endogène garantit l'équilibre entre épargne et investissement. À l'inverse, lorsque la petite économie ouverte ne comporte qu'un unique bien échangeable, le taux de croissance de la consommation dépend seulement de l'écart entre le taux d'intérêt mondial exogène et le taux de préférence pour le présent domestique. Par suite, les décisions d'épargne et d'investissement deviennent indépendantes lorsque  $\theta$  est égal à 1. Enfin, la situation d'une économie ouverte qui consomme un bien non échangeable est intermédiaire : plus la part du bien échangeable dans la dépense de consommation ( $\theta$ ) est faible, plus le taux de croissance de la consommation individuelle dépend de la variation du taux de change réel.

En intégrant la contrainte budgétaire individuelle, la consommation individuelle s'écrit comme une fraction de la richesse réelle totale<sup>6</sup> :

$$c(s, t) = \gamma(t) \left[ \frac{a(s, t) + h(t)}{\pi(t)} \right] \quad (3)$$

où  $\gamma(t) = p + \beta$  est la propension à consommer sur la richesse réelle totale d'un agent, composée de son patrimoine  $a$  et de son flux de revenus actualisés  $h(t) = \int_t^\infty w(\sigma) e^{-(r+p)(\sigma-t)} d\sigma$ .

<sup>6</sup> L'annexe A reprend le calcul de cette expression.

## 2.2 La firme représentative

Le bloc d'offre est constitué d'une firme représentative qui produit deux biens, à partir de deux technologies distinctes, utilisant du travail et du capital. Le bien échangeable (respectivement non échangeable) est produit à partir de la technologie  $F$  (respectivement  $G$ ). Les fonctions de production sont à rendements constants et utilisent deux facteurs de production disponibles en quantité  $K$  et  $L = 1$ . Les élasticités de la production par rapport à chaque facteur sont inférieures à un.

L'objectif de la firme représentative s'écrit :

$$\max_{K_t^T, I_t, L_t} \int_{t_0}^{\infty} [F(K_t^T, L_t^T) + RG(K_t^N, L_t^N) - w_t - I_t] e^{-r(t-t_0)} dt$$

$$\text{s.c. : } \dot{K}_t = I_t \quad \forall t \geq t_0$$

$$K^T + K^N = K$$

$$L^T + L^N = 1$$

$$K^j \geq 0, L^j \geq 0, j = T, N$$

En l'absence de coûts d'ajustement sur le stock de capital, le programme intertemporel de la firme n'est qu'un programme statique d'optimisation répété. En effet, puisque le taux d'intérêt est exogène, le stock de capital s'ajuste instantanément à son niveau de long terme. Par conséquent, il s'agit d'affecter au mieux le stock de capital  $K$  et le volume total de travail normalisé à 1 entre les deux secteurs. Les conditions du premier ordre du programme de la firme représentative sont les suivantes :

$$F_1(K^T, L^T) = RG_1(K - K^T, 1 - L^T) \quad (4)$$

$$F_2(K^T, L^T) = RG_2(K - K^T, 1 - L^T) \quad (5)$$

$$RG_1(K - K^T, 1 - L^T) = r \quad (6)$$

Les conditions statiques du premier ordre du programme de la firme (4) et (5) donnent la répartition optimale du capital et de l'offre de travail entre les deux secteurs en fonction du stock de capital et du taux de change réel,  $K^T(K, R)$  et  $L^T(K, R)$ . Sous l'hypothèse de rendements constants dans la production, il faut noter que les productivités marginales de chaque secteur ne dépendent pas du stock de capital global. En substituant les expressions  $K^T(K, R)$  et  $L^T(K, R)$ , l'équation (6) détermine le taux de change réel :

$$r^K(R) = r$$

En l'absence de coûts d'ajustement, le taux d'intérêt exogène détermine le niveau optimal du taux de change réel. De même, le niveau du salaire endogène est uniquement déterminé par le taux de change réel<sup>7</sup>.

<sup>7</sup> Jones et Easton (1983) démontrent que cette propriété est une caractéristique des modèles qui comportent autant de secteurs que de facteurs de production.

En retenant une spécification de type Cobb-Douglas, la répartition des facteurs de production disponibles entre les deux secteurs est donnée par<sup>8</sup> :

$$L^T = \frac{\alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_1} - \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_1} K \left( R \frac{\mu}{\nu} \alpha_1^{1-\mu} \alpha_2^{\nu-1} \right)^{\frac{1}{\mu-\nu}} \equiv g_1(K, R) \tag{7}$$

$$K^T = \frac{1}{\alpha_2 - \alpha_1} \left( R \frac{\mu}{\nu} \alpha_1^{1-\mu} \alpha_2^{\nu-1} \right)^{-\frac{1}{\mu-\nu}} - \frac{\alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1} K \equiv g_2(K, R)$$

avec  $F(x, y) = x^\nu y^{1-\nu}$  et  $G(x, y) = x^\mu y^{1-\mu}$ ,  $\alpha_1 = \frac{\nu}{1-\nu}$  et  $\alpha_2 = \frac{\mu}{1-\mu}$ . On déduit de l'expression (7) la production de chaque secteur en fonction du stock de capital et du taux de change réel :

$$Y^T(K, R) = \frac{\alpha_2 \eta(R) - \alpha_1 K}{\alpha_2 - \alpha_1} \eta(R)^{\nu-1} \tag{8}$$

$$Y^N(K, R) = \frac{\alpha_2^\mu \alpha_1^{1-\mu}}{\alpha_2 - \alpha_1} (K - \eta(R)) \eta(R)^{\mu-1} \tag{9}$$

avec  $\eta(R) = \left(\frac{\mu}{\nu}\right)^{\frac{1}{\nu-1}} R^{\frac{1}{\nu-1}} \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right)^{\frac{\mu-1}{\nu-1}}$ .

La spécification de type Cobb-Douglas (élasticité de substitution unitaire entre les facteurs de production) permet d'obtenir des résultats analytiques simples et sera systématiquement utilisée par la suite. La proposition suivante analyse l'impact d'une variation du taux de change réel et du stock de capital sur l'allocation optimale des facteurs (voir démonstration en annexe B).

**Proposition 1** *À l'équilibre partiel, une hausse (baisse) du taux de change réel se traduit par une augmentation des quantités des deux facteurs de production consacrées à la production de bien non-échangeable (échangeable). Un stock de capital plus important induit une hausse (baisse) des quantités des deux facteurs allouées à la production du bien le plus (le moins) intensif en capital.*

Le producteur doit répartir le stock de capital et l'offre de travail entre les deux secteurs de façon à égaliser les productivités marginales. Les parts du stock de capital et de l'offre de travail affectées au secteur échangeable sont des fonctions décroissantes du taux de change réel. Une augmentation du prix relatif du bien non échangeable provoque à court terme un effet de

<sup>8</sup> Cet exemple ne considère que les solutions intérieures au problème d'optimisation telles que :

$$R \frac{\mu}{\nu} \alpha_1^{1-\mu} \alpha_2^{\nu-1} \leq \alpha_1 K$$



substitution en faveur du secteur non échangeable, le secteur échangeable étant devenu moins rémunérateur.

L'effet du stock de capital est moins évident : l'allocation des facteurs se déplace vers le secteur dont la production est la plus intensive en capital. En supposant que l'élasticité de la production de bien échangeable par rapport au stock de capital est supérieure à celle de la production de bien non échangeable, une augmentation du stock de capital provoque une hausse des quantités de capital et de travail affectées au secteur échangeable. Comme l'offre de travail est fixe, la quantité de travail affectée au secteur non échangeable diminue. On peut montrer que l'effet global sur la productivité marginale du capital du secteur échangeable est positif. Par conséquent, pour maintenir l'égalité entre les productivités marginales, le stock de capital consacré au secteur non échangeable diminue.

Une extension de ce modèle dans le cas où il existe des coûts d'ajustement sur le stock de capital à la Hayashi (1982) devrait permettre d'étudier la dynamique du taux de change réel<sup>9</sup>, en conservant des résultats de long terme identiques. Par conséquent, l'hypothèse simplificatrice selon laquelle le stock de capital s'ajuste instantanément au niveau désiré n'est pas réductrice lorsque l'on étudie l'état stationnaire.

### 3 L'agrégation

Les agents sont hétérogènes du point de vue de leur date de naissance. Ils font face à une probabilité de décès identique, et ont les mêmes préférences, de sorte que le comportement global de l'économie représente la somme des comportements individuels. À l'instar de Blanchard (1985), on désigne ainsi par une majuscule  $X$  la variable  $x$  agrégée, avec  $X(t) = \int_{-\infty}^t x(\sigma, t) p e^{-p(\sigma-t)} d\sigma$ . Les indices de temps seront systématiquement omis par la suite pour faciliter l'exposé. Du côté de la production, la firme représentative produit la totalité des biens non-échangeables en circulation. L'agrégation concerne uniquement le bloc de demande.

Pour chaque individu, la consommation s'écrit comme une fraction de la richesse totale (3). Avec une utilité logarithmique, la propension à consommer est constante. Elle est indépendante de l'âge des agents, et on retrouve cette égalité au niveau macroéconomique :

$$C = \gamma \frac{A + H}{\pi} \quad (10)$$

<sup>9</sup> Les équations (4) et (5) détermineraient à chaque instant la répartition optimale des facteurs, tandis que l'équation (6) n'interviendrait qu'à long terme. Ainsi, les résultats de long terme seraient identiques à ceux obtenus ici sans coûts d'ajustement.

Il faut agréger les deux variables de richesse. La richesse humaine agrégée s'écrit  $H(t) = \int_t^\infty W(\sigma)e^{-(r+p)(\sigma-t)}d\sigma$ , où  $W(\sigma) = w(\sigma)$ <sup>10</sup>. Son évolution est régie par :

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dt} &= (r+p)H - W \\ \lim_{\sigma \rightarrow \infty} W(\sigma)e^{-(r+p)(\sigma-t)} &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

L'équation (11) décrit la variation du capital humain de façon usuelle. De même, la dynamique de la richesse financière s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dt} &= rA - \pi C + W \\ \lim_{\sigma \rightarrow \infty} A(\sigma)e^{-(r+p)(\sigma-t)} &\geq 0 \end{aligned} \quad (12)$$

À partir de (10), la dynamique de la consommation globale s'écrit :

$$\dot{C} = (r - \beta)C - p\gamma \frac{A}{\pi} - (1 - \theta) \frac{\dot{R}}{R} C$$

Le taux de croissance de la consommation agrégée dépend négativement du taux de change réel, pondéré par la part représentée par le bien non échangeable dans la dépense totale de consommation. On retrouve au niveau macroéconomique un effet déjà présent au niveau individuel : une appréciation du taux de change réel accroît la dépense de consommation ( $\pi C$ ) et réduit le taux de croissance de la consommation puisque les agents substituent de l'épargne à la consommation. À l'extrême, lorsque  $\theta = 1$ , l'équation (13) est celle de la consommation dans le cadre de la petite économie ouverte étudié par Blanchard (1985).

Dans l'équation (13), le second terme constitue une particularité du modèle de jeunesse perpétuelle. En relâchant l'hypothèse d'égalité entre le taux de préférence pour le présent et le taux d'intérêt, la dynamique de la consommation dépend de l'écart entre ces deux taux. Les consommateurs réalisent un arbitrage instantané entre consommation et épargne : une augmentation du taux d'intérêt accroît le rendement de l'épargne. Par suite, les agents accumulent davantage de richesse et la consommation augmente. Cette équation dynamique de la consommation (s'annulant à long terme) va permettre de caractériser, avec la contrainte budgétaire intertemporelle, les niveaux stationnaires de la consommation et de la richesse financière.

<sup>10</sup> Cette égalité est due aux faits que le salaire ne dépend pas de l'âge, et que la mesure de la population est 1 à toute date.

## 4 L'équilibre général

Au niveau macroéconomique, la richesse ( $A$ ) se répartit entre les créances nettes sur l'étranger  $B$  et le stock de capital ( $K$ ) :

$$A = B + K$$

La richesse et l'encours de la dette sont exprimés en termes de bien échangeable. À partir de cette répartition de la richesse, on obtient l'évolution du compte courant :  $\dot{B} = \dot{A} - \dot{K}$ . L'absence de coûts d'ajustement sur le stock de capital revient à supposer que les productivités marginales du capital dans chaque secteur sont égales au taux d'intérêt à chaque instant. En d'autres termes, l'horizon du modèle est tel que le taux de change réel a convergé vers son niveau stationnaire. Le stock de capital s'ajuste instantanément au niveau désiré. L'épargne domestique excédentaire vient constituer le stock de titres échangeables, rémunéré sur le marché mondial au taux d'intérêt  $r$ , et le compte courant<sup>11</sup> s'écrit :

$$\dot{B} = rB + Y^T(K, R) + RY^N(K, R) - \pi C \quad (14)$$

L'équation (14) définit le compte courant comme l'excès du revenu total (c'est à dire la production et l'intérêt de la dette) sur la consommation.

Avec des rendements constants dans la production, l'équation (6) détermine le niveau optimal du taux de change réel. Par conséquent, le stock de capital global de l'économie, lorsqu'il s'ajuste instantanément, satisfait la condition d'équilibre du marché du bien non échangeable :

$$C_N = Y_N(K, R) \quad (15)$$

Enfin, en substituant l'équation ci-dessus définissant l'équilibre domestique dans l'équation (14), le compte courant d'équilibre s'écrit :

$$\dot{B} = rB + Y^T(K, R) - C^T$$

Le compte courant est une fonction décroissante du taux de change réel. En effet, une hausse du taux de change réel réduit la production de bien échangeable (et donc le revenu national). Autrement dit, une appréciation réelle détériore le compte courant.

<sup>11</sup> Comme dans Matsuyama (1987), il faut utiliser l'identité d'Euler suivante qui détermine le salaire dans le cas de rendements constants :

$$RG_1(K - K^T, 1 - L^T) \cdot K + W = F(K^T, L^T) + RG(K - K^T, 1 - L^T)$$

### 4.1 État Régulier

**Proposition 2** *Pour qu'il existe un état régulier<sup>12</sup> dans une économie endettée, il suffit que  $r(r - \beta) < p\gamma\theta$  lorsque le secteur échangeable est intensif en capital. À l'inverse, dans une économie créditrice, il suffit que  $\frac{1-\nu}{\mu-\nu} > \frac{(1-\theta)p\gamma}{r(r-\beta)-p\gamma}$  lorsque le secteur non échangeable est intensif en capital.*

La condition suffisante dans le cas d'une économie créditrice signifie que la variation de la production de bien non échangeable à la suite d'une modification du stock de capital est telle que :  $R^*Y_1^{N*} < \frac{r(1-\theta)p\gamma}{r(r-\beta)-p\gamma}$  (voir annexe C).

L'état régulier s'écrit :

$$\begin{aligned}
 R^*Y^N(K^*, R^*) &= (1 - \theta)\pi^*C^* \\
 \pi^*C^* &= \frac{p(p + \beta)(B^* + K^*)}{r - \beta} \\
 B^* &= \frac{\pi^*C^* - [Y^T(K^*, R^*) + R^*Y^N(K^*, R^*)]}{r} \\
 r &= r^K(R^*)
 \end{aligned}$$

avec  $r^K(R)$ , la productivité marginale du capital dans chaque secteur. À l'équilibre, avec des rendements constants, cette productivité marginale ne dépend plus du stock de capital.

À l'inverse du modèle de croissance optimale, le modèle de jeunesse perpétuelle permet la détermination du niveau de long terme de la richesse financière<sup>13</sup>. Ainsi, d'après l'équation de la consommation de long terme, il apparaît que lorsque  $r > \beta$ , le stock de richesse financière  $A^*$  de long terme (composé des créances détenues sur l'étranger  $B^*$  et du stock de capital  $K^*$ ) est positif. En d'autres termes, au moins une partie du stock de capital est financée par l'épargne domestique. À l'inverse, lorsque les agents sont impatients, la richesse financière de long terme est négative, signifiant que le stock de capital domestique est entièrement financé par les capitaux étrangers et l'économie est endettée. Enfin, lorsque le taux d'intérêt tend vers le taux de préférence pour le présent, la richesse de long terme tend vers zéro et donc  $B^* = -K^*$ .

À partir des propositions 1 et 2, les conditions d'existence d'un unique état stationnaire peuvent être interprétées comme suit : lorsque les agents de l'économie domestique sont structurellement patients ( $r > \beta$ ) et que le secteur non échangeable est intensif en capital, une augmentation du stock de capital global accroît d'une part la production de bien non échangeable, et d'autre part la richesse financière. La proposition 2 indique la condition nécessaire pour que la hausse de la consommation demeure compatible avec

<sup>12</sup> Si l'état régulier existe, il est unique.

<sup>13</sup> Sur ce point, voir Blanchard et Fischer (1987), chapitre 2.

l'augmentation de la production d'après l'équilibre sur le marché de bien non échangeable. À l'inverse, lorsque le secteur échangeable est intensif en capital, une hausse du stock de capital accroît la production de bien échangeable et il suffit qu'à long terme la propension à consommer le bien échangeable soit supérieure au taux d'intérêt mondial pour que l'équilibre existe. Enfin, lorsque les agents sont impatients ( $r < \beta$ ), cette dernière condition est inversée : il suffit que le taux d'intérêt mondial dépasse la propension à consommer le bien échangeable pour éviter que l'économie ne s'endette continuellement.

Les propriétés de cet état régulier sont largement dépendantes de la spécification à rendements constants dans la production et de la structure 2x2 de la production (2 secteurs, 2 facteurs de production). Il en découle une production de chacun des biens linéaire vis-à-vis du stock de capital global de l'économie. Par conséquent, le taux de change réel est l'unique variable d'ajustement qui garantit l'égalité entre les rendements des deux secteurs de production : il est déterminé par le rapport entre les productivités marginales du capital de chaque secteur. En l'absence de coûts d'ajustement sur le stock de capital, celui-ci s'ajuste pour équilibrer le marché domestique ; le taux d'intérêt mondial exogène détermine les productivités marginales du capital de chaque secteur et donc le taux de change réel d'équilibre, comme une fonction croissante de l'écart entre l'intensité capitaliste relative entre les deux secteurs.

Plus précisément, la productivité marginale du capital ne dépend que du taux de change réel et la relation  $r^K(R) = r$  s'écrit :

$$RG_1(K - K^T(K, R), 1 - L^T(K, R)) = r$$

$$\mu R \alpha_1^{1-\mu} \left( R \frac{\mu}{\nu} \alpha_1^{1-\mu} \alpha_2^{\nu-1} \right)^{\frac{\mu-1}{\nu-\mu}} = r$$

et donc le taux de change réel est donné par :  $R = \left( \frac{r}{\rho} \right)^{\frac{\nu-\rho}{\nu-1}} \left( \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right)^{1-\rho} \left( \frac{\rho}{\nu} \right)^{\frac{1-\rho}{\nu-1}}$ .

Avec l'hypothèse de parfaite mobilité des facteurs de production entre les deux secteurs, on retrouve l'effet Balassa-Samuelson<sup>14</sup> selon lequel les différences de productivités entre les secteurs expliquent les déviations du taux de change réel vis-à-vis du niveau de Parité des Pouvoirs d'Achat (PPA). Ainsi, une productivité supérieure dans le secteur échangeable accroît mécaniquement le taux de change réel, et le taux de salaire endogène de l'économie. En revanche, une convergence des productivités entre les

<sup>14</sup> Frenkel et Razin (1996) montrent (pp.237-238) qu'en introduisant des paramètres de productivité autonome dans chacune des technologies, la trajectoire du taux de change réel est déterminée par des chocs de productivité :

$$dR = \left( \frac{1-\mu}{1-\nu} \right) da^T - da^N$$

avec  $da^j$  le choc de productivité dans le secteur  $j$ .

deux secteurs permet de retrouver un taux de change réel égal à un, selon l'hypothèse de PPA.

Ce modèle met en évidence les déterminants du taux de change réel d'équilibre uniquement constitués par des facteurs d'offre tels que l'intensité relative en capital de chaque secteur, ou le taux d'intérêt mondial. Néanmoins, l'introduction de coûts d'ajustement sur le stock de capital devrait permettre d'étudier la dynamique du taux de change réel sans affecter les résultats de long terme. Le système dynamique comporterait alors quatre dimensions, et l'effet Balassa-Samuelson qui détermine le taux de change réel n'interviendrait qu'à long terme. Par conséquent, l'absence d'ajustement progressif du stock de capital dans ce modèle n'altère pas la pertinence des résultats stationnaires. Ce modèle fournit donc un cadre théorique utile pour étudier les effets de long terme d'une modification exogène du taux d'intérêt. La proposition 2 a montré que les deux situations extrêmes d'une économie créditrice et d'une économie endettée vis-à-vis du reste du monde étaient envisageables. Or, l'intuition veut que les effets de long terme d'une augmentation du taux d'intérêt exogène diffèrent en fonction de la position financière nette de l'économie domestique.

## 4.2 Dynamique

Le système dynamique comporte deux dimensions :

$$\begin{aligned}\dot{B} &= rB + Y^T(K, R) + RY^N(K, R) - \pi C \\ \dot{C} &= (r - \beta)C - p\gamma \frac{B + K}{\pi}\end{aligned}$$

**Proposition 3** *Pour que le système converge vers un état stationnaire, il suffit que la part de la richesse consommée à long terme soit supérieure au taux d'intérêt lorsque le taux d'intérêt est supérieur au taux de préférence pour le présent :  $r(r - \beta) - p\gamma < 0$ .*

Cette condition de stabilité est toujours vérifiée lorsque les agents sont impatients ( $r < \beta$ ).

La levée de l'hypothèse standard de croissance optimale en économie ouverte  $r = \beta$  nécessite, pour que le système converge, que la part de la richesse consommée de long terme dépasse le taux d'intérêt. Dans le cas contraire, les créances nettes sur l'étranger divergent et l'hypothèse de petite économie ouverte avec un taux d'intérêt exogène n'est plus pertinente. Par la suite, nous limitons l'analyse aux états réguliers vers lesquels l'économie converge, c'est à dire au cas d'une économie débitrice lorsque le secteur échangeable est intensif en capital et celui d'une économie créditrice dans laquelle le secteur non échangeable est intensif en capital.

## 5 Effets de long terme d'une augmentation du taux d'intérêt mondial

Dans le modèle de croissance optimale avec agent représentatif en économie ouverte, une modification exogène du taux d'intérêt correspond à un changement exactement égal du taux de préférence pour le présent. Par conséquent, la plupart des variables à l'état régulier ne sont pas affectées par un tel type de choc<sup>15</sup>. À l'inverse, le cadre théorique du modèle de jeunesse perpétuelle permet d'analyser l'impact d'une variation du taux d'intérêt, notamment en fonction de la position financière nette de l'économie domestique vis-à-vis du reste du monde.

$$\begin{aligned}\frac{\partial R^*}{\partial r} &= \left[ G_1^* + R^* \frac{\partial G_1}{\partial R^*} \right]^{-1} \\ \frac{\partial (\pi^* C^*)}{\partial r} &= p\gamma \frac{\frac{\partial B^*}{\partial r} + \frac{\partial K^*}{\partial r}}{r - \beta} - \frac{\pi^* C^*}{r - \beta} \\ \frac{\partial B^*}{\partial r} &= \frac{1}{r} \frac{\partial (\pi^* C^*)}{\partial r} - \frac{\pi^* C^*}{r^2} \\ \frac{\partial K^*}{\partial r} &= \frac{1}{Y_1^N(K^*, R^*)} \left[ (1 - \theta) \frac{\partial (\pi^* C^*)}{\partial r} - (Y^{N^*} + R^* Y_2^{N^*}) \frac{\partial R^*}{\partial r} \right]\end{aligned}$$

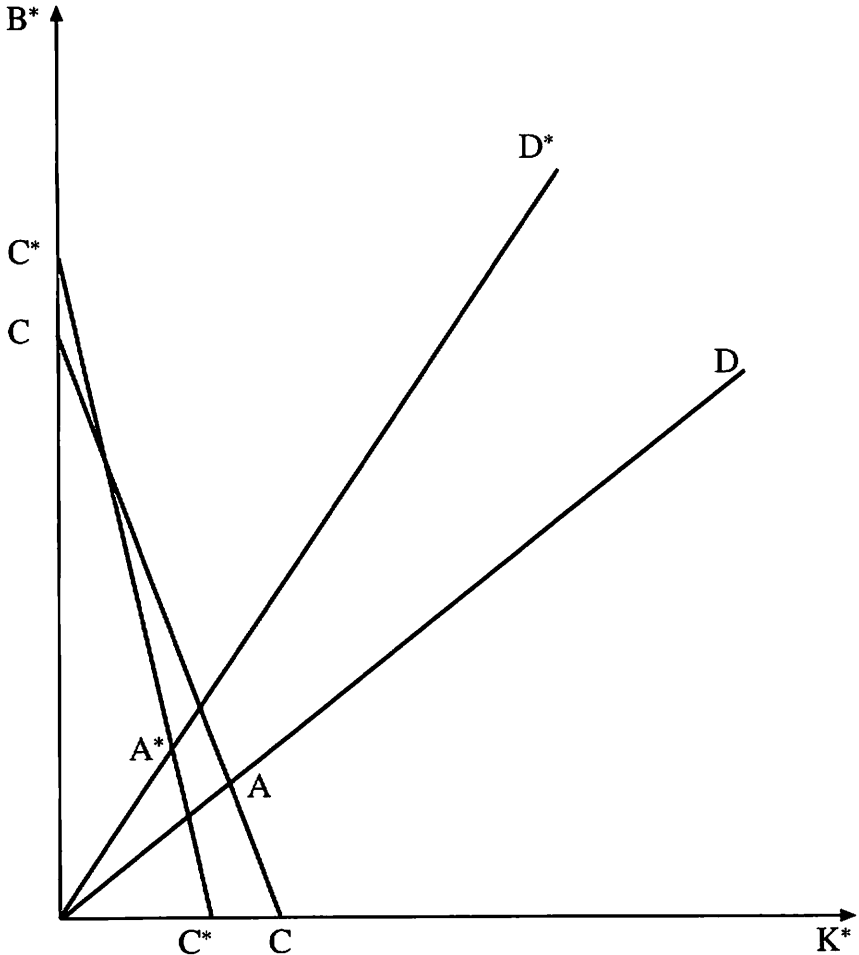
avec  $G_1^* = G_1(K^* - K^T(K^*, R^*), 1 - L^T(K^*, R^*))$  et  $Y_i^{N^*} = Y_i^N(K^*, R^*)$ .

Dans une petite économie ouverte, le taux d'intérêt exogène détermine la valeur de l'intensité capitalistique à l'état régulier. En distinguant deux secteurs dans l'économie, une modification exogène du taux d'intérêt entraîne une variation de la productivité marginale de chacun des secteurs; dans un tel cadre le taux d'intérêt ne détermine plus le rapport entre le stock de capital et l'offre de travail mais plutôt la répartition des quantités de capital et de travail au sein des deux secteurs. Une augmentation exogène du taux d'intérêt a un effet direct sur la productivité marginale du secteur échangeable, précisément égale au taux d'intérêt. Par conséquent, le taux de change réel déterminé par le rapport entre les productivités marginales des deux secteurs dépend de la valeur des élasticités du capital. Lorsque le secteur non échangeable est intensif en capital, la hausse de la productivité marginale du secteur échangeable est supérieure à celle du secteur non-échangeable : le taux de change réel augmente pour garantir la convergence des rendements entre les deux secteurs.

D'après les propositions 2 et 3, les propriétés de l'état régulier diffèrent en fonction de la position financière nette de l'économie domestique vis-à-vis du reste du monde. Par conséquent, nous allons considérer successivement le cas d'une économie créditrice avec un secteur non échangeable intensif

<sup>15</sup> Dans Murphy (1989), le choc de taux d'intérêt est assimilé à une modification exogène du taux d'imposition, de façon à considérer les conséquences en matière de consommation.

**Figure 1 :** *Effets du taux d'intérêt mondial sur le stock de capital et la dette*



**Figure 1.1**

en capital, et celui d'une économie débitrice avec un secteur échangeable intensif en capital.

### 5.1 Economie créditrice et bien non échangeable intensif en capital

Dans ce cadre, la hausse du taux d'intérêt provoque une appréciation du taux de change réel. Celle-ci conduit à un déplacement des facteurs de production en faveur du secteur non échangeable devenu plus rémunérateur. La réaction du stock de capital va dépendre de la variation du taux de



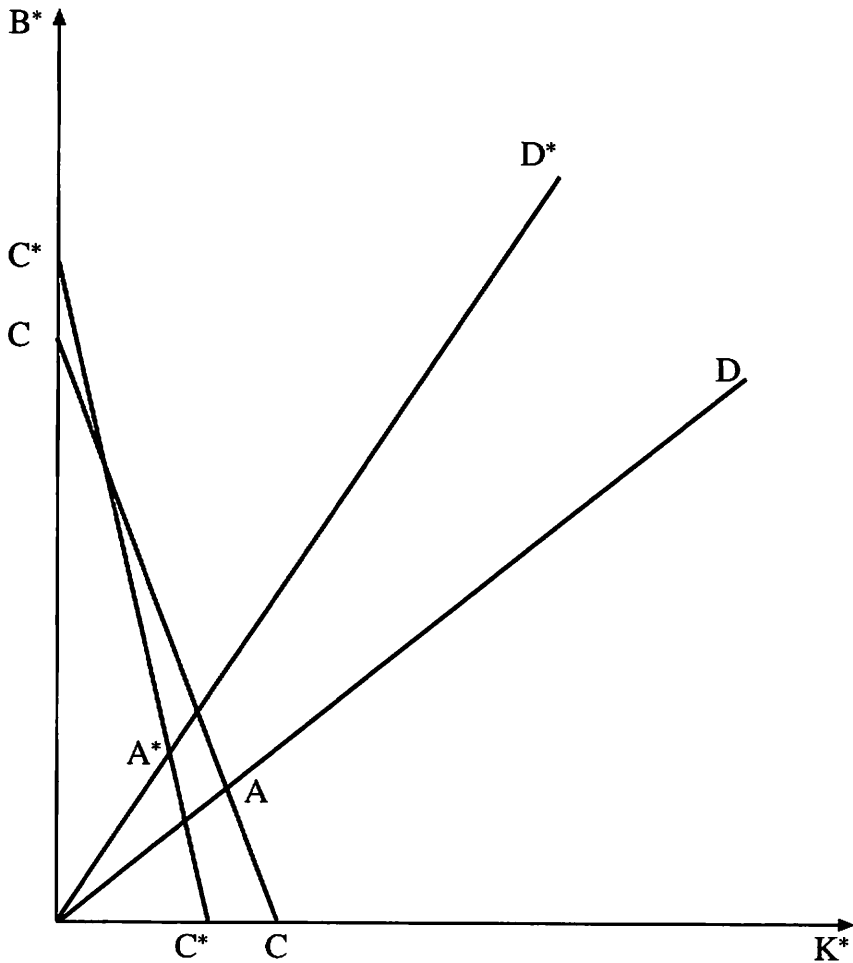


Figure 1.2

change réel.

En effet, si la hausse du taux de change réel conduit à une augmentation de l'offre globale, un accroissement non négligeable du taux d'intérêt provoque une réduction du stock de capital global. À l'inverse, lorsque la hausse du taux de change réel est modérée, l'augmentation du taux d'intérêt provoque un accroissement du stock de capital. Ce résultat pouvant paraître contre-intuitif n'apparaît que lorsqu'il existe deux secteurs dans l'économie. Il s'explique par l'effet du taux de change réel sur le stock de capital : la hausse du prix relatif du bien non échangeable par rapport au bien échangeable conduit la firme à produire davantage de bien non échangeable. Au delà du simple déplacement des facteurs de production en faveur du secteur le plus rémunérateur, pour produire une plus grande quantité de bien

non échangeable, la firme accroît le stock de capital lorsque le secteur non échangeable est intensif en capital (*cf.* : proposition 1). L'augmentation du stock de capital et la hausse du taux d'intérêt influencent négativement les créances nettes sur l'étranger. Dans le cas de la figure 1.1, où la hausse du taux d'intérêt réduit le stock de capital, l'augmentation du taux d'intérêt accroît sans ambiguïté le niveau des créances nettes sur l'étranger (point  $A'$ ). Il suit un accroissement de la richesse financière et de la consommation essentiellement consacrée à l'achat de bien échangeable. Alternativement, lorsque le stock de capital augmente, l'effet de la hausse du taux d'intérêt sur la consommation et les créances nettes dépend de l'ampleur de la variation du taux d'intérêt et du taux de change réel, c'est à dire de la valeur des élasticités de la production de chaque secteur par rapport au capital.

## 5.2 Economie débitrice et bien échangeable intensif en capital

Lorsque la production du bien échangeable est intensive en capital, le taux de change réel se déprécie à la suite d'une augmentation du taux d'intérêt. Les facteurs de production vont se déplacer en faveur du secteur échangeable, devenu plus rémunérateur. Cette baisse du prix relatif du bien non échangeable provoque une augmentation du stock de capital, lorsque l'effet du taux de change réel sur l'offre globale est positif. Or, dans le cas précédent d'une économie créditrice, la hausse du taux d'intérêt provoquait, sous la même hypothèse, une réduction du stock de capital. L'opposition des deux effets s'explique à partir de l'hypothèse concernant l'intensité en capital des deux secteurs. La hausse du stock de capital provoque une augmentation de la production du bien le plus intensif en capital. Par conséquent, la baisse du taux de change réel entraîne, par la hausse du stock de capital, un accroissement des quantités de bien échangeable produites dans l'économie domestique. Cette production pourra être exportée si la consommation domestique de bien échangeable est insuffisante; alors que lorsque le bien non échangeable est intensif en capital, la hausse de la production est limitée par l'équilibre du marché du bien non échangeable. L'effet de la hausse du taux d'intérêt sur la dette diffère selon le degré d'impatience des agents<sup>16</sup>. Sous l'hypothèse vraisemblable que le taux d'intérêt mondial excède  $\frac{\beta}{2}$ , la hausse du stock de capital combinée à la réduction de la propension à consommer de long terme provoque une augmentation de la dette (point  $A'$ ), comme le montre la figure 1.2. Celle-ci, combinée à la hausse du stock de capital, accroît la richesse financière des agents lorsqu'ils sont impatients ( $r < \beta$ ),

<sup>16</sup> La variation du niveau des créances de long terme peut s'écrire :

$$\frac{\partial B^*}{\partial r} = \frac{\frac{\partial K^*}{\partial r}}{r(r - \beta) - p\gamma} - \frac{2r - \beta}{[r(r - \beta) - p\gamma]r} \pi^* C^*$$

et donc la consommation essentiellement consacrée à l'achat de bien non échangeable. La proposition ci-après résume les différents résultats.

**Proposition 4** *Une hausse du taux d'intérêt provoque une diminution (resp. augmentation) du stock de capital lorsque le secteur non échangeable (resp. échangeable) est intensif en capital. Le taux de change réel s'apprécie (resp. se déprécie) et le stock de créances (resp. le stock de dettes) nettes sur l'étranger augmente lorsque l'économie est créditrice (resp. débitrice).*

Conformément à l'intuition, le modèle montre qu'à long terme une augmentation du taux d'intérêt mondial n'a pas les mêmes effets selon que l'économie est créditrice ou endettée vis-à-vis du reste du monde. L'opposition des résultats tient également aux restrictions imposées lors de l'étude de la stabilité du système<sup>17</sup>. Sous l'hypothèse de rendements constants et de parfaite mobilité des facteurs de production, le taux de change réel de long terme est déterminé par l'écart entre les productivités des deux secteurs. Cet effet, décrit initialement par Balassa (1964) et Samuelson (1964) a récemment fait l'objet d'investigations empiriques. Takatoshi, Isard et Symansky (1997) montrent qu'une croissance économique rapide est accompagnée par une appréciation du taux de change réel, résultant de différentiels entre les taux de croissance de la productivité des deux secteurs, dans la plupart des pays d'Asie du Sud-Est considérés. Malgré la validité empirique que l'on peut accorder à cet effet, il n'en demeure pas moins qu'une spécification différente de la structure productive (de type facteurs spécifiques par exemple) permettrait de déterminer simultanément la détermination du taux de change réel et du stock de capital à partir de la convergence des productivités et de l'équilibre domestique. En effet, le modèle montre qu'une hausse du taux d'intérêt accroît la dette, le stock de capital et la consommation lorsque le secteur échangeable est intensif en capital. Or, si la rémunération des facteurs de production dépendait du stock de capital, l'augmentation de la consommation devrait donner lieu à une appréciation réelle qui compenserait tout ou partie de la dépréciation initiale.

## 6 Conclusion

Cet article utilise le cadre théorique de la petite économie ouverte à deux secteurs pour étudier le comportement stationnaire du taux de change réel d'équilibre. En utilisant l'hypothèse de Blanchard (1985), il permet de caractériser la position financière nette de l'économie vis-à-vis du reste du monde. L'agrégation des comportements individuels conduit à une consommation optimale dont le taux de croissance dépend de la richesse de l'économie lorsque la probabilité de décès est positive. La réponse des principales variables à une modification exogène du taux d'intérêt dépend de la relation

<sup>17</sup> Une économie créditrice n'est considérée qu'avec un secteur non échangeable intensif en capital, et inversement.

liant le taux de change réel au taux d'intérêt et de la position financière du pays. Or, c'est précisément l'écart entre le taux de préférence pour le présent et le taux d'intérêt qui détermine la capacité ou le besoin de financement de l'économie domestique.

En résumé, ce modèle permet de distinguer le comportement de l'économie en fonction de l'intensité relative de chaque secteur en capital et de l'impatience des consommateurs. Ces deux caractéristiques pouvant faire l'objet d'estimations économétriques, le cadre théorique pourrait donner lieu à des applications empiriques. En introduisant un coût d'ajustement sur le stock de capital, l'étude des propriétés dynamiques du modèle permettrait de caractériser la trajectoire d'équilibre du taux de change réel.

La structure de la production retenue dans ce modèle comporte deux biens et deux facteurs. Il suit que la productivité marginale du capital, à l'équilibre partiel, est indépendante du stock de capital global. Dans ce cadre, la mobilité parfaite du capital implique une détermination exclusive du taux de change réel sur la sphère productive, selon l'effet Balassa-Samuelson. À l'instar de Brock (1988), une alternative pourrait être de considérer deux secteurs de production et trois facteurs. Cette seconde spécification conduit à une productivité marginale du capital d'équilibre qui dépend à la fois du taux de change réel et du stock de capital. Par suite, ceux-ci seraient simultanément déterminés par la convergence des rendements entre les deux secteurs et l'équilibre domestique. Il s'agirait ensuite d'introduire l'Etat dans l'économie pour montrer comment l'Etat peut compenser, par une politique de dépenses publiques, l'effet d'une modification exogène du taux d'intérêt mondial.

## ANNEXES

### A. Programme du consommateur

Chaque agent maximise son utilité intertemporelle d'après :

$$\max_{c_z} \int_t^{\infty} \log [c_T^\theta(z) c_N^{1-\theta}(z)] e^{-(p+\beta)(z-t)} dz$$

$$\text{s.c. } \dot{a}(s, z) = (r + p)a(s, z) - \pi(z)c(s, z) + w(z) \quad \forall z \geq t \geq s$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} a(s, z) e^{-(r+p)z} \geq 0, \quad a(s, t) = a_0$$

L'équation d'Euler correspondante s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{c} &= [r_c - \beta] c \\ r_c &= r - \frac{\dot{\pi}}{\pi} \end{aligned} \tag{16}$$

Le niveau de consommation de l'individu à l'instant  $z$  s'obtient en intégrant l'équation d'Euler :

$$c(z) = c(t) e^{\int_t^z \rho(\sigma) d\sigma}$$

avec  $\rho(z) = [(r - \frac{\dot{\pi}}{\pi}) - \beta]$ . Soit en valeur courante<sup>18</sup> :

$$\pi(z)c(z) = \pi(t)c(t)e^{(r-\beta)(z-t)} \tag{17}$$

En intégrant la contrainte budgétaire individuelle, la consommation individuelle s'écrit comme une fraction de la richesse réelle totale :

$$c(s, t) = \gamma(t) \left[ \frac{a(s, t) + h(t)}{\pi(t)} \right] \tag{18}$$

où  $\gamma(t) = p + \beta$  et  $h(t) = \int_t^{\infty} w(\sigma) e^{-(r+p)(\sigma-t)} d\sigma$ .

### B. Preuve de la proposition 1

<sup>18</sup> Pour intégrer la contrainte budgétaire intertemporelle d'un agent, il est préférable d'écrire la consommation individuelle en valeur courante. Le niveau de l'indice des prix s'écrit :  $\pi(z) = \pi(t) e^{\int_t^z \frac{\dot{\pi}}{\pi} d\sigma}$  avec  $\pi(t)$  le niveau initial de l'indice des prix.

La quantité optimale de chaque facteur utilisée dans les deux secteurs est définie par l'expression (7). L'effet du stock de capital s'obtient directement en dérivant les fonctions  $g_1$  et  $g_2$  par rapport à  $K$ .

Il vient :  $\frac{\partial K^T}{\partial K} = -\frac{\alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1}$ ,  $\frac{\partial(K - K^T)}{\partial K} = \frac{\alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_1}$ ,

$$\frac{\partial L^T}{\partial K} = -\frac{\left(R \frac{\mu}{\nu} \alpha_1^{1-\mu} \alpha_2^{\nu-1}\right)^{\frac{-1}{\mu-\nu}}}{\alpha_2 - \alpha_1}, \text{ et } \frac{\partial(1-L^T)}{\partial K} = \frac{\alpha_1 \alpha_2 \left(R \frac{\mu}{\nu} \alpha_1^{1-\mu} \alpha_2^{\nu-1}\right)^{\frac{-1}{\mu-\nu}}}{\alpha_2 - \alpha_1}.$$

L'effet du taux de change réel s'analyse de la même façon, de sorte que :  $\frac{\partial K^T}{\partial R} < 0$ ,  $\frac{\partial(K - K^T)}{\partial R} > 0$ ,  $\frac{\partial L^T}{\partial R} < 0$ , et  $\frac{\partial(1-L^T)}{\partial R} > 0$ . □

### C. Existence de l'Etat Régulier

En substituant l'identité  $r = R^* Y_1^N(K^*, R^*) + Y_1^T(K^*, R^*)$  dans le niveau des créances de long terme, on obtient :

$$B^* = \frac{1}{1 - \frac{p\gamma}{r(r-\beta)}} \left[ \frac{p\gamma}{r(r-\beta)} K^* - 1 \right]$$

L'équation d'équilibre du marché du bien non échangeable donne une seconde relation entre  $B^*$  et  $K^*$  :

$$B^* = \frac{r - \beta}{(1 - \theta)p\gamma} R^* Y^N(K^*, R^*) - K^*$$

La linéarité en  $K^*$  de ces deux relations de long terme permet de conclure à l'unicité de l'état régulier, s'il existe.

Il faut distinguer quatre cas, selon que le taux d'intérêt excède ou non la propension à consommer de long terme, et en fonction de l'écart entre le taux de préférence pour le présent et le taux d'intérêt :

- Les agents sont patients, le secteur non échangeable est intensif en capital et  $r(r - \beta) > p\gamma$  :

pour que l'économie soit créditrice, il faut que  $R^* Y_1^{N^*} < \frac{r(1-\theta)p\gamma}{r(r-\beta)-p\gamma}$ , sinon l'économie est endettée.

- Les agents sont patients, le secteur non échangeable est intensif en capital,  $r(r - \beta) < p\gamma$  :

pour que l'économie soit créditrice, il faut que  $\frac{r(1-\nu)}{\mu-\nu} > \frac{p\gamma(1-\theta)}{r-\beta}$ .

- Les agents sont patients, le secteur échangeable est intensif en capital :  
il suffit que  $r(r - \beta) < \theta p\gamma$  pour que l'équilibre existe avec  $B^* < 0$ .

- Les agents sont impatients, le secteur échangeable est intensif en capital :  
il suffit que  $r(r - \beta) < \theta p\gamma$  pour que l'équilibre existe avec  $B^* < 0$ .

D'où la proposition 2 qui résume ces résultats concernant l'existence de l'équilibre.

## References

- Agénor P. (1998), Capital inflows, external shocks, and the real exchange rate, *Journal of International Money and Finance*, **17**, 713-740.
- Balassa B. (1964), The purchasing power parity doctrine : a reappraisal, *Journal of Political Economy*, **72**, pp. 584-596.
- Blanchard O. (1985), Debt, deficits, and finite horizons, *Journal of Political Economy*, **91**, pp. 589-610.
- Blanchard O. et S. Fischer (1989), *Lectures on Macroeconomics*, Cambridge MA, MIT Press.
- Brock P. (1988), Investment, the current account and the relative prices of nontraded goods in a small open economy, *Journal of International Economics*, **24**, pp. 235-253.
- Brock P. et S. Turnovsky (1994), The dependent economy model with both traded and nontraded capital goods, *Review of International Economics*, **2**, pp. 306-325.
- Buiter W. (1988), Structural and stabilization aspects of fiscal and financial policy in the dependent economy, *Oxford Economic Papers*, **40**, pp. 220-245.
- Clark P. et R. Macdonald (1998), Exchange rates and economic fundamentals : a methodological comparison of BEERs and FEERs, *IMF Working Paper*, **67**.
- Dornbusch R. (1983), Real interest rates, home goods and optimal external borrowings, *Journal of Political Economy*, **91**, pp. 141-153.
- Frenkel J. et A. Razin (1996), *Fiscal Policies and growth in the World Economy*, 3<sup>e</sup> édition, Cambridge MA, MIT Press.
- Froot K. et K. Rogoff (1995), Perspectives on PPP and long-run real exchange rates, dans *Handbook of International Economics*, **Vol. 3**.
- Hayashi F. (1982), Tobin's q, rational expectations and optimal investment rule, *Econometrica*, **50**, pp. 213-224.
- Jones R. et S. Easton (1983), Factor intensities and factor substitution in general equilibrium, *Journal of International Economics*, **15**, pp.65-99.
- Matsuyama K. (1987), Current account dynamics in a finite horizon model, *Journal of International Economics*, **23**, pp. 299-313.
- Murphy R. (1989), Stock prices, real exchange rates, and optimal capital accumulation, *IMF Staff Papers*, **36**, 102-129.
- Obstfeld M. et K. Rogoff (1995), *Foundations of International Macroeconomics*, Cambridge MA, MIT Press.
- Sachs J. (1982), The current account in the dynamic adjustment process, *Scandinavian Journal of Economics*, **84**, pp. 147-159.

- Salter W. (1959), Internal and external balance : the role of price and expenditure effects, *Economic Record*, **35**, pp. 226-238.
- Samuelson P. (1964), Theoretical notes on trade problems, *Review of Economics and Statistics*, **23**, pp. 1-60.
- Sen P. et S. Turnovsky (1989), Deterioration of the terms of trade and capital accumulation : a re-examination of the Laursen-Metzler effect, *Journal of International Economics*, **26**, pp. 212-228.
- Stein J. (1995), *Fundamental Determinants of Exchange Rates*, Oxford, Clarendon Press.
- Swan T. (1960), Economic control in a dependant economy, *Economic Record*, **36**, 51-66.
- Takatoshi I., P. Isard, et S. Symansky (1997), Economic growth and real exchange rate : an overview of the Balassa-Samuelson hypothesis in Asia, NBER Working Paper.
- Williamson J. (1994), *Estimating Equilibrium Exchange Rates*, Washington DC, Institute for International Economics.