

Élasticité de substitution et balance des opérations courantes dans un modèle à deux pays

Delphine BÉRAUD^(*)

*MAD, Université de Paris I
et GREMI, Université du Maine*

1 Introduction

Le commerce international peut concerner des échanges de marchandises qui ont lieu à la même date ou des échanges d'un même bien à des dates différentes. Dans ce dernier cas, les pays produisent tous le même bien et les échanges commerciaux sont des relations intertemporelles qui permettent aux pays de consommer et d'investir une quantité différente de celle qu'ils produisent tout en respectant leur contrainte budgétaire intertemporelle. De tels échanges ne sont possibles que si les pays nouent des relations financières entre eux : un pays peut financer son déficit commercial avec les intérêts des créances qu'il détient sur l'étranger et (ou) en s'endettant vis-à-vis de l'autre pays. Les relations financières sont donc des contreparties des échanges commerciaux. Ces relations financières et commerciales sont comptabilisées dans la balance des paiements : pour les analyser, il est nécessaire d'étudier les évolutions du solde de la balance commerciale, des intérêts dus à l'étranger et du solde de la balance courante. De plus, le solde de la balance courante informe sur l'accroissement ou la diminution des créances détenues sur l'étranger.

Pour étudier ce problème, on étend le modèle de Ramsey (modèle de Solow avec épargne endogène) à une économie ouverte intégrée à une union. Le choix d'un modèle à deux pays s'explique par deux raisons. D'une part, en raisonnant sur le cas d'une petite économie ouverte, Barro et Sala-i-Martin [1995] démontrent que le modèle de Ramsey ne donne pas de résultats très pertinents parce que la vitesse d'ajustement vers l'état stationnaire est infiniment grande. D'autre part, la prise en

^(*) Je remercie A. d'Autume pour l'intérêt qu'il porte à ce travail ainsi que les participants du séminaire du MAD. Je suis seule responsable des éventuelles erreurs et omissions.

compte des variations des prix (*i.e.* le taux d'intérêt) est indispensable pour expliquer les interdépendances qui existent entre les pays.

Dans la plupart des modèles à deux pays qui étudient le fonctionnement des économies ouvertes, on suppose que les pays sont strictement symétriques⁽¹⁾. Les deux pays ne diffèrent alors que par la productivité globale des facteurs et par leur position nette externe initiale : un pays est initialement créditeur tandis que l'autre est débiteur et le stock de capital initial est différent dans chaque pays. Les agents ont la même fonction d'utilité et on montre que le taux de croissance de leur consommation, déterminé par la relation de Keynes-Ramsey, est le même. Comme la consommation croît au même taux dans les deux pays, la part de la consommation mondiale de chaque pays est constante.

Les agents peuvent néanmoins avoir des préférences différentes : le taux de préférence pour le présent ou l'élasticité intertemporelle de substitution peuvent ne pas être identiques dans les deux pays. Cependant, on peut montrer que si un agent est plus impatient que l'autre (*i.e.* si le taux de préférence pour le présent n'est pas le même dans les deux pays), il n'existe pas d'état stationnaire parce que le pays le plus impatient disparaît tandis que l'autre devient l'économie mondiale : l'existence d'un état stationnaire nécessite l'égalisation des taux de préférence pour le présent. Si les deux agents n'ont pas la même élasticité de substitution intertemporelle, ils ne réagissent pas de la même façon à une variation de prix du bien de consommation. Plus l'agent a une forte élasticité de substitution, plus la baisse des prix entraîne une hausse importante de sa consommation. C'est dans le pays où les agents ont l'élasticité de substitution intertemporelle la plus forte que le taux de croissance de la consommation est le plus fort.

Deux résultats apparaissent dans ce modèle : le premier est que, lorsque les préférences des agents sont identiques, le capital et la consommation, au niveau mondial, ne dépendent pas de la répartition des richesses entre les pays. Par contre, si les préférences ne sont pas les mêmes, l'économie mondiale n'est pas indépendante de la répartition des richesses. Ainsi, une remise de dette en faveur du pays dans lequel la consommation croît le plus vite, entraîne une augmentation de la part de la consommation de ce pays parce qu'il devient plus riche. Le taux de croissance de l'économie mondiale est plus important qu'avant la remise de dette et les dynamiques du capital mondial et de la consommation mondiale sont modifiées.

Le second résultat essentiel concerne les échanges commerciaux et financiers entre les pays. Comme ils dépendent de l'évolution de la

⁽¹⁾ Cf. par exemple, Bianconi [1995] et Devereux et Shi [1991].

consommation de chaque pays, l'écart entre les taux de croissance de la consommation de chaque pays dû à des préférences différentes des agents est un déterminant essentiel de leurs dynamiques.

Lorsque les préférences sont identiques, le pays initialement créancier, le pays 1, voit sa créance progresser tandis que son déficit commercial s'aggrave. Si la consommation croît plus vite dans le pays 1 qui était initialement créancier, la balance commerciale de ce pays se détériore plus vite que dans le cas précédent parce que sa consommation croît plus vite que dans l'autre pays. Malgré un déficit commercial important, la balance courante du pays 1 est excédentaire parce que les intérêts de la créance sont importants : la créance du pays 1 progresse. Si la consommation croît moins vite dans le pays initialement créancier que dans le pays 2, il se peut que la balance commerciale du pays 1 s'améliore parce que sa consommation croît moins vite que dans le pays 2 mais il est également possible qu'elle se détériore. Son évolution dépend de l'écart entre les taux de croissance de la consommation qui reflète les disparités dans les préférences des agents. L'évolution de la balance courante du pays 1 dépend des préférences des agents et de la créance initiale du pays 1. En particulier, il est possible que le pays 1 qui est initialement créancier devienne débiteur.

Après avoir exposé les hypothèses fondamentales du modèle, on étudie la dynamique de l'économie mondiale. On analyse, ensuite, la répartition du capital et de la consommation entre chaque pays. On s'attache alors à montrer que la dynamique de la balance commerciale de chaque pays dépend de l'écart entre les taux de croissance de la consommation des deux pays. De la dynamique de la balance courante d'un pays, on déduit l'évolution de la créance ou de la dette de ce pays.

2 Le modèle

Deux pays de taille identique⁽²⁾ ont des relations commerciales et financières. La mobilité du capital physique et financier entre les pays est supposée parfaite tandis que le travail est immobile. Il n'y a qu'un seul bien dans l'économie servant à la fois de bien de consommation et de bien d'investissement.

⁽²⁾ Chaque pays est peuplé de N agents. Sans perte de généralité, on norme N à l'unité.

2.1 Les hypothèses du modèle⁽³⁾

2.1.1 Le ménage représentatif du pays i ($i = 1$ ou 2)

Le ménage maximise son utilité intertemporelle et arbitre entre différents profils temporels de consommation. L'offre de travail est inélastique au salaire réel. C'est une hypothèse traditionnelle dans les modèles de croissance à la Solow. ρ_i est le taux de préférence pour le présent de l'agent i . La consommation, c_{it} , est la variable de contrôle et b_{it} la variable d'état. b_{it} est la somme des actifs financiers étrangers détenus par le pays i notés a_{it} (i.e. sa créance) et des capitaux placés k_{it} dans l'industrie nationale :

$$\forall i \in \{1, 2\}, \quad b_{it} = a_{it} + k_{it}.$$

Comme le monde est composé de deux pays, la créance d'un pays est la dette de l'autre :

$$a_{1t} + a_{2t} = 0.$$

La richesse initiale, b_{i0} , est positive parce qu'à la date 0, la dette externe d'un pays n'excède pas la valeur de son capital possédé. Une condition de transversalité sur la richesse finale est imposée pour éviter une solution de « Ponzy » qui consisterait à ce que l'agent s'endette jusqu'à la faillite pour consommer davantage. Les agents détiennent des actifs qui leur rapportent un rendement r_t . Ce rendement est identique dans les deux pays parce que la mobilité du capital financier est parfaite. Le salaire, w_{it} , et le rendement des actifs, $r_t b_{it}$, permettent aux agents de consommer et d'épargner.

Le programme du ménage est le suivant :

$$\max \int_0^{\infty} e^{-\rho_i t} u_i(c_{it}) dt \quad (1)$$

$$\dot{b}_{it} = r_t b_{it} + w_{it} - c_{it} \quad (2)$$

$$b_{i0} > 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\int_0^t r_s ds} b_{it} \geq 0. \quad (3)$$

Le hamiltonien s'écrit :

$$H = e^{-\rho_i t} [u_i(c_{it}) + x_{it} (r_t b_{it} - c_{it} + w_{it})] = e^{-\rho_i t} H^c$$

⁽³⁾ Un indice i désigne le pays i . Il peut prendre la valeur 1 ou 2 pour désigner le pays 1 ou 2. La variable t désigne le temps et une variable pointée désigne la dérivée de la variable par rapport au temps. Comme la population est normée à 1, les variables par tête (notées en minuscule) sont égales aux variables par pays.

où x_{it} est la variable associée au hamiltonien et H^c le hamiltonien courant.

La maximisation de l'utilité du ménage représentatif, sous condition, donne le résultat suivant :

$$u'_i(c_{it}) = x_{it} \quad (4)$$

où x_{it} représente le prix fictif à la date t d'une unité supplémentaire de consommation. Si l'agent consomme une unité supplémentaire à la date t , il obtient un supplément d'utilité égal à x_{it} . L'équation d'Euler donne l'évolution du prix :

$$\dot{x}_{it} = \rho_i x_{it} - \frac{\partial H^c}{\partial b_{it}} = (\rho_i - r_t) x_{it}. \quad (5)$$

On suppose que les agents ont le même type de fonction d'utilité et que l'élasticité de substitution intertemporelle, σ_i , est constante. Une telle fonction est une fonction CRRA⁽⁴⁾ :

$$u(c_{it}) = \frac{c_{it}^{1-\frac{1}{\sigma_i}}}{1-\frac{1}{\sigma_i}}, \quad \sigma_i > 0, \sigma_i \neq 1.$$

Si

$$\sigma_i = 1, \quad u(c_{it}) = \log c_{it}.$$

L'élasticité de substitution intertemporelle, σ_i , est égale à l'augmentation de la consommation lorsque le prix du bien diminue de 1% :

$$-\frac{\frac{dc_{it}/dt}{c_{it}}}{\frac{dx_{it}/dt}{x_t}} = -\frac{u'(c_{it})}{c_{it}u''(c_{it})} = \sigma_i.$$

En utilisant l'équation d'Euler (5) et l'équation (4), on obtient le taux de croissance de la consommation :

$$\frac{\dot{c}_{it}}{c_{it}} = \sigma_i(r_t - \rho_i). \quad (6)$$

Si les agents ont exactement les mêmes préférences (*i.e.* la même élasticité de substitution intertemporelle et le même taux de préférence pour le présent), la consommation croît au même taux dans les deux

⁽⁴⁾ Pour *Constant Relative Risk Aversion*.

pays. Cependant, cette hypothèse est restrictive et il est possible que les agents aient des préférences différentes.

Si le taux de préférence pour le présent n'est pas le même dans les deux pays, les agents sont plus ou moins impatientes. L'agent le plus impatient consomme en début de période puis le pays dans lequel il réside disparaît. Le pays dans lequel vit l'agent le plus patient devient l'économie mondiale. Il n'existe pas d'équilibre de long terme où les deux pays coexistent.

Il est possible que les agents des deux pays n'aient pas la même élasticité de substitution intertemporelle⁽⁵⁾. Dans ce cas, les agents des deux pays réagissent de façon différente aux variations du prix du bien. Plus l'élasticité de substitution intertemporelle est importante, plus les agents augmentent (resp. diminuent) leur consommation lorsque le prix du bien diminue (resp. augmente). Dans une économie où le capital croît, le taux d'intérêt et le prix du bien diminuent. Cela entraîne une hausse de la consommation plus forte dans le pays où les agents ont une élasticité de substitution intertemporelle plus forte: le taux de croissance de leur consommation est plus important dans le pays où l'élasticité de substitution est la plus élevée⁽⁶⁾:

$$\frac{\dot{c}_{it}}{c_{it}} = \sigma_i(r_t - \rho). \quad (7)$$

Les taux de croissance des consommations des deux pays sont proportionnels et le coefficient de proportionnalité est indépendant du temps:

$$\frac{\dot{c}_{it}}{c_{it}} = \frac{\sigma_i}{\sigma_j} \frac{\dot{c}_{jt}}{c_{jt}}, \quad \forall j \neq i, \quad i \in \{1, 2\}, \quad j \in \{1, 2\}. \quad (8)$$

Si les agents des deux pays ont la même élasticité de substitution, ils réagissent de la même façon aux variations des prix: leur consommation croît au même taux. Si l'agent représentatif du pays 1 a une élasticité plus forte que celle de l'autre agent, sa consommation croît à un taux plus important que celui de l'autre pays quand le taux d'intérêt diminue: la part du pays 1 dans la consommation totale augmente.

⁽⁵⁾ D'autres alternatives existent: il est possible d'introduire une fonction à la Uzawa [1968] dans laquelle le taux de préférence pour le présent est une fonction croissante de la consommation. Une fonction à la Stone-Geary est également envisageable. Enfin, une hétérogénéité des agents peut être introduite comme le fait Blanchard [1985]. Des critiques de ces alternatives sont décrites par Barro et Sala-i-Martin ([1995], p. 108 et suivantes).

⁽⁶⁾ Pour les raisons exposées au paragraphe précédent, le taux de préférence pour le présent est identique dans les deux pays.

2.1.2 L'entreprise représentative

Le programme de l'entreprise représentative est la maximisation intertemporelle du profit. On choisit une fonction à rendements constants telle que :

$$Y_{it} = \theta_t F(K_{it}, N_{it}).$$

K_{it} et N_{it} sont respectivement le capital disponible dans le pays i et le nombre de travailleurs. θ_i est un indice de la productivité globale des facteurs spécifique au pays i . On utilise une fonction de production Cobb-Douglas, à rendements constants, telle que :

$$Y_{it} = \theta_i K_{it}^\alpha N_{it}^\beta, \quad \alpha + \beta = 1, \quad 0 < \alpha < 1.$$

En notant k_{it} et y_{it} le capital mondial et le produit mondial par tête, on a :

$$y_{it} = \theta_i f(k_{it}) = \theta_i k_{it}^\alpha. \quad (9)$$

La maximisation du profit conduit les entreprises à rémunérer leurs facteurs de production à leur productivité marginale :

$$w_{it} = \theta_i(1 - \alpha)k_{it}^{\alpha-1} \quad (10)$$

$$r_t = \theta_i \alpha k_{it}^{\alpha-1}. \quad (11)$$

2.1.3 Les relations internationales

Les relations commerciales permettent à chaque pays de consommer et d'investir une quantité différente de celle qui est produite⁽⁷⁾. Les relations financières sont les contreparties de ces échanges commerciaux : le déficit commercial d'un pays doit être financé par des intérêts reçus de l'étranger et (ou) par un endettement vis-à-vis de l'étranger. Ces échanges sont comptabilisés dans la balance des paiements de chaque pays.

Le solde de la balance commerciale du pays 1, t_{1t} , est égal à la production domestique diminuée de l'absorption (somme de l'investissement et de la consommation) :

$$t_{1t} = f(k_{1t}) - c_{1t} - \dot{k}_{1t}.$$

Le poste « intérêts nets reçus de l'étranger » du pays 1 est égal à :

$$R_{1t} = r_t a_{1t}.$$

⁽⁷⁾ Evidemment, au niveau mondial, le marché des biens doit être en équilibre.

Le solde de la balance courante noté CA_{1t} (l'opposé de la balance des capitaux) est la somme des intérêts de la créance et de l'excédent commercial. En utilisant les équations (2), (10) et (11), on montre que le solde de la balance courante est égal à l'accroissement de la créance :

$$CA_{1t} = \dot{a}_{1t}.$$

2.2 La dynamique du modèle

2.2.1 Les dotations initiales

À la date 0, le stock de capital mondial k_0 est donné : il se répartit dans chaque pays de telle sorte que la productivité marginale du capital soit la même dans les deux pays parce que la mobilité du capital physique est parfaite. Par convention, on suppose, dans tout le modèle, qu'à la date 0, le pays 1 est créancier. Cette créance initiale est notée a_{10} . Le pays 2 a alors une dette égale à l'opposé de la créance du pays 1.

2.2.2 La dynamique de transition

Le taux de croissance de la consommation dans chaque pays a été donné précédemment par l'équation (7) :

$$\frac{\dot{c}_{1t}}{c_{1t}} = \sigma_1(r_t - \rho) \quad (12)$$

$$\frac{\dot{c}_{2t}}{c_{2t}} = \sigma_2(r_t - \rho). \quad (12')$$

Le marché des biens est à l'équilibre lorsque la production est égale à la somme de la consommation et de l'investissement de chaque pays⁽⁸⁾ :

$$\dot{k}_{1t} + \dot{k}_{2t} + c_{1t} + c_{2t} = \theta_1 k_{1t}^\alpha + \theta_2 k_{2t}^\alpha. \quad (13)$$

La contrainte budgétaire de l'agent du pays 1 se réécrit, en utilisant (2), (10) et (11) :

$$\dot{b}_{1t} = \theta_1(1 - \alpha)k_{1t}^\alpha + \theta_1\alpha k_{1t}^{\alpha-1}b_{1t} - c_{1t}. \quad (14)$$

Deux équations statiques indiquent que le capital est rémunéré à sa productivité marginale et que la mobilité du capital financier est parfaite :

$$r_t = \alpha\theta_1 k_{1t}^{\alpha-1} \quad (15)$$

$$r_t = \alpha\theta_2 k_{2t}^{\alpha-1}. \quad (15')$$

⁽⁸⁾ Cette équation représente également l'égalité entre investissement mondial et épargne mondiale.

La richesse du pays 2 est la somme du capital du pays 2 et de la dette externe :

$$b_{2t} = k_{2t} - a_{1t} = k_t - b_{1t}.$$

Il y a donc 7 variables et 7 équations : c_{1t} , c_{2t} , r_t , k_{1t} , k_{2t} , b_{1t} , b_{2t} .

2.2.3 L'état stationnaire

À l'état stationnaire, toutes les variables sont constantes. Le niveau des variables à l'état stationnaire est noté \tilde{x} .

Les équations (12) et (12') donnent le niveau d'une seule variable, le taux d'intérêt qui est égal au taux de préférence pour le présent :

$$\tilde{r} = \rho.$$

Les équations (15) et (15') déterminent alors le stock de capital dans chaque pays :

$$\left. \begin{aligned} \tilde{k}_i &= \left[\frac{\alpha \theta_i}{\rho} \right]^{1/(1-\alpha)}, \quad \forall i, i \in \{1, 2\} \\ \tilde{k} &= \left(\theta_1^{1/(1-\alpha)} + \theta_2^{1/(1-\alpha)} \right) \left[\frac{\alpha}{\rho} \right]^{1/(1-\alpha)}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

L'équilibre sur le marché des biens détermine le niveau de consommation mondiale :

$$\tilde{c}_1 + \tilde{c}_2 = \left(\theta_1^{1/(1-\alpha)} + \theta_2^{1/(1-\alpha)} \right) \left[\frac{\alpha}{\rho} \right]^{\alpha/(1-\alpha)}. \quad (17)$$

Au niveau mondial, la consommation et le stock de capital, à l'état stationnaire, dépendent uniquement des paramètres du modèle et sont déterminés de façon unique. Il en est de même de la répartition du capital entre les pays.

L'équation (14) est une équation à deux inconnues, la richesse et la consommation du pays 1 :

$$\tilde{b}_1 = \frac{\tilde{c}_1}{\rho} + \frac{\theta_1(1-\alpha)\tilde{k}_1^\alpha}{\rho}. \quad (18)$$

Toute combinaison $(\tilde{c}_1, \tilde{b}_1)$ qui vérifie cette équation est compatible avec la propriété d'état stationnaire. Il existe donc une infinité de combinaisons possibles pour ces deux variables à l'état stationnaire. Cependant, cette indétermination ne pose pas de problèmes majeurs parce qu'il suffit d'intégrer la contrainte budgétaire intertemporelle de l'agent

(i.e. résoudre (14)) pour obtenir une relation entre la valeur de la richesse à l'état stationnaire, la consommation du pays 1 à l'état stationnaire et les dotations initiales des deux pays (cf. Annexe A).

On a alors deux équations à deux inconnues, la richesse et la consommation du pays 1 à l'état stationnaire. On détermine la valeur de ces deux variables en fonction des paramètres et des dotations initiales. Les niveaux, à l'état stationnaire, de la consommation, de la richesse et de la dette du pays 2 s'obtiennent alors immédiatement et dépendent également des dotations initiales.

Ainsi, à l'état stationnaire, les caractéristiques de l'économie mondiale $(\tilde{c}, \tilde{k}, \tilde{r})$ sont uniques et dépendent des paramètres du modèle. Par contre, la consommation et la richesse de chaque pays ainsi que la créance du pays 1 s'expriment en fonction des paramètres et des conditions initiales.

Lorsque le niveau stationnaire de certaines variables dépend des conditions initiales, on dit que le modèle possède une propriété d'hystérésis. Cela signifie qu'il est caractérisé par la présence d'une racine nulle dans la matrice jacobienne. Ainsi, la dynamique et l'état stationnaire de certaines variables dépendent du capital mondial initialement disponible et de la créance détenue à la date 0 par le pays 1 : le passé des économies « compte ». Ainsi, les dotations initiales affectent non seulement la dynamique mais aussi l'état stationnaire des deux économies. Une conséquence de la propriété d'hystérésis est qu'un choc transitoire a des effets permanents sur l'économie : il affecte non seulement la dynamique des variables mais aussi leur évolution de long terme. Dans ce modèle, les variables ayant une telle propriété sont la consommation et la richesse de chaque pays.

Cette caractérisation de l'hystérésis est celle proposée par Giavazzi et Wyplosz [1984, 1985] dans deux articles où ils ont montré que l'hystérésis, qui caractérise de nombreuses séries économiques, peut apparaître dans certains modèles : il y a hystérésis lorsqu'il apparaît une racine nulle dans la matrice jacobienne. Cependant, ces travaux ont soulevé des controverses concernant la notion d'hystérésis. En effet, selon Amable *et al.* [1992], « il n'est pas correct d'assimiler les propriétés des systèmes à valeur propre nulle (en temps continu ou unitaire en temps discret) à de l'hystérésis ». Ces auteurs qualifient l'existence d'une racine nulle dans la matrice jacobienne du système, de forme faible d'hystérésis. Ils l'opposent à une forme forte d'hystérésis caractérisée par le fait que deux chocs successifs transitoires de même ampleur mais opposés ne ramèneront pas le système à sa position initiale. Ainsi, selon la terminologie d'Amable *et al.* [1992], il existe une forme faible d'hystérésis (i.e. une racine nulle) dans ce modèle mais pas une forme forte.

2.3 L'économie mondiale⁽⁹⁾

Il est possible de construire, lorsque la mobilité des capitaux est parfaite, une fonction de production agrégée mondiale⁽¹⁰⁾ :

$$y_t = \theta k_t^\alpha \quad (19)$$

avec

$$\theta = \left(\theta_1^{1/(1-\alpha)} + \theta_2^{1/(1-\alpha)} \right)^{1-\alpha}$$

où y_t et k_t sont respectivement la production et le stock de capital mondiaux.

La dynamique du capital mondial est donnée par l'écriture de l'équilibre du marché des biens. L'équilibre sur le marché des biens se réécrit :

$$\dot{k}_t = \theta k_t^\alpha - c_t.$$

La linéarisation autour de l'état stationnaire donne l'équation suivante :

$$\dot{k}_t = \rho \left(k_t - \bar{k} \right) - (c_t - \bar{c}). \quad (20)$$

Etant donné les taux de croissance de la consommation de chaque pays (équation 12 et 12'), le taux de croissance de la consommation mondiale est :

$$\dot{c}_t = (\sigma_1 c_{1t} + \sigma_2 c_{2t})(r_t - \rho).$$

La linéarisation de cette équation donne l'équation (21) :

$$\dot{c}_t = \frac{-(1-\alpha)\rho^2\sigma}{\alpha} \left(k_t - \bar{k} \right) \quad (21)$$

avec

$$\sigma = \sigma_1 \tilde{h} + \sigma_2 (1 - \tilde{h}) \quad , \quad \tilde{h} = \frac{\tilde{c}_1}{\bar{c}}.$$

L'évolution de l'économie mondiale est donc décrite par les deux équations dynamiques (20) et (21).

Les valeurs de l'état stationnaire du capital et de la consommation au niveau mondial ont été données par les équations (16) et (17). Elles dépendent de trois paramètres : le taux de préférence pour le présent, la part du capital dans le produit et la productivité globale des facteurs

⁽⁹⁾ Dans la suite de l'article, on suppose que, dans chaque pays, le stock de capital est plus faible à la date 0 qu'à l'état stationnaire.

⁽¹⁰⁾ La construction de cette fonction agrégée peut se faire quelle que soit la fonction de production.

dans chaque pays. Elles sont indépendantes de la répartition de la consommation entre les deux pays et des dotations initiales.

2.3.1 Etude de l'économie mondiale lorsque les agents ont les mêmes préférences

Lorsque les préférences sont identiques, les dynamiques de la consommation et du stock de capital mondiaux sont indépendantes du partage des richesses entre les deux pays comme l'indique le système suivant :

$$\begin{aligned}\dot{c}_t &= \frac{-(1-\alpha)\sigma\rho^2}{\alpha} (k_t - \tilde{k}) \quad , \quad \sigma = \sigma_1 = \sigma_2 \\ \dot{k}_t &= \rho (k_t - \tilde{k}) - (c_t - \tilde{c}) .\end{aligned}$$

La dynamique de l'économie mondiale est semblable à celle d'une économie fermée de Solow où le taux d'épargne est endogène. L'état stationnaire et la dynamique de l'économie mondiale sont complètement indépendants de la répartition de la consommation et du niveau des créances initiales d'un pays vis-à-vis de l'autre.

2.3.2 Etude de l'économie mondiale dans le cas d'hétérogénéité des agents

Lorsque les agents n'ont pas les mêmes préférences, la dynamique de la consommation représentée par l'équation (21) dépend de la répartition de la consommation calculée à l'état stationnaire. Il est donc indispensable de résoudre entièrement le modèle pour déterminer la valeur de la répartition de la consommation à l'état stationnaire.

On a indiqué précédemment que la répartition de la consommation dépend des paramètres du modèle et des conditions initiales. Une fois que cette répartition de la consommation est calculée, il est possible de déterminer la dynamique de l'économie mondiale caractérisée par les équations linéarisées suivantes :

$$k_t - \tilde{k} = (k_0 - \tilde{k}) e^{\lambda t} \quad (22)$$

$$\begin{aligned}c_t - \tilde{c} &= -\frac{(1-\alpha)\sigma\rho^2}{\lambda\alpha} (k_t - \tilde{k}) \\ &= (\rho - \lambda) (k_t - \tilde{k})\end{aligned} \quad (23)$$

avec

$$\lambda = \frac{\rho}{2} \left[1 - \sqrt{1 + \frac{4(1-\alpha)\sigma}{\alpha}} \right]$$

$$\sigma = \sigma_1 \tilde{h} + \sigma_2 (1 - \tilde{h})$$

$$\tilde{h} = \frac{\tilde{c}_1}{\tilde{c}}$$

On montre facilement qu'il existe une trajectoire convergente vers un état stationnaire unique. Graphiquement, la dynamique de l'économie mondiale est représentée par un point-selle (cf. Figure 1).

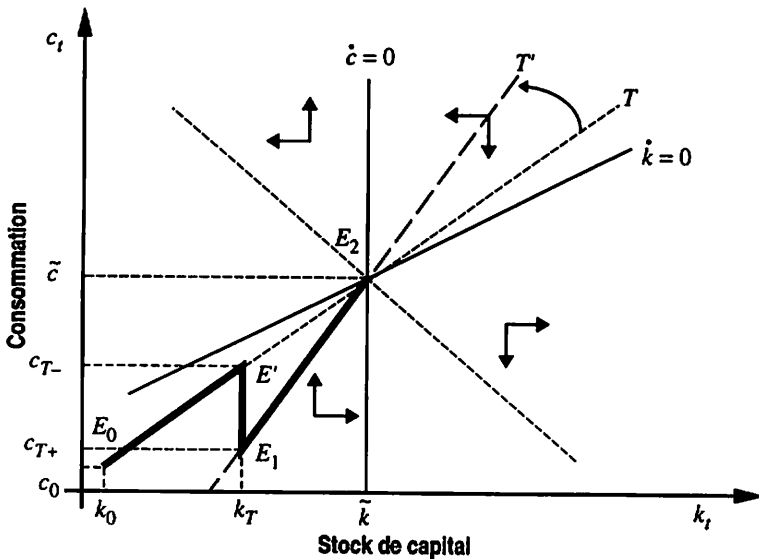


Figure 1

L'économie mondiale suite à une remise de dette accordée par le pays 1 envers le pays 2 et lorsque l'élasticité de substitution est plus grande dans le pays 2 que dans le pays 1 ($\sigma_2 > \sigma_1$)

La moyenne σ des élasticités de substitution intertemporelle, pondérée par la part de consommation de chaque pays prise à l'état stationnaire, intervient dans la valeur de la vitesse d'ajustement vers l'état stationnaire, λ , et dans la pente de la branche convergente du point-selle (déterminée par l'équation 23). Ainsi, la répartition de la consommation entre les pays influe sur la dynamique de l'économie mondiale.

Pour montrer l'importance de ce résultat, il est intéressant d'étudier l'effet d'une remise de dette non anticipée faite à une date quelconque T (cf. Figure 1). On suppose que le pays 1 détient, à cette date, une créance sur le pays 2 et que l'élasticité de substitution est plus grande dans le pays 2 que dans le pays 1.

Graphiquement, à la date 0, l'économie est au point E_0 : le capital initial est k_0 et la créance du pays 1 est a_{10} . Avant la remise de dette, la trajectoire de l'économie se fait sur la branche T jusqu'au point E' . À ce point, une remise de dette en faveur du pays 2 est acceptée par les deux pays. Elle modifie la répartition de la consommation calculée à l'état stationnaire. Moins le pays 2 est endetté, plus sa part de consommation est forte. De même, plus la créance du pays 1 est faible, moins il est riche relativement à l'autre pays et plus sa part de consommation est faible. Ainsi, la part de consommation du pays 1 est plus faible que ce qu'elle aurait été si la remise de dette n'avait pas eu lieu. La moyenne des élasticités de substitution pondérée par la part de consommation de chaque pays est une fonction croissante de la part du pays 2 dans la consommation totale : elle augmente⁽¹¹⁾. Comme σ augmente, la vitesse d'ajustement progresse et le vecteur propre a une pente plus élevée. À stock de capital constant, la consommation baisse brusquement et l'économie passe au point E_1 . L'économie converge alors sur un nouveau sentier T' jusqu'à l'état stationnaire inchangé E_2 .

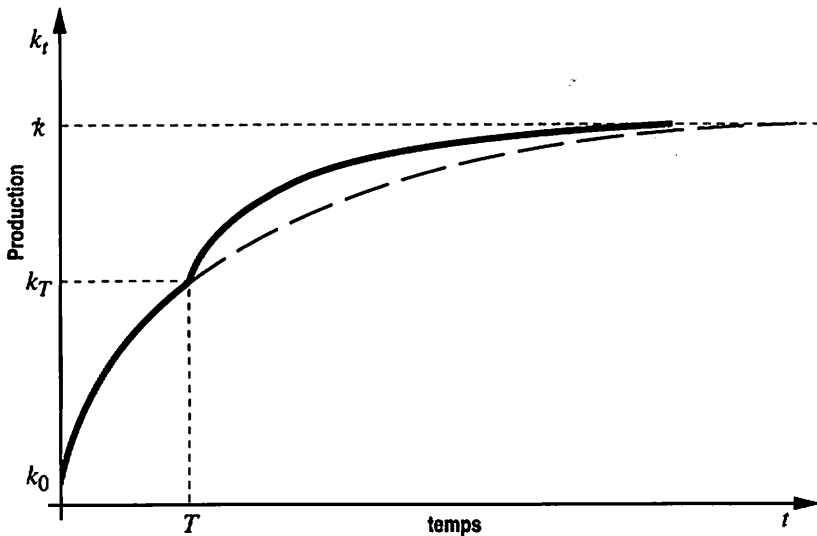


Figure 2

La dynamique du capital mondiale suite à une remise de dette : la vitesse d'ajustement augmente et le capital mondial converge plus vite vers un état stationnaire inchangé

⁽¹¹⁾ Dans le cas où la consommation croît plus vite dans le pays 1 que dans le pays 2, la moyenne pondérée des élasticités aurait crû.

Ainsi, un choc ponctuel sur la créance du pays 1 a un impact sur la dynamique de la consommation et du stock de capital mondiaux à toutes les dates. Comme cet effet transite par la vitesse d'ajustement vers l'état stationnaire, il ne modifie que la dynamique d'ajustement. À l'état stationnaire, la consommation mondiale et le capital mondial sont au même niveau que si le choc n'avait pas eu lieu. Cependant, comme la remise de dette modifie la répartition de la consommation, les valeurs des autres variables (dette, créance, consommation individuelle, richesse) sont modifiées à l'état stationnaire⁽¹²⁾.

Comme la vitesse d'ajustement augmente après la remise de dette, le capital mondial converge plus vite vers un état stationnaire inchangé (cf. Figure 2).

La dynamique de la consommation est plus complexe parce que, comme le choc n'est pas anticipé, la consommation saute au moment du choc. À chaque date, la consommation est au niveau qui permet à l'agent de respecter sa contrainte budgétaire : elle s'adapte pour que l'économie soit sur la branche convergente du point-selle.

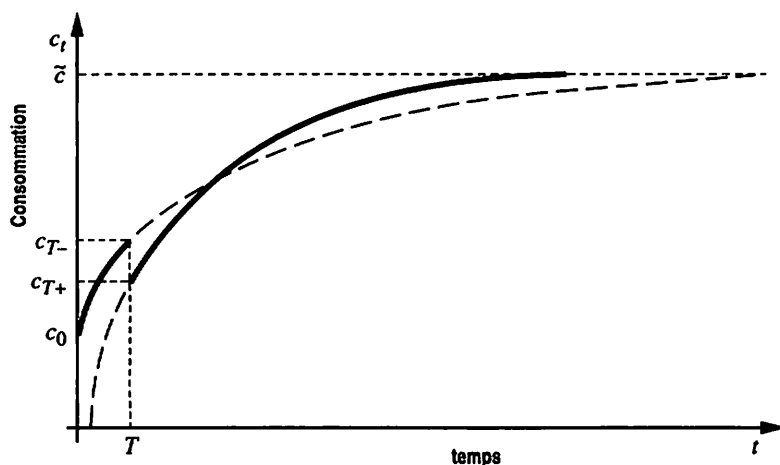


Figure 3

La dynamique de la consommation mondiale suite à une remise de dette : elle est plus faible juste après le choc, puis elle progresse plus rapidement que s'il n'y avait pas eu de choc

⁽¹²⁾ Il est indispensable de relinéariser le modèle autour du nouvel état stationnaire pour étudier la convergence du modèle vers son nouvel état de long terme. Les dynamiques linéarisées sont celles obtenues précédemment en remplaçant λ , σ et \tilde{h} par les nouvelles valeurs λ' , σ' et \tilde{h}' .

Juste avant le choc, la consommation est de :

$$c_{T-} = \tilde{c} + (\rho - \lambda) (k_0 - \tilde{k}) e^{\lambda T}.$$

Après la remise de dette, la dynamique de la consommation est :

$$c_{T+} = \tilde{c} + (\rho - \lambda') (k_0 - \tilde{k}) e^{\lambda' T}.$$

La consommation mondiale juste après le choc est plus faible qu'avant le choc parce que la vitesse d'ajustement a augmenté. Puis elle progresse plus rapidement que s'il n'y avait pas eu de remise de dette (cf. Figure 3).

2.4 La dynamique de chaque pays

Après avoir étudié le fonctionnement de l'économie mondiale, il est possible d'analyser la dynamique du capital et de la consommation de chaque pays. On étudie ensuite les échanges qui ont lieu entre les pays. On suppose que le stock initial de capital est inférieur, dans chaque pays, à son niveau d'état stationnaire.

2.4.1 La dynamique du capital dans chaque pays

Comme la mobilité du capital est parfaite, la répartition entre les deux pays du capital total se fait de façon à ce que la productivité marginale du capital soit la même dans les deux pays :

$\forall t, \forall i, \forall j :$

$$k_{it} = \frac{\theta_i^{1/(1-\alpha)} k_t}{\theta_i^{1/(1-\alpha)} + \theta_j^{1/(1-\alpha)}}, \quad i \in \{1, 2\}, j \in \{1, 2\}, i \neq j. \quad (24)$$

Ainsi, tant que la productivité globale des facteurs dans chaque pays ne se modifie pas, les taux de croissance du capital investi dans chaque pays sont égaux à celui du capital total.

La dynamique du capital dans le pays i peut s'écrire :

$$\begin{aligned} k_{it} - \tilde{k}_i & \\ &= \frac{\theta_i^{1/(1-\alpha)}}{\theta_i^{1/(1-\alpha)} + \theta_j^{1/(1-\alpha)}} (k_0 - \tilde{k}) e^{\lambda t}, \quad i \in \{1, 2\}, j \in \{1, 2\}, i \neq j. \end{aligned} \quad (25)$$

2.4.2 La dynamique de la consommation individuelle

On a vu précédemment que, dans un monde en croissance, c'est dans le pays où l'agent a l'élasticité de substitution intertemporelle

la plus grande que le taux de croissance de la consommation croît le plus rapidement : sa part dans la consommation mondiale progresse. Inversement, la part de l'autre pays diminue. En utilisant la dynamique de la consommation mondiale et l'équation (12), on peut réécrire que :

$$c_{it} - \tilde{c}_i = \frac{-(1-\alpha)\rho^2\sigma_i}{\alpha\lambda} \left(\frac{\tilde{c}_i}{\tilde{c}}\right) (k_0 - \tilde{k}) e^{\lambda t}, \quad \forall i \in \{1, 2\}. \quad (26)$$

La consommation dans chaque pays augmente dans une économie mondiale en croissance jusqu'à son niveau stationnaire caractérisé par :

$$\begin{aligned} \tilde{c}_1 &= \tilde{h}\tilde{c} \\ \tilde{c}_2 &= (1 - \tilde{h})\tilde{c}. \end{aligned}$$

On a montré précédemment que les niveaux à l'état stationnaire de la répartition de la consommation totale et de la créance du pays 1 sont déterminés conjointement par la résolution de l'équation (18) et par la contrainte budgétaire de l'agent résidant dans le pays 1 (équation 14).

L'intégration de cette contrainte budgétaire (cf. Annexe A) détermine la créance du pays 1 à l'état stationnaire en fonction des paramètres du modèle, des conditions initiales et de la part du pays 1 dans la consommation mondiale :

$$\tilde{a}_1 = \frac{\sigma\rho\tilde{k}a_{10} + \tilde{k}_1\rho(\sigma_1 - \sigma_2)(1 - \tilde{h})(\tilde{k} - k_0)}{\rho\sigma\tilde{k} + \alpha(\sigma_1\rho - \lambda)(k_0 - \tilde{k})} \quad (27)$$

avec

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\rho}{2} \left[1 - \sqrt{1 + \frac{4(1-\alpha)\sigma}{\alpha}} \right] \\ \sigma &= \sigma_1\tilde{h} + \sigma_2(1 - \tilde{h}) \\ \tilde{h} &= \frac{\tilde{c}_1}{\tilde{c}}. \end{aligned}$$

De plus, l'équation (18) peut se réécrire :

$$\tilde{h} = \frac{\rho}{\tilde{c}} \left[\tilde{a}_1 + \frac{\tilde{k}_1}{\alpha} \right]. \quad (28)$$

Les deux équations (27) et (28), à deux inconnues, la créance et la part de la consommation du pays 1 à l'état stationnaire, permettent

de déterminer la valeur de chacune de ces variables en fonction des paramètres et des dotations initiales :

$$\begin{aligned}\tilde{h} &= \tilde{h}(a_{10}, k_0, \alpha, \rho, \sigma_1, \sigma_2, \theta_1, \theta_2) \\ \tilde{a}_1 &= \tilde{a}_1(a_{10}, k_0, \alpha, \rho, \sigma_1, \sigma_2, \theta_1, \theta_2).\end{aligned}$$

La part de la consommation du pays 1 et la créance du pays 1, évaluées à l'état stationnaire, dépendent des paramètres du modèle et des dotations initiales. Comme le dénominateur de l'équation (27) est positif, la créance à l'état stationnaire est une fonction croissante de la créance initiale. On remarque également que les élasticités de substitution intertemporelle de chaque pays interviennent dans l'évolution de la créance. La part de la consommation du pays 1 est également une fonction croissante de la créance initiale : plus le pays est riche, plus sa part dans la consommation mondiale est grande.

2.5 Les échanges commerciaux et financiers entre les pays

Les échanges entre les pays sont de nature commerciale et financière. L'analyse des soldes de la balance des paiements synthétise ces relations. On étudie d'abord l'évolution de la balance commerciale puis celle des intérêts de la créance : on obtient ainsi la dynamique de la balance courante qui détermine l'évolution des créances.

Les dynamiques des différentes variables qui apparaissent sur les graphiques ont été simulées. Les valeurs⁽¹³⁾ des paramètres choisis sont proches de celles utilisées par Barro et Sala-i-Martin ([1995], pp. 37-38) : $\theta_1 = \theta_2 = 1$, $\alpha = 0.4$ et $\rho = 0.03$. Le capital initial, k_0 , est de 100. Le pays 1 est, par hypothèse, initialement créancier.

2.5.1 Les échanges commerciaux

Le commerce intertemporel permet aux pays de consommer et d'investir une quantité différente de celle qui a été produite.

La dynamique de la balance commerciale du pays 1 est la suivante (cf. Annexe B) :

$$t_{1t} = \frac{c_t}{\bar{c}} \tilde{t}_1 + \frac{(c_t - \bar{c})(\sigma_2 - \sigma_1)\bar{c}_1\bar{c}_2}{(\sigma_1\bar{c}_1 + \sigma_2\bar{c}_2)\bar{c}}. \quad (29)$$

Ce qui peut également s'écrire :

$$t_{1t+1} - t_{1t} = (c_{t+1} - c_t) \left(\frac{\tilde{t}_1}{\bar{c}} + \frac{(\sigma_2 - \sigma_1)(1 - \tilde{h})\tilde{h}}{\sigma_1\tilde{h} + \sigma_2(1 - \tilde{h})} \right). \quad (30)$$

⁽¹³⁾ La créance initiale et les élasticités de substitution sont indiquées à chaque graphique.

Cette expression indique que l'évolution du solde de la balance commerciale dépend des préférences des agents. On remarque également que, quelles que soient les préférences des agents, la dynamique de la balance commerciale est monotone et que le signe de la balance commerciale peut changer une fois.

L'équation (27) indique que si les agents ont les mêmes préférences (*i.e.* si les élasticités de substitution sont les mêmes), le pays 1, initialement créancier, a une créance à l'état stationnaire. À l'état stationnaire, les intérêts de la créance payent le déficit commercial du pays 1 et le pays 2 a un excédent commercial. Les équations (29) et (30) indiquent que, dans une économie en croissance, le pays 1 a toujours un déficit commercial et que ce déficit s'accroît tandis que l'excédent commercial du pays 2 s'améliore. En effet, dans le pays 1, l'absorption croît plus vite que la production. Ainsi, le déficit commercial du pays 1 se détériore tandis que l'excédent commercial du pays 2 s'améliore. En conclusion, la balance commerciale du pays initialement créancier (*resp.* débiteur) est de plus en plus déficitaire (*resp.* excédentaire).

Si les agents du pays 1 ont une élasticité de substitution plus importante que dans l'autre pays (*i.e.* $\sigma_1 > \sigma_2$), l'équation (27) indique que le pays 1 est créancier à l'état stationnaire. Deux effets se cumulent et rendent l'évolution de la balance commerciale plus complexe que précédemment : à taux de croissance de la consommation identique dans les deux pays, le pays 1 qui a un déficit commercial à l'état stationnaire voit ce déficit s'aggraver. Le second effet est dû aux différences dans les préférences des agents. Lorsque la consommation du pays 1 croît plus vite que celle dans le pays 2, la balance commerciale du pays 1 se détériore davantage que si les agents avaient les mêmes préférences. En outre, plus les préférences des agents sont différentes les unes des autres, plus l'écart entre les taux de croissance de la consommation est important et plus la balance commerciale du pays 1 se détériore. Deux cas de figures sont représentés à la Figure 4 : la balance commerciale du pays 1 est initialement excédentaire ou initialement déficitaire.

Si au contraire, l'élasticité de substitution est plus grande dans le pays 2 que dans le pays 1, la consommation croît plus vite dans le pays 2 que dans le pays 1. Plusieurs solutions sont envisageables selon que le pays 1 est créancier ou débiteur à l'état stationnaire. D'après l'équation (27), on remarque que, toutes choses égales par ailleurs, le pays a d'autant plus de chances d'être créancier à l'état stationnaire que sa créance initiale est forte.

S'il est créancier à l'état stationnaire (*i.e.* si sa créance initiale est importante), l'équation (29) indique que le pays 1 a toujours un déficit commercial. Cependant, rien ne permet de déterminer si ce déficit croît ou décroît. En effet, deux effets s'opposent : d'une part, à taux de

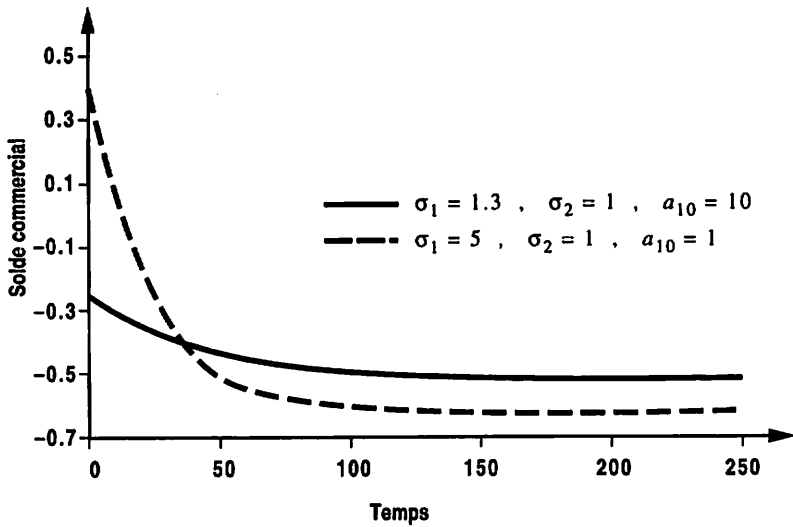


Figure 4

Évolution de la balance commerciale du pays 1 quand l'élasticité de substitution est plus grande chez lui que dans le pays 2 ($\sigma_1 > \sigma_2$)

croissance de la consommation égaux dans les deux pays, la balance commerciale du pays 1 a tendance à se détériorer. D'autre part, comme la consommation croît plus vite dans le pays 2, la balance commerciale du pays 1 s'améliore. Deux cas sont donc possibles : si les élasticités de substitution ne sont pas très différentes et si la créance initiale est suffisamment importante, le déficit commercial du pays 1 se détériore faiblement. Si les préférences des agents sont très différentes et si la créance initiale est forte, le déficit commercial du pays 1 s'améliore (cf. Figure 5).

Si le pays 1 est endetté à l'état stationnaire (*i.e.* si sa créance initiale est faible), sa balance commerciale est excédentaire à l'état stationnaire. Les équations (29) et (30) indiquent que la balance commerciale s'améliore pour deux raisons. À taux de croissance de la consommation identique, la balance commerciale du pays endetté à l'état stationnaire s'améliore. Cet effet est renforcé par le fait que la consommation croît moins vite dans le pays 1 que dans le pays 2. La balance commerciale du pays 1 s'améliore d'autant plus que l'écart entre les élasticités de substitution est important (cf. Figure 5).

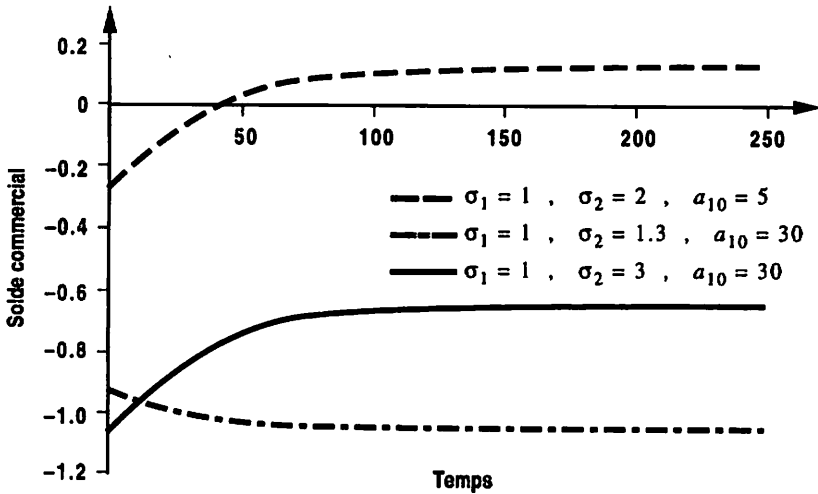


Figure 5

Évolution de la balance commerciale du pays 1 quand l'élasticité de substitution est plus petite chez lui que dans le pays 2 ($\sigma_1 < \sigma_2$)

L'évolution de la balance commerciale du pays 1 est récapitulée dans le Tableau 1.

Tableau 1

Évolution de la balance commerciale du pays initialement créancier, le pays 1

Conditions	Date 0	État stat.	Évolution	
$\sigma_1 = \sigma_2$	< 0	< 0	se détériore	
$\sigma_1 > \sigma_2$	σ_1, σ_2 proches	< 0	se détériore	
	σ_1, σ_2 très différents	> 0	se détériore	
$\sigma_1 < \sigma_2$	a_{10} forte et σ_1, σ_2 proches	< 0	se détériore	
	a_{10} forte et σ_1, σ_2 très différents	< 0	s'améliore	
	a_{10} faible	< 0	> 0	s'améliore

2.5.2 Les intérêts des créances

Comme on suppose que l'économie mondiale est dans une période de croissance, le taux d'intérêt diminue. Si, en même temps, la créance diminue, les intérêts reçus du pays endetté diminuent. Dans le cas où la créance augmente, ce poste diminue si les intérêts diminuent plus que n'augmente la créance.

2.5.3 Les échanges financiers

Le solde de la balance courante du pays 1 est la somme des deux soldes étudiés précédemment. S'il est positif, la créance du pays 1 augmente.

La dynamique de la créance est donnée par (cf. annexe A) :

$$a_{1t} - \tilde{a}_1 = \left[\frac{\alpha(\sigma_1\rho - \lambda)\tilde{a}_1}{\rho} + (1 - \tilde{h}) (\sigma_1 - \sigma_2)\tilde{k}_1 \right] \frac{(k_t - \tilde{k})}{\tilde{k}\sigma}. \quad (31)$$

Le terme entre crochet est constant : il est soit positif soit négatif. Comme, de plus, le capital croît de façon monotone, la dynamique de la créance est monotone : un pays initialement créancier (resp. débiteur) peut devenir débiteur (resp. créancier). S'il devient débiteur (resp. créancier), il le restera.

L'étude des équations (27) et (31) permet d'analyser les dynamiques possibles de la balance courante du pays 1 et de la créance de ce pays, en distinguant plusieurs cas en fonction des préférences des agents. Le tableau 2 figurant à la fin de cette partie récapitule les différents cas possibles.

Supposons que les agents aient les mêmes préférences ($\sigma_1 = \sigma_2$) et que le pays 1 soit initialement créancier. Les équations (27) et (31) indiquent que ce pays est créancier à toutes les dates et que sa créance progresse à taux décroissant. Le solde de la balance courante est toujours excédentaire : dans le pays 1, les intérêts reçus de l'étranger sont toujours plus importants que le déficit commercial. L'évolution du poste des intérêts de la créance est indéterminée parce que d'une part, la créance augmente et que d'autre part, le taux d'intérêt diminue. Dans le pays 2, l'excédent commercial s'améliore et la dette augmente.

Étudions le cas où l'élasticité de substitution est plus grande dans le pays 1 que dans le pays 2 ($\sigma_1 > \sigma_2$). L'équation (27) indique que le pays initialement créancier, le pays 1, détient une créance à l'état stationnaire. D'après l'équation (31), la créance croît de façon monotone. La balance courante est donc toujours excédentaire et cet excédent diminue. On a vu précédemment que le solde de la balance commerciale se détériore et que deux cas étaient possibles : soit ce solde est toujours négatif, soit il est d'abord positif puis il devient négatif. Le cas représenté à la Figure 6 correspond au cas où la balance commerciale est toujours déficitaire. Comme la créance du pays 1 progresse, la richesse du pays 1 augmente. La richesse du pays 2 ne progresse que très légèrement parce que la dette de ce pays augmente.

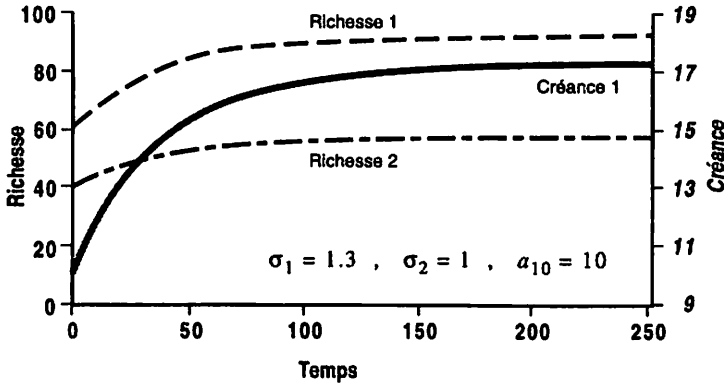


Figure 6

Évolution de la créance du pays 1 et de la richesse des deux pays quand la balance commerciale du pays 1 est déficitaire et l'élasticité de substitution plus grande dans le pays 1 que dans le pays 2 ($\sigma_1 > \sigma_2$)

Dans le cas où la balance commerciale est initialement excédentaire, les évolutions de la créance du pays 1 et de la richesse des deux pays sont similaires à celles représentées à la Figure 6.

Supposons que l'élasticité de substitution est plus grande dans le pays 2 que dans le pays 1 ($\sigma_1 < \sigma_2$). D'après l'équation (31), on ne peut pas déterminer si le pays initialement créancier l'est également à l'état stationnaire. Cependant, on a déjà indiqué que, toute chose égale par ailleurs, plus la créance initiale est importante, plus le pays 1 a de chances d'être créancier à l'état stationnaire.

S'il a une créance initiale très faible, le pays 1 devient débiteur à l'état stationnaire. L'équation (31) indique que la créance diminue de façon monotone. On a montré que, dans ce cas, le solde de la balance commerciale du pays 1 s'améliore : il est d'abord négatif puis devient positif. La balance courante est déficitaire parce que les intérêts de la créance sont plus faibles que le déficit commercial : la créance diminue. Le solde de la balance commerciale s'améliore tandis que le poste « intérêts de la créance » est de plus en plus faible parce que la créance et le taux d'intérêt diminuent. À partir d'une certaine date, le pays devient débiteur. Cette dette s'aggrave pour deux raisons : le pays doit payer les intérêts de la dette et le déficit commercial. Cependant, la balance commerciale se redresse et devient excédentaire. Mais cet excédent reste inférieur aux intérêts de la dette : la balance courante reste déficitaire. À long terme, l'excédent commercial finance exactement les intérêts de la dette. La richesse du pays 2 augmente parce que le stock de capital augmente et que la dette diminue. La richesse du pays 1 augmente malgré la baisse

de la créance et la formation de la dette externe (cf. Figure 7).

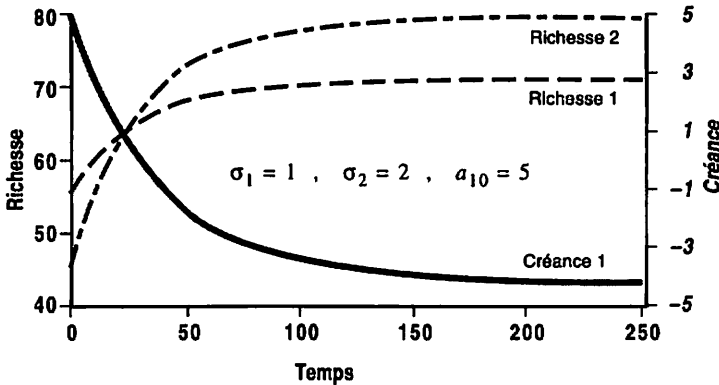


Figure 7

Évolution de la créance du pays 1 et de la richesse des deux pays quand la créance du pays 1 est initialement faible et l'élasticité de substitution plus petite dans le pays 1 que dans le pays 2 ($\sigma_1 < \sigma_2$)

Dans le cas où la créance initiale est importante, le pays détient une créance à l'état stationnaire. Cependant, l'équation (31) ne permet pas de savoir si la créance diminue ou augmente. Toutes choses égales par ailleurs, plus l'écart entre les élasticités de substitution est grand, plus la créance a de chances de diminuer. Deux cas sont envisageables selon les paramètres et les conditions initiales du modèle : dans le premier cas, la créance initiale est importante et (ou) les préférences des agents sont très différentes : la créance diminue. Dans le second cas, la créance initiale du pays 1 est importante et l'élasticité de substitution est un peu plus élevée dans le pays 2 ; alors, la créance augmente.

On a vu précédemment que, dans le cas où la créance initiale est élevée et où les préférences des agents sont très différentes les unes des autres, la balance commerciale est déficitaire à la date 0 et qu'elle s'améliore. Cependant, elle reste déficitaire. La balance courante du pays 1 est déficitaire parce que le déficit commercial est plus important que les intérêts de la créance : la créance du pays 1 diminue mais le pays reste toujours créancier. La richesse du pays 2 augmente parce que la dette diminue et que le capital progresse. Dans le pays 1, la richesse croît malgré la baisse de la créance (cf. Figure 8).

Le dernier cas est celui où la créance initiale est forte et où les élasticités de substitution sont proches : la créance augmente. Dans ce cas, on a vu que la balance commerciale est déficitaire et que ce déficit s'aggrave. Comme la créance est à un niveau important, les intérêts versés par l'autre pays sont supérieurs au déficit commercial : la balance

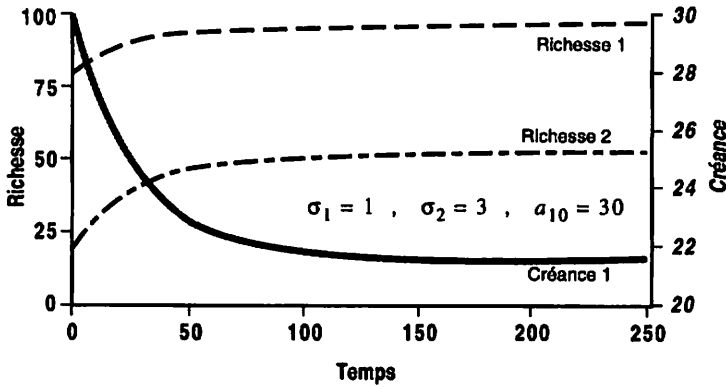


Figure 8

Évolution de la créance du pays 1 et de la richesse des deux pays quand la créance du pays 1 est forte et l'élasticité de substitution beaucoup plus petite dans le pays 1 que dans le pays 2 ($\sigma_1 < \sigma_2$)

courante est excédentaire. La richesse du pays 1 augmente parce que la créance et le capital augmentent. La richesse du pays 2 progresse malgré la hausse de la dette (cf. Figure 9).

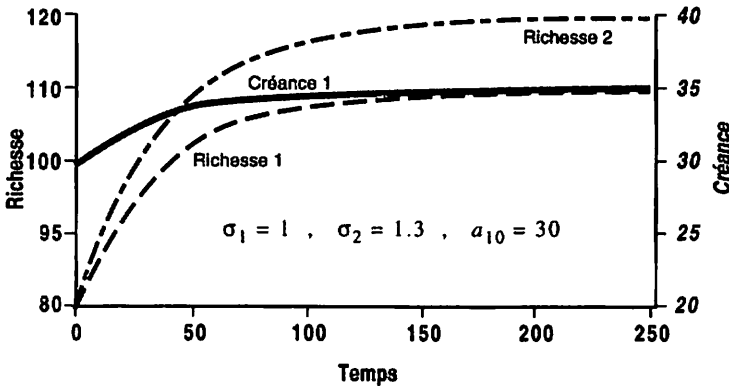


Figure 9

Évolution de la créance du pays 1 et de la richesse des deux pays quand la créance du pays 1 est initialement forte et que les élasticités de substitution sont proches

Les évolutions de la balance courante et de la créance sont récapitulées dans le Tableau 2.

Tableau 2: Évolution de la créance et de la balance courante du pays 1

Conditions		CA_1	Évolution créance	\tilde{a}_1
$\sigma_1 = \sigma_2$		> 0	augmente	> 0
$\sigma_1 > \sigma_2$		> 0	augmente	> 0
$\sigma_1 < \sigma_2$	a_{10} faible	< 0	diminue	< 0
	a_{10} forte et σ_1, σ_2 très différents	< 0	diminue	> 0
	a_{10} forte et σ_1, σ_2 proches	> 0	augmente	> 0

3 Conclusion

Supposer que les agents n'ont pas tous les mêmes préférences permet d'introduire de l'hétérogénéité dans le comportement des agents. N'ayant pas la même élasticité de substitution, ils réagissent différemment à une hausse des prix entre deux périodes : plus l'agent a une élasticité de substitution élevée, plus sa consommation croît rapidement.

Deux résultats fondamentaux ont été mis en évidence.

Le premier est que, si les agents n'ont pas les mêmes préférences, une modification de la répartition des richesses entre les pays modifie, au niveau mondial, l'évolution du capital et de la consommation. Plus précisément, une remise de dette du pays 1 au pays 2 (dans le cas $\sigma_1 < \sigma_2$) accélère l'accumulation du capital mondial et permet une augmentation plus rapide de la consommation mondiale. Cependant, initialement la consommation chute. À chaque date, le stock de capital est plus important qu'il n'aurait été si la remise de dette n'avait pas eu lieu. Au début, la consommation est plus faible puis devient plus élevée qu'en l'absence de remise de dette.

Le second résultat est que les dynamiques de la balance commerciale et de la balance courante sont très différentes selon les préférences des agents. Par exemple, si les agents du pays 1 ont une élasticité de substitution plus faible que dans l'autre pays, la balance courante est déficitaire pour certaines configurations de paramètres et la créance diminue : le pays devient débiteur tandis que l'autre pays devient créancier.

ANNEXE A

Dynamique de la créance

La détention d'actifs financiers est régie par l'équation dynamique suivante :

$$\dot{b}_{1t} = r_t b_{1t} - c_{1t} + w_{1t}$$

Ce qui peut se réécrire en faisant apparaître la créance :

$$\dot{a}_{1t} = r_t a_{1t} + r_t k_{1t} - c_{1t} - \dot{k}_{1t} + \theta_1(1 - \alpha)k_{1t}^\alpha.$$

On linéarise cette équation et on la simplifie en utilisant les valeurs de l'état stationnaire et la dynamique de la consommation calculées précédemment. On obtient le résultat suivant :

$$\begin{aligned} \dot{a}_{1t} &= \rho(a_{1t} - \tilde{a}_1) \\ &+ \left[\frac{(\rho - \lambda)\theta_1^{1/(1-\alpha)}\tilde{k}}{\theta_1^{1/(1-\alpha)} + \theta_2^{1/(1-\alpha)}} + \frac{(1 - \alpha)\tilde{c}_1\rho\sigma_1}{\lambda} - (1 - \alpha)\rho\tilde{a}_1 \right] \frac{(k_t - \tilde{k})}{\tilde{k}} \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\rho}{2} \left[1 - \sqrt{1 + \frac{4(1 - \alpha)\sigma}{\alpha}} \right] \\ \sigma &= \sigma_1\tilde{h} + \sigma_2(1 - \tilde{h}) \\ \tilde{h} &= \frac{\tilde{c}_1}{\tilde{c}}. \end{aligned}$$

La résolution de cette équation différentielle se fait en posant que :

$$\begin{aligned} B &= \left[\frac{(\rho - \lambda)\theta_1^{1/(1-\alpha)}\tilde{k}}{\theta_1^{1/(1-\alpha)} + \theta_2^{1/(1-\alpha)}} + \frac{(1 - \alpha)\tilde{c}_1\rho\sigma}{\lambda} - (1 - \alpha)\rho\tilde{a}_1 \right] \frac{1}{\tilde{k}} \\ A_t &= a_{1t} - \tilde{a}_1. \end{aligned}$$

Sachant que $k_t - \tilde{k} = (k_0 - \tilde{k})e^{\lambda t}$, on obtient une solution du type :

$$A_t = d_1 e^{\lambda t + d_2} + \frac{A(k_0 - \tilde{k})e^{\lambda t}}{\lambda - \rho}.$$

Quand $t \rightarrow \infty$, $A_t = 0$, d'où la solution suivante :

$$a_{1t} - \tilde{a}_1 = \left[-(1 - \alpha)\rho\tilde{a}_1 + \frac{(1 - \alpha)\sigma_1\rho\tilde{c}_1}{\lambda} + \frac{\theta_1^{1/(1-\alpha)}\tilde{k}(\rho - \lambda)}{\theta_1^{1/(1-\alpha)} + \theta_2^{1/(1-\alpha)}} \right] \frac{(k_0 - \tilde{k})}{\tilde{k}(\lambda - \rho)} e^{\lambda t}.$$

Ecrite à la date 0, cette équation détermine la créance à l'état stationnaire en fonction des dotations initiales et de la consommation du pays 1 à l'état stationnaire. D'où :

$$\tilde{a}_1 = \frac{\sigma \rho \tilde{k} a_{10} + \tilde{k}_1 \rho (\sigma_1 - \sigma_2) (1 - \tilde{h}) (\tilde{k} - k_0)}{\rho \sigma \tilde{k} + \alpha (\sigma_1 \rho - \lambda) (k_0 - \tilde{k})}$$

$$\tilde{b}_1 = \tilde{a}_1 + \left(\frac{\alpha \theta_1}{\rho} \right)^{1/(1-\alpha)}$$

ANNEXE B

Dynamique du solde de la balance commerciale du pays 1

Notons t_{1t} le solde de la balance commerciale du pays 1 à l'instant t et \tilde{t}_1 ce solde à l'état stationnaire. On a :

$$\begin{aligned} t_{1t} &= y_{1t} - c_{1t} - i_{1t} \\ t_{2t} &= -t_{1t} \\ &= y_{2t} - c_{2t} - i_{2t} . \end{aligned}$$

On additionne ces deux équations :

$$2t_{1t} = y_{1t} - y_{2t} - (c_{1t} - c_{2t}) - (i_{1t} - i_{2t}) .$$

À l'état stationnaire, l'investissement est nul. De plus, le taux de croissance du produit est le même dans les deux pays et le marché des biens est équilibré à chaque instant :

$$\frac{y_{1t}}{y_1} = \frac{y_{2t}}{y_2} = \frac{y_t}{y} = \frac{c_t + i_t}{y} .$$

Donc :

$$2t_{1t} = \frac{c_t}{\tilde{c}} (\tilde{y}_1 - \tilde{y}_2) - (c_{1t} + c_{2t}) + \frac{2(i_{2t}\tilde{y}_1 - i_{1t}\tilde{y}_2)}{\tilde{y}} . \quad (A1)$$

On peut montrer que le second terme de droite est nul. Cela est dû au fait que le taux d'accumulation du capital est le même dans les deux pays. En utilisant (A1), on obtient :

$$2t_{1t} = \frac{c_t}{\tilde{c}} (\tilde{c}_1 - \tilde{c}_2) - (c_{1t} - c_{2t}) + \frac{2c_t}{\tilde{c}} \tilde{t}_1 .$$

Ce qui peut encore se réécrire :

$$t_{1t} = \frac{c_t}{\tilde{c}} \tilde{t}_1 + \frac{\tilde{c}_1 c_{2t} - \tilde{c}_2 c_{1t}}{\tilde{c}} .$$

Les taux de croissance de la consommation sont proportionnels et la dynamique de la consommation dans chaque pays peut s'écrire de la façon suivante :

$$\frac{c_{1t} - \tilde{c}_1}{\sigma_1 \tilde{c}_1} = \frac{c_{2t} - \tilde{c}_2}{\sigma_2 \tilde{c}_2} = \frac{c_t - \tilde{c}}{\sigma_1 \tilde{c}_1 + \sigma_2 \tilde{c}_2}.$$

En définitive, la dynamique de la balance commerciale s'écrit :

$$t_{1t} = \frac{c_t}{\tilde{c}} \tilde{t}_1 + \frac{(c_t - \tilde{c})(\sigma_2 - \sigma_1)\tilde{c}_1\tilde{c}_2}{(\sigma_1\tilde{c}_1 + \sigma_2\tilde{c}_2)\tilde{c}}.$$

BIBLIOGRAPHIE

- AMABLE, B., J. HENRY, F. LORDON et R. TOPOL [1992], Hysteresis : what it is and what it is not, Document de Travail 9216, Cepremap, Paris.
- AMABLE, B., J. HENRY, F. LORDON et R. TOPOL [1994], Strong hysteresis versus zero-root dynamics, *Economics Letters*, 44(1-2), pp. 43-47.
- D'AUTUME, A. [1996], Notes sur les modèles à deux pays, Miméo, M.A.D, Paris.
- BARRO, R.J. et X. SALA-I-MARTIN [1995], *Economic Growth*, New York, McGraw-Hill.
- BÉRAUD, D. [1996], La dynamique de la balance courante dans un modèle à deux pays, *Cahiers Eco & Maths*, 96-18, Université de Paris I, Paris.
- BIANCONI, M. [1995], Fiscal policy in a simple two-country dynamic model, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 19(1-2), pp. 395-419.
- BLANCHARD, O.J. [1979], Backward and forward solutions for economies with rational expectations, *American Economic Review*, 69(2), pp. 114-118.
- BLANCHARD, O.J. [1985], Debt, deficits, and finite horizons, *Journal of Political Economy*, 93(2), pp. 223-247.
- BLANCHARD, O.J. et S. FISCHER [1989], *Lectures on Macroeconomics*, Cambridge, MIT. Press.
- CROSS, R. [1993], On the foundation of hysteresis in economic system, *Economics and Philosophy*, 9(1), pp. 53-74.
- DEVEREUX, M.B. et S. SHI [1991], Capital accumulation and the current account in a two-country model, *Journal of International Economics*, 30(1-2), pp. 1-25.
- FELDSTEIN, M. et C. HORIOKA [1980], Domestic saving and international capital flows, *The Economic Journal*, 90(2), pp. 314-329.
- FRANKEL, J.A. [1986], International capital mobility and crowding-out in the U.S. economy : imperfect integration of financial market or of goods markets, in R.W. Hafer (éd.), *How Open is the U.S. Economy*, Lexington, Lexington Books, pp. 33-76.

- GEARY, R.C. [1950], A note on a constant utility index of the cost of living, *Review of Economic Studies*, 18(1), pp. 65–66.
- GIAVAZZI, F. et C. WYPLOSZ [1984], The real exchange rate, the current account, and the speed of adjustment, in C. Bilson et R. Marson (éds), *Exchange Rates: Theory and Policy*, Chicago, Chicago University Press, pp. 335–356.
- GIAVAZZI, F. et C. WYPLOSZ [1985], The zero root problem : A note on the dynamic determination of the stationary equilibrium in linear models, *Review of Economic Studies*, 52(2), pp. 353–357.
- KARAYALCIN, C. [1994], Adjustment costs in investment, times preferences, and the current account, *Journal of International Economics*, 37(1-2), pp. 81–95.
- LIPTON, D. et J. SACHS [1983], Accumulation and growth in a two-country model, a simulation approach, *Journal of International Economics*, 15(1-2), pp. 135–159.
- STONE, R. [1954], Linear expenditure systems and demand analysis : An application to the pattern of british demand, *Economic Journal*, 64, pp. 511–527.
- UZAWA, H. [1968], Time preference, the consumption function, and optimum asset holdings, in J.N. Wolfe (éd.), *Value, Capital and Growth*, Chicago, Aldine, pp. 485–504.
- VAN DER PLOEG, F. [1994], *The handbook of International Macroeconomics*, Oxford, Blackwell.