INSTITUT DE STATISTIQUE

UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE LOUVAIN

DISCUSSION PAPER

0139

RISQUE DE LONGEVITE ET RENTES VIAGERES

III. Elaboration de tables de mortalité prospectives pour la population assurée belge, et évaluation du coût de l'antisélection

NATACHA BROUHNS & MICHEL DENUIT

http://www.stat.ucl.ac.be

Risque de longévité et rentes viagères
III. Elaboration de tables de mortalité prospectives pour la population assurée belge, et évaluation du coût de l'antisélection

NATACHA BROUHNS & MICHEL DENUIT
Institut de Statistique
Université Catholique de Louvain
Voie du Roman Pays, 20
B-1348 Louvain-la-Neuve
Belgium
`brouhns@stat.ucl.ac.be` & `denuit@stat.ucl.ac.be`

October 19, 2001

Résumé

La souscription des rentes viagères étant par essence soumise à un phénomène d'antisélection marqué, nous adaptons les projections obtenues dans BROUHNS & DENUIT (2001b) la deuxième partie à la réalité des assurés, telles que reflétées par les observations recueillies par l'Office de Contrôle des Assurances. Nous en déduisons un tarif d'expérience pur tenant compte de l'évolution future présumée de la mortalité de la population assurée.

Samenvatting

De onderschrijving van lijfrenten is in essentie onderworpen aan een verschijnsel van antiselectie (adverse selection). Daarom dient men de projecties in BROUHNS & DENUIT (2001b) aan te passen aan de reële populatie van de verzekeringsnemers. Deze laatste wordt goed beschreven door de observaties ingezameld door de CDV (Controledienst voor de Verzekeringen). We leiden een zuiver tarief af gebaseerd op ervaring, die rekening houdt met de toekomstige evolutie van de sterftecijfers van de verzekerde populatie.

Summary

Adverse selection is an important phenomenon in the context of life annuities. We adapt here the projected life tables obtained in BROUHNS & DENUIT (2001b) to the data gathered be the Belgian regulatory authorities about annuitants. This allows us to build a pure price list taking into account future improvements in annuitants' mortality.

1 Introduction

Les tables de mortalité prospectives que nous avons dressées dans Brouhns & Denuit (2001b) devraient préserver les pouvoirs publics de l'évolution probable de la durée de la vie humaine lors du calcul des obligations de pension. Il y a cependant encore un pas important à franchir avant de pouvoir obtenir un tarif pour les rentes viagères commercialisées par les assureurs privés: il s'agit de la prise en compte de l'antisélection. Dans Brouhns & Denuit (2001a,b), nous avons en effet travaillé avec les données disponibles auprès de l'INS. Ces données se rapportent donc à la population belge dans son ensemble. Or, on peut raisonnablement douter que la population des rentiers ait un profil identique à celui de la population de l'ensemble du Royaume. Dans cette partie de notre étude, nous utiliserons les données disponibles auprès de l'Office de Contrôle des Assurances (OCA). Le lecteur trouvera dans [1] un bref descriptif de ces données, qui nous a été aimablement fourni par Monsieur Luc Kaiser, actuaire à l'OCA. Nous tenons ici à souligner la qualité de la méthodologie de collecte des données mise au point par l'OCA.

Afin de prendre conscience des différences entre la population assurée et la population belge dans son ensemble, nous avons porté en graphique à la Figure 1, séparément pour les hommes et pour les femmes, les taux instantanés de mortalité INS et ceux des individus de plus de 60 ans assurés en cas de vie. On constate des différences très nettes, la population assurée ayant une mortalité sensiblement plus favorable que celle du Royaume.

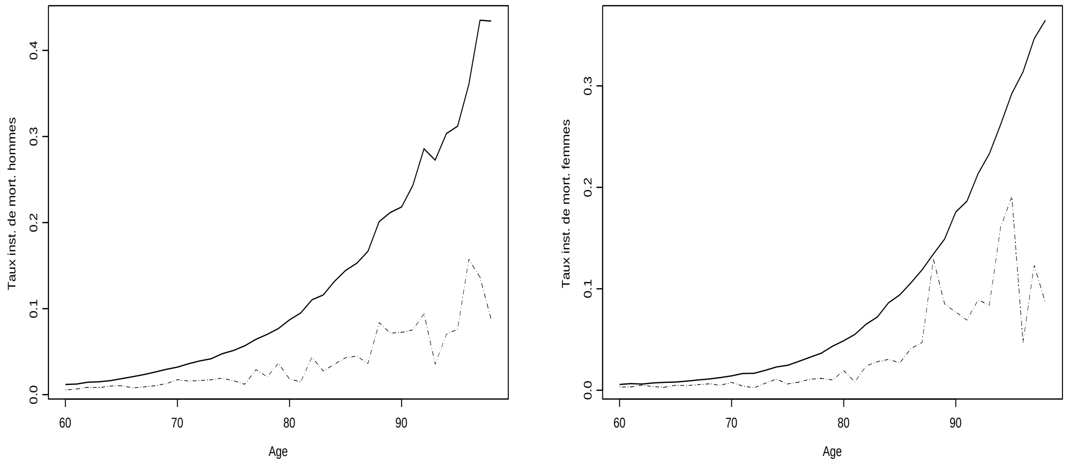

Figure 1: *Taux instantanés de mortalité en 1999 pour la population belge (trait plein) et pour les assurés en cas de vie (trait brisé).*

Au vu des différences importantes existant entre la mortalité belge et celle de la population assurée, nous devons adapter les tables prospectives établies dans la seconde partie du travail. Nous pourrions candidement envisager de répéter sur les données OCA l'analyse effectuée dans Brouhns & Denuit (2001b) sur les données INS. Malheureusement, cette approche est vouée à l'échec, puisque nous ne disposons que de quelques années d'observation fiables auprès de l'OCA. L'UPEA disposerait paraît-il de bien davantage de périodes d'observation mais a refusé de les communiquer au Groupe de Travail "Mortalité" de l'ARAB. Nous ne pouvons que regretter cette attitude de la part de l'union professionnelle, et nous interroger quant aux raisons de ce manque de transparence.

Notre travail s'articulera comme suit. Etant dans l'impossibilité d'appliquer la méthode de Lee-Carter sur les données de l'OCA, nous mettrons dans la Section 2 en évidence un lien linéaire entre les logarithmes des taux instantanés de mortalité calculés sur base des données INS et OCA, dans l'esprit du modèle relationnel de Brass utilisé en démographie. Ce lien sera exploité dans la Section 3 pour adapter à la population assurée les tables de mortalité prospectives dressées dans BROUHNS & DENUIT (2001b) sur base des données INS. Ceci nous permettra dans la Section 4 d'évaluer le coût de l'antisélection. Enfin, la Section 5 proposera quelques conclusions. Les nombres entre crochets émaillant le texte se rapportent aux remarques reprises dans la Section 6.

Pour terminer cette introduction, notons que toutes les notations utilisées dans ce papier ont été introduites dans les deux volets précédents de l'étude.

2 Lien entre les tables INS et OCA

Nous devons donc combiner les analyses effectuées au niveau des données INS et OCA afin d'en déduire une table de mortalité prospective pour les assurés belges. La technique que nous allons appliquer pour résoudre ce problème s'inspire du système logit utilisé en démographie. Ce système a été proposé par Brass pour établir des perspective longitudinales de mortalité. On peut en trouver une description succincte dans BENJAMIN & POLLARD (1993, pp. 347-348). Pour plus de détails, nous renvoyons le lecteur à DUCHÊNE (1999).

L'idée est la suivante ([2]): tenter de trouver une relation simple (idéalement linéaire) liant certaines caractéristiques de la mortalité INS à celle de l'OCA, ensuite supposer que cette relation perdurera à l'identique et enfin s'en servir pour déduire des tables de mortalité prospectives pour la population assurée à partir de celles dressées pour la population belge.

Notre point de départ est une analyse graphique de couples de quantités se rapportant aux observations INS (que l'on reconnaîtra par leur exposant "INS") et OCA (que l'on reconnaîtra par leur exposant "OCA"). On peut voir à la Figure 2 les représentations des nuages de points

$$\left(\ln \mu_x^{\text{INS}}(1999), \ln \mu_x^{\text{OCA}}(1999)\right), \quad x = 60, 61, \ldots ,$$

pour les hommes et pour les femmes. On voit se dégager une tendance linéaire assez claire, ce qui nous encourage à tenter une régression simple des $\ln \mu_x^{\text{OCA}}(t)$ en fonction des $\ln \mu_x^{\text{INS}}(t)$.

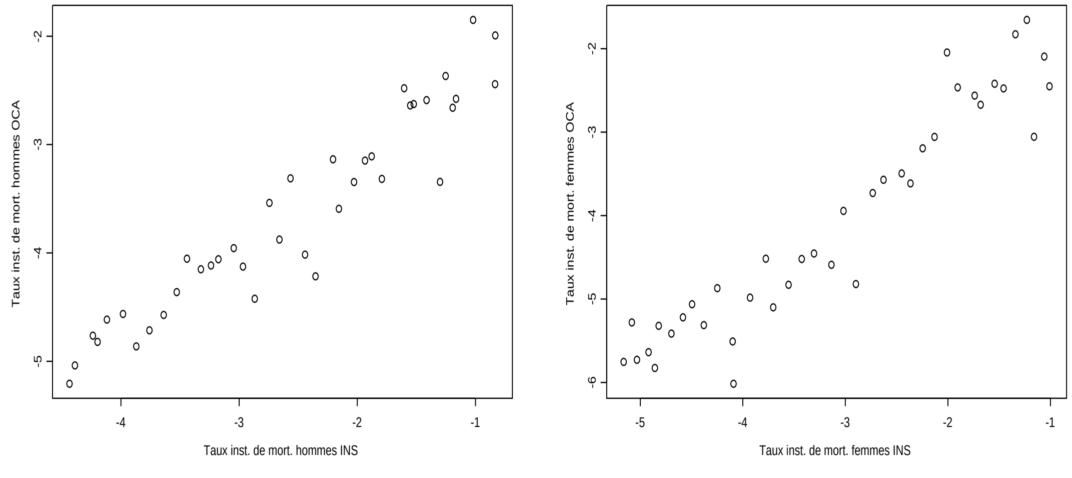

Figure 2: *Taux instantanés de mortalité en 1999 pour les assurés en cas de vie en fonction de ceux de l'ensemble de la population.*

Si on ajuste une droite aux données 1999, c'est-à-dire si on estime les paramètres du modèle

$$\ln \mu_x^{\text{OCA}}(1999) = \alpha_{1999} + \beta_{1999} \ln \mu_x^{\text{INS}}(1999) \tag{1}$$

pour les hommes et pour les femmes, on constate que le coefficient de détermination R^2 est proche de 1 (0.9002 pour les femmes, et 0.9032 pour les hommes), indiquant la pertinence de la relation linéaire entre les quantités considérées. La Figure 3 nous permet de mieux évaluer la qualité du modèle de régression simple pour les femmes. On constate que seules quatre observations semblent s'écarter du modèle; elles sont identifiées à la fois sur base des résidus et sur base de la mesure d'influence fournie par la distance de Cook. Toutefois, leur omission ne modifie pas fondamentalement le modèle, et nous préférons les garder dans l'analyse. Pour les hommes, la Figure 4 fournit le même type d'enseignement.

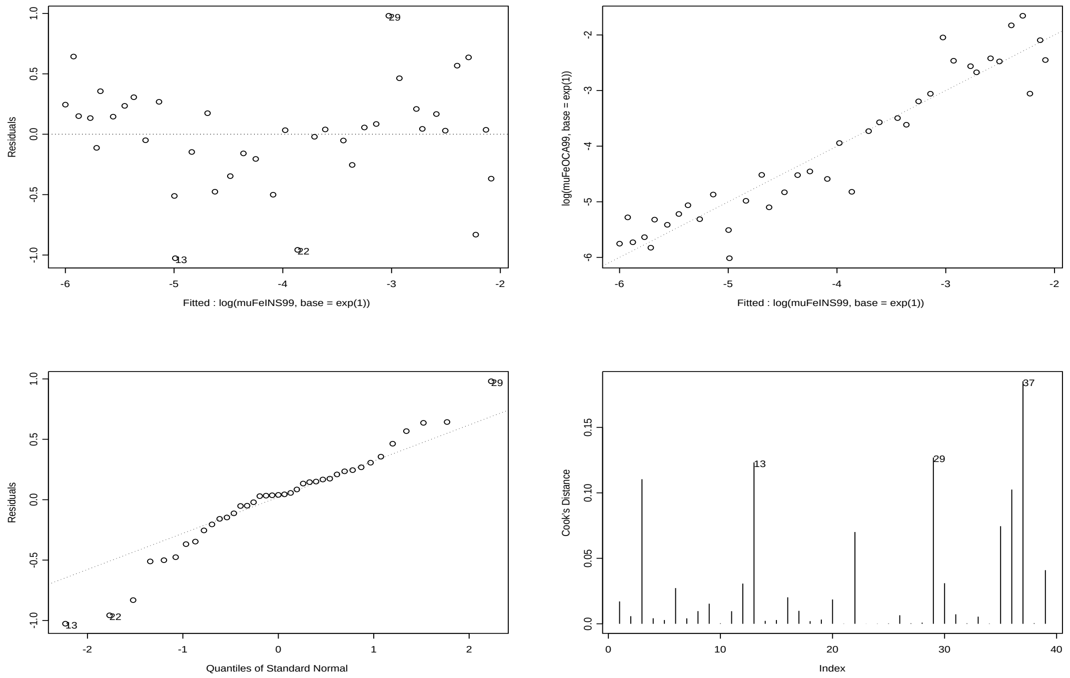

Figure 3: *Analyse du modèle de régression* (1) *pour les femmes.*

Si on ajuste successivement le modèle (1) aux données des années 1997 et 1998, pour les deux sexes, on obtient les valeurs reprises au Tableau 1; à chaque fois, la valeur de R^2 est proche de l'unité. Tous les paramètres du Tableau 1 sont hautement significatifs (p-valeurs inférieures à 10^{-4} pour tous). Nous répétons à présent l'exercice en groupant les observations des années 1997 à 1999. Tout d'abord, nous estimons les taux instantanés de mortalité OCA sur la période 1997-99 en additionnant les décès observés à chaque âge au cours de ces trois ans, et en divisant le tout par l'exposition au risque totale. Pour l'INS, nous nous servons des valeurs obtenues sur base de la table triennale 1997-99. Les estimations des paramètres du modèle

$$\ln \mu_x^{\text{OCA}}(1997 \to 99) = \alpha_{1997\to 99} + \beta_{1997\to 99} \ln \mu_x^{\text{INS}}(1997 \to 99) \tag{2}$$

sont données au Tableau 1. Une analyse graphique du modèle de régression (2) est fournie par les graphiques des Figures 5 et 6. La valeur élevée des coefficients de détermination, tant pour les hommes que pour les femmes, valide le modèle (2).

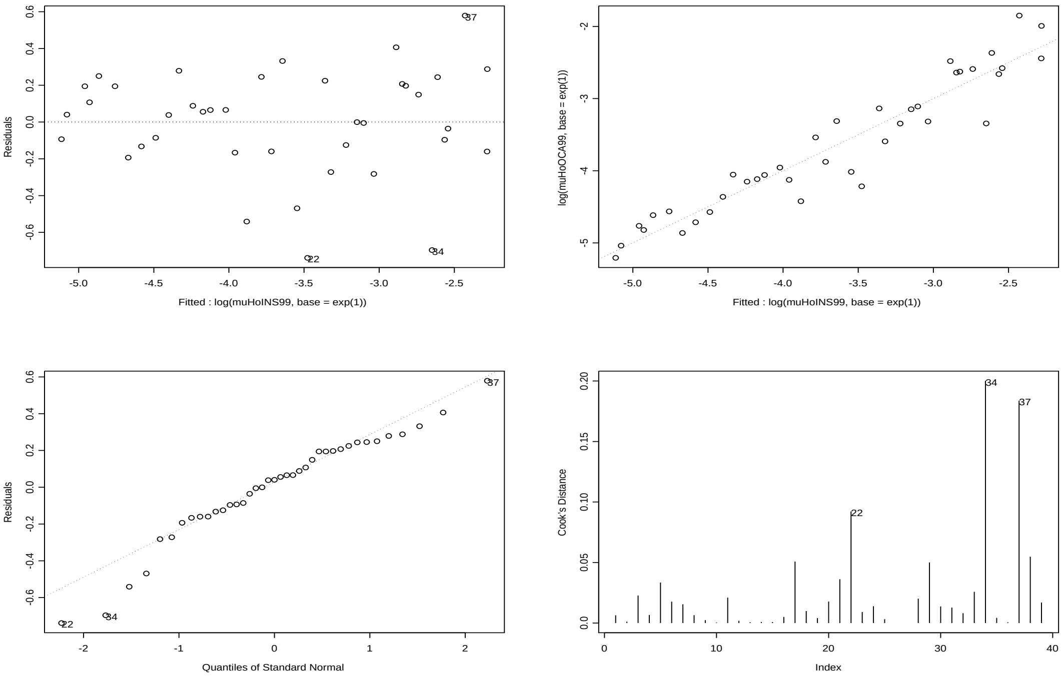

Figure 4: *Analyse du modèle de régression* (1) *pour les hommes.*

	$\widehat{\alpha}(t)$	$\sigma(\widehat{\alpha}(t))$	$\widehat{\beta}(t)$	$\sigma(\widehat{\beta}(t))$	R^2
Femmes 1999	-1.1325	0.1752	0.9429	0.0516	0.9002
Hommes 1999	-1.6260	0.1186	0.7864	0.0423	0.9032
Femmes 1998	-0.7074	0.1505	1.0234	0.0445	0.9346
Hommes 1998	-0.8471	0.1026	0.9619	0.0366	0.9491
Femmes 1997	-1.4066	0.1615	0.7870	0.0478	0.8798
Hommes 1997	-1.6211	0.1190	0.7087	0.0420	0.8876
Femmes 1997 → 99	-0.9512	0.1014	0.9453	0.0300	0.9642
Hommes 1997 → 99	-1.2928	0.0733	0.8322	0.0261	0.9648

Table 1: Résultats des régressions (pour les hommes en 1997, nous avons dû exclure la dernière observation).

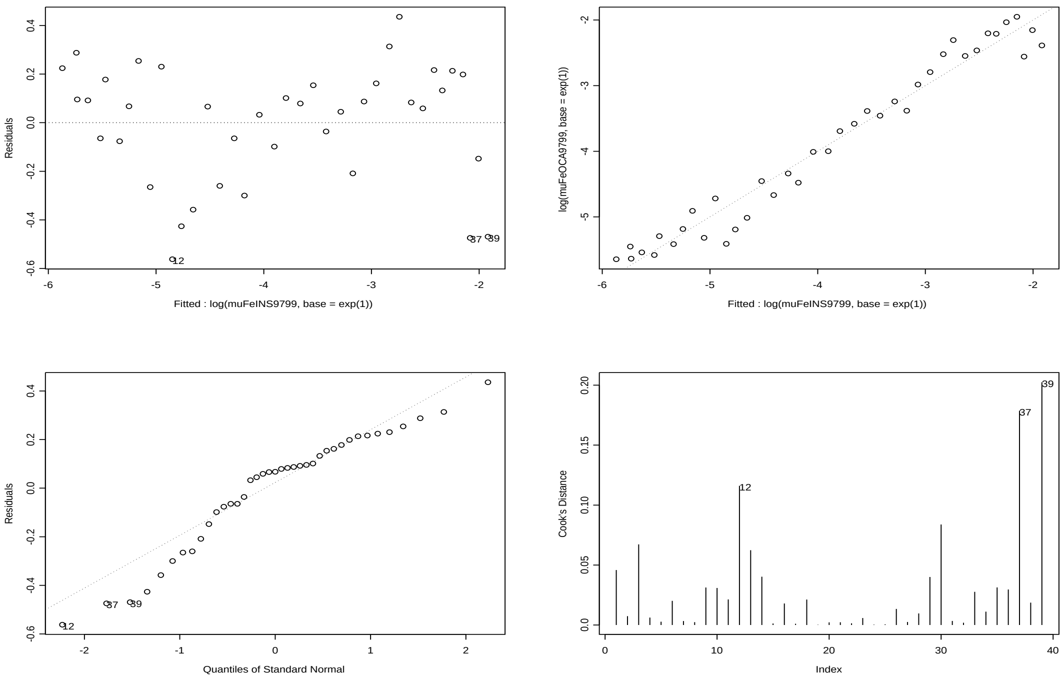

Figure 5: *Analyse du modèle de régression* (2) *pour les femmes.*

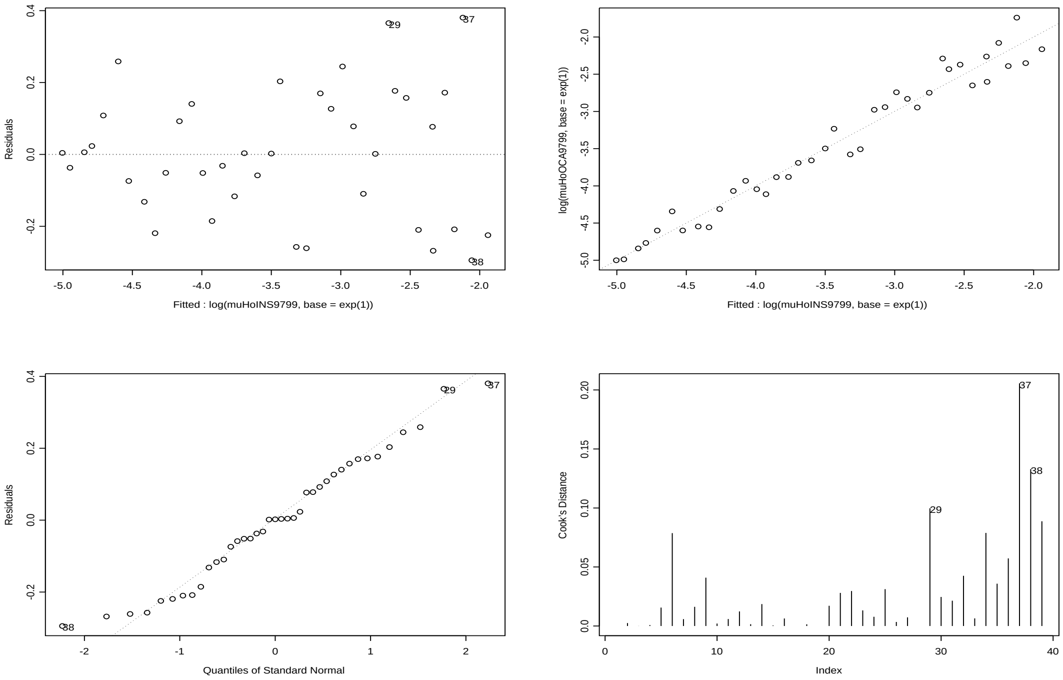

Figure 6: *Analyse du modèle de régression* (2) *pour les hommes.*

3 Tables prospectives pour la population assurée

Notre postulat est que la relation (2) liant les observations INS et OCA reste pertinente au cours du temps. On déduit alors les tables prospectives pour les rentiers grâce à la formule (2), ou encore

$$\mu_x^{\text{OCA}}(t) = \exp(\alpha_{1997\to 99})\Big\{\mu_x(t)\Big\}^{\beta_{1997\to 99}}$$

dans laquelle on insère les projections des taux instantanés de mortalité $(\mu_x(t))$ obtenus par projection des données INS dans Brouhns & Denuit (2001b). Le résultat de ce calcul est illustré à la Figure 7, où on peut voir les taux instantanés de mortalité pour la population assurée et pour la population belge dans son ensemble.